



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

**DZIEDZINA NAUK INŻYNIERYJNO-TECHNICZNYCH**

DYSCYPLINA AUTOMATYKA, ELEKTRONIKA I ELEKTROTECHNIKA

## **ROZPRAWA DOKTORSKA**

*Niestandardowe metody identyfikacji i obserwacji stanu ciągłych modeli liniowych  
i rozszerzenie ich funkcjonalności dla celów wielowymiarowego sterowania  
adaptacyjnego procesem kondycjonowania szkła*

*Autor: mgr inż. Michał Drapała*

*Promotor rozprawy: prof. dr hab. inż. Witold Byrski*

*Praca wykonana: Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Elektrotechniki,  
Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej, Katedra Automatyki i Robotyki*

Kraków, 2022





**AGH**

**UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY IN KRAKÓW**

**FIELD OF SCIENCE: ENGINEERING AND TECHNOLOGY**

SCIENTIFIC DISCIPLINE: AUTOMATION, ELECTRONIC AND ELECTRICAL ENGINEERING

## **DOCTORAL THESIS**

*Non-standard identification and state observation methods for continuous-time linear models and extension of their functionality for multidimensional adaptive control of the glass melting process*

Author: *Michał Drapała, M.Sc.*

Supervisor: *Prof. Witold Byrski*

Completed in: *University of Science and Technology in Kraków, Faculty of Electrical Engineering, Automatics, Computer Science and Biomedical Engineering, Department of Automatic Control and Robotics*

Kraków, 2022



*Składam najserdeczniejsze podziękowania mojemu Promotorowi, Panu Prof. dr hab. inż. Witoldowi Byrskiemu, za poświęcony czas, życzliwość i wsparcie merytoryczne, bez którego powstanie pracy nie byłoby możliwe.*

*Dziękuję Prezesowi firmy Techglass sp. z o.o., Panu Andrzejowi Skowiniakowi, za udostępnione dane procesowe i przekazaną fachową wiedzę.*



## Streszczenie

Niniejsza praca powstała w wyniku implementacji metod matematycznej teorii sterowania dla rzeczywistego procesu przemysłowego. Zaprezentowano w niej nowe rezultaty otrzymane w wyniku kilkuletnich badań nad zastosowaniem niestandardowych metod identyfikacji i obserwacji stanu ciągłych modeli liniowych do celów sterowania procesem kondycjonowania szkła. Wspomniany proces wymaga zapewnienia odpowiedniego profilu temperatury roztopionego szkła wewnątrz długiego zasilacza, doprowadzającego szkło do automatów formujących, co stawia duże wymagania przed systemem sterowania. Praktyka przemysłowa pokazuje, że najczęściej stosowane regulatory PID nie zawsze pozwalają na uzyskanie odpowiedniej jakości regulacji. Problem ten był główną motywacją do podjęcia badań nad możliwością identyfikacji modeli dynamiki procesu i syntezy algorytmów sterowania na ich podstawie. Jak się okazało zastosowanie, po raz pierwszy dla procesu kondycjonowania szkła, niestandardowych metod identyfikacji, obserwacji i sterowania predykcyjnego wymagało istotnych modyfikacji i rozszerzenia ich funkcjonalności. Zmiany te były konieczne, aby znane w wersji teoretycznej algorytmy mogły być zaimplementowane w adaptacyjnym systemie sterowania tym procesem.

W pierwszej części pracy przedstawiono zagadnienia teoretyczne związane z identyfikacją i obserwacją stanu modeli liniowych z czasem ciągłym. Szczegółowo opisano metodę funkcji modulujących i dokładne obserwatory stanu.

Dalsze rozdziały zawierają opis procesu kondycjonowania i instalacji produkcji szkła. Dokonano przeglądu literatury dotyczącej modelowania i sterowania procesem. Opisano również modele stref zasilacza z wykorzystaniem równań różniczkowych o parametrach rozłożonych. Przedstawiono adaptacyjny algorytm identyfikacji procesu, pozwalający na otrzymanie modeli liniowych, które mogą być użyte w sąsiedztwie danego punktu pracy. Dokonano ich weryfikacji z użyciem danych procesowych, pochodzących z rzeczywistej instalacji produkcji szkła.

Kolejna część pracy jest poświęcona algorytmom regulacji predykcyjnej i ich zastosowaniu dla procesu kondycjonowania. Szczególną uwagę zwrócono na algorytmy z czasem ciągłym, wykorzystujące zidentyfikowane poprzednio linowe modele dynamiki procesu. Opisano wprowadzone modyfikacje algorytmów, które pozwalają na uwzględnienie mierzalnych zakłóceń podczas wyliczania sygnałów sterujących, jak również algorytm optymalizacji punktu pracy instalacji w stanie ustalonym. Najważniejsze z algorytmów identyfikacji i sterowania zostały zaimplementowane w aplikacji dla systemu czasu rzeczywistego QNX 7.1. Zaprezentowano także wyniki symulacyjne dla kilku zestawów danych testowych.

Ostatnia część pracy stanowi podsumowanie, w którym dokonano weryfikacji postawionych na początku tez i zaproponowano możliwe kierunki przyszłych badań.



## **Abstract**

The dissertation presents the implementation results of the mathematical control theory methods for a real industrial process. The new results, obtained after several years of research on the use of non-standard identification and state observation methods for the problem of glass conditioning process control, are described. Linear continuous-time models were adopted. The mentioned process involves ensuring proper molten glass temperature inside a forehearth, which is especially demanding for a control system. The forehearth is a long channel supplying molten glass from a furnace to forming machines. The industrial practice shows that most often used PID controllers do not always allow achieving suitable control quality. The research described in the thesis was motivated by the idea of using identified models of the process during the synthesis of control algorithms. It turned out that the application of known non-standard methods of system identification, state observation and predictive control required significant modifications and extending their functionality. These changes were necessary for utilizing the algorithms, which theoretical versions are known, in the adaptive process control system.

The first part of the thesis presents theoretical issues related to system identification and state observation for continuous-time linear models. The modulating functions method and the exact state observers were described in details.

Further chapters contain the description of a glass conditioning process and a typical glass melting installation. The literature review of modelling and control methods for the mentioned process was made. The partial differential model of a single forehearth zone is introduced. The adaptive identification algorithm that enables to obtain linear models of the process valid in a vicinity of defined operating point was described. Its verification was performed with the use of collected historical process data.

The next part of the dissertation is devoted to predictive control algorithms and their implementation for the glass conditioning process. Special attention was paid to continuous-time approaches that can utilize the previously identified models. Modifications of the algorithms that enable consideration of measurable disturbances during the control signal calculation as well as the method of steady state set points optimization were described. The most important identification and control algorithms were implemented in the real-time application for QNX 7.1 operating system. The simulation results for several data sets were also presented.

The final part of the thesis is a summary in which the dissertation theses were verified and the possible directions of future research were proposed.



## Spis treści

<b>1. Wstęp</b> .....	17
1.1. Wielopoziomowe systemy sterowania.....	18
1.2. Motywacja i cele pracy.....	21
1.3. Tezy pracy.....	23
1.4. Układ pracy.....	23
<b>2. Metody identyfikacji systemów z czasem ciągłym</b> .....	25
2.1. Metody bazujące na wielokrotnej filtracji sygnałów.....	28
2.2. Metody wykorzystujące spektralną charakterystykę sygnałów.....	31
2.3. Metoda funkcji modulujących.....	32
2.3.1. Zasady doboru funkcji modulujących.....	33
2.3.2. Identyfikacja parametrów sytemu za pomocą metody błędu wyjścia (OEM) .....	34
2.3.3. Optymalna identyfikacja parametrów systemu za pomocą metody błędu równania (EEM).....	35
2.3.4. Przykład identyfikacji systemu .....	38
2.3.5. Modyfikacje metody funkcji modulujących .....	38
2.4. Idea powtórnej identyfikacji systemu MISO .....	40
2.4.1. Opis procedury reidentyfikacji.....	42
2.4.2. Przykład reidentyfikacji systemu .....	47
<b>3. Obserwatory stanu</b> .....	51
3.1. Obserwatory asymptotyczne .....	52
3.2. Dokładne obserwatory stanu .....	52
<b>4. Proces kondycjonowania szkła</b> .....	57
4.1. Instalacja wytopu szkła.....	57
4.1.1. Piec szklarski .....	58
4.1.2. Zasilacze szklarskie .....	60
4.2. Matematyczne modele procesu kondycjonowania .....	62
4.2.1. Trójwymiarowy model CFD .....	62

4.2.2.	Uproszczony model jednowymiarowy.....	63
4.2.3.	Trudności związane z zastosowaniem modeli do celów sterowania.....	64
4.3.	Wykorzystanie modeli procesu w algorytmach sterowania.....	64
4.3.1.	Redukcja modeli CFD.....	65
4.3.2.	Algorytmy oparte o jednowymiarowy model fizyczny.....	66
4.3.3.	Wykorzystanie wielomianów ortogonalnych.....	67
4.3.4.	Inne modele procesu kondycjonowania.....	67
4.3.5.	Rozwiązania komercyjne.....	67
<b>5.</b>	<b>Model symulacyjny strefy zasilacza.....</b>	<b>69</b>
5.1.	Założenia modelu PDE.....	69
5.2.	Zależność szybkości przepływu szkła od wydobycia.....	71
5.3.	Strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.....	71
5.4.	Strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i zaworem chłodzenia.....	72
5.5.	Weryfikacja zidentyfikowanych modeli.....	74
5.6.	Implementacja algorytmów symulacji.....	75
<b>6.</b>	<b>Algorytm identyfikacji procesu.....</b>	<b>79</b>
6.1.	Ogólne założenia procedury identyfikacji.....	79
6.2.	Reprezentacja modeli procesu o parametrach skupionych.....	80
6.3.	Opis algorytmu identyfikacji.....	81
6.4.	Eksperymenty dla historycznych danych procesowych.....	84
6.5.	Podsumowanie eksperymentów.....	96
<b>7.</b>	<b>Sterowanie predykcyjne.....</b>	<b>97</b>
7.1.	Najważniejsze algorytmy MPC.....	97
7.2.	Nieliniowa regulacja predykcyjna.....	100
7.3.	Algorytm MPC dla obiektów opisanych równaniami stanu z czasem dyskretnym.....	101
7.4.	Algorytm MPC dla obiektów opisanych równaniami stanu z czasem ciągłym.....	103
7.5.	Ograniczenia na sygnały sterujące w algorytmach MPC.....	106
7.5.1.	Ograniczenia dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym.....	106
7.5.2.	Ograniczenia dla algorytmu MPC z czasem ciągłym.....	108
7.6.	Kompensacja mierzalnych zakłóceń w algorytmach MPC.....	109
7.6.1.	Kompensacja zakłóceń dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym.....	110
7.6.2.	Kompensacja zakłóceń dla algorytmu MPC z czasem ciągłym.....	112
<b>8.</b>	<b>Adaptacyjny regulator predykcyjny dla strefy zasilacza.....</b>	<b>115</b>
8.1.	Modyfikacje algorytmu identyfikacji.....	115

---

8.2.	Współdziałanie regulatorów PID i MPC .....	116
8.3.	Implementacja algorytmu MPC z czasem dyskretnym .....	117
8.4.	Implementacja algorytmu MPC z czasem ciągłym .....	118
8.5.	Eksperymenty dla modeli PDE .....	119
8.5.1.	Zestaw danych nr 1 .....	122
8.5.2.	Zestaw danych nr 2 .....	127
8.5.3.	Podsumowanie eksperymentów .....	132
8.6.	Optymalizacja punktów pracy instalacji kondycjonowania szkła .....	133
8.7.	Eksperymenty dla modeli PDE i optymalizacji punktu pracy .....	134
8.7.1.	Zestaw danych nr 1 .....	134
8.7.2.	Zestaw danych nr 2 .....	138
8.7.3.	Podsumowanie eksperymentów .....	138
<b>9.</b>	<b>Implementacja algorytmów identyfikacji i sterowania w systemie czasu rzeczywistego .....</b>	<b>141</b>
9.1.	Systemy czasu rzeczywistego .....	141
9.2.	Aplikacja w systemie QNX 7.1 .....	142
9.3.	Eksperyment symulacyjny z wykorzystaniem stworzonego środowiska testowego .....	144
<b>10.</b>	<b>Podsumowanie .....</b>	<b>149</b>
<b>Załącznik A</b>	<b>.....</b>	<b>153</b>
<b>Załącznik B</b>	<b>.....</b>	<b>165</b>
<b>Załącznik C</b>	<b>.....</b>	<b>171</b>
<b>Załącznik D</b>	<b>.....</b>	<b>175</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>.....</b>	<b>177</b>

## Ważniejsze oznaczenia matematyczne

### Ogólne

$a, b$  - wektory parametrów w mianowniku i liczniku transmitancji obiektu

$A, B, C, D$  - macierze w równaniach stanu z czasem ciągłym

$\mathbb{E}(\cdot)$  - wartość oczekiwana zmiennej losowej

$G(s)$  - transmitancja operatorowa obiektu z czasem ciągłym

$I$  - macierz jednostkowa

$K$  - liczba wejść systemu

$K_S$  - liczba podsystemów tworzących dany system MISO

$K_k$  - liczba wejść  $k$ -tego podsystemu

$L^2$  - przestrzeń funkcji całkownych z kwadratem

$n, m$  - rząd mianownika i rząd licznika transmitancji systemu

$\mathbf{0}$  - macierz zerowa

$\mathbb{R}$  - zbiór liczb rzeczywistych

$x(t), u(t), y(t)$  - wektor stanu, sygnał wejściowy i wyjściowy systemu dynamicznego

$\lceil x \rceil$  - zaokrąglenie w górę

$\lfloor x \rfloor$  - zaokrąglenie w dół

### Identyfikacja systemów

$\epsilon(t)$  - błąd identyfikacji

$\eta$  - wektor ograniczeń liniowych (MFM)

$\phi(t)$  - funkcja modulująca (MFM)

$g(t)$  - funkcja filtrująca

$G$  - macierz Grama

$h$  - szerokość nośnika funkcji modulującej (MFM)

$J$  - wskaźnik jakości identyfikacji

$M$  - macierz przefiltrowanych sygnałów wejściowych i wyjściowych dla identyfikowanego systemu

$N, M$  - parametry funkcji modulującej Loeba-Cahena (MFM)

$\theta$  - wektor identyfikowanych parametrów

$Z$  - macierz zmiennych instrumentalnych

### Obserwatory stanu

$G$  - macierz wzmocnienia obserwatora asymptotycznego

$G_1, G_2$  - macierze przy wektorach wyjść i wejść dla obserwatora całkowego

$v(t)$  - zakłócenia oddziałujące na wyjście obiektu

$w(t)$  - zakłócenia oddziałujące na stan obiektu

## Regulacja predykcyjna

- $\eta$  - wektor współczynników przy funkcjach Laguerre'a dla przyszłych sterowań  
 $\eta_d$  - wektor współczynników przy funkcjach Laguerre'a dla mierzalnych zakłóceń  
 $F, \Phi, \Phi_d$  - macierze w równaniu predykcji wyjścia dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $J$  - wskaźnik jakości minimalizowany podczas wyliczania sterowania  
 $L(\cdot)$  - funkcje Laguerre'a w zapisie wektorowym  
 $M, \gamma$  - macierz i wektor ograniczeń nierównościowych na sterowanie  
 $N$  - liczba funkcji Laguerre'a  
 $N_c$  - horyzont sterowania dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $N_p$  - horyzont predykcji dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $p$  - współczynnik skalujący dla funkcji Laguerre'a  
 $Q, R$  - macierze kar w funkcji kosztu podczas wyliczania przyszłych sterowań  
 $T_p$  - horyzont predykcji dla regulatora z czasem ciągłym  
 $\Delta U$  - wektor wyliczanych przyszłych sterowań dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $u_{min}, u_{max}$  - ograniczenia na amplitudę sterowania dla regulatora z czasem ciągłym  
 $du_{min}, du_{max}$  - ograniczenia na przyrosty sterowania dla regulatora z czasem ciągłym  
 $U_{min}, U_{max}$  - ograniczenia na amplitudę sterowania dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $\Delta U_{min}, \Delta U_{max}$  - ograniczenia na przyrosty sterowania dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $\omega(t)$  - mierzalne zakłócenia dla regulatora z czasem ciągłym  
 $\Delta\omega(k)$  - przyrost mierzalnych zakłóceń dla regulatora z czasem dyskretnym  
 $\Omega, \Psi, \Gamma$  - macierze w równaniu predykcji stanu dla regulatora z czasem ciągłym

## Akronimy

- ACA - Advanced Control Algorithms  
 APS – Advanced Planning and Scheduling  
 CARIMA – Contemporaneous Autoregressive Integrated Moving Average  
 CFD – Computational Fluid Dynamics  
 CIM – Computer Integrated Manufacturing  
 CMMS – Computerised Maintenance Management System  
 DDC - Direct Digital Control,  
 DMC – Dynamic Matrix Control  
 DMT - Dynamic Modeling Technology  
 EEM – Equation Error Method  
 EHAC – Extended Horizon Adaptive Control  
 EPSAC – Extended Prediction Self-Adaptive Control  
 ERP – Enterprise Resource Planning

FIR – Finite Impulse Response  
GPC – Generalized Predictive Control  
GSM – Gauss-Seidel Method  
HMI – Human Machine Interface  
IIR – Infinite Impulse Response  
IVM - Instrumental Variables Method  
LIF - Linear Integral Filter  
LQR - Linear-Quadratic Regulator  
MAC – Model Algorithmic Control  
MES – Manufacturing Execution System  
MFM – Modulating Functions Method  
MIMO - Multiple Input-Multiple Output  
MISO - Multiple Input-Single Output  
MPC - Model Predictive Control  
NO – Nonlinear Optimization  
NPL – Nonlinear Prediction and Linearization  
NSL - Nonlinear with Successive Linearization  
OEM – Output Error Method  
OPC - Open Platform Communications  
PAC - Programmable Automation Controller  
PDE - Partial Differential Equation  
PEM - Prediction Error Method  
PFC - Predictive Functional Control  
PLC - Programmable Logic Controller  
RIVC – Refined Instrumental Variable for Continuous-time systems  
SCADA – Supervisory Control and Data Acquisition  
SIL – Software in the Loop  
SISO - Single Input-Single Output  
SNR - Signal to Noise Ratio  
SVD - Singular Value Decomposition



# 1. Wstęp

Sterowanie procesami przemysłowymi jest jednym z podstawowych obszarów zastosowań automatyki. Nowoczesne systemy sterowania, bazujące na urządzeniach komputerowych, pozwalają na realizację skomplikowanych algorytmów, co z kolei przekłada się na możliwość optymalnej kontroli i diagnostyki pracy danej instalacji. Pomimo to, praktyka przemysłowa pokazuje, że w wielu przypadkach stosowane są jedynie najbardziej podstawowe algorytmy sterowania, oparte o najprostsze modele pierwszego rzędu (inercja). Przyczyną takiego stanu rzeczy i zarazem największą trudnością podczas projektowania nowych lepszych rozwiązań, jest brak znajomości dokładniejszych modeli danego procesu i niezajomość metod syntezy algorytmów sterowania opartych na tych modelach. Inżynierowie zajmujący się projektowaniem systemów automatyki z reguły nie podejmują wysiłku w celu znalezienia adekwatnie dokładnych (optymalnych) modeli dynamiki danej części procesu, np. modeli wejścia/wyjścia wyższych rzędów, nie wspominając o modelach stanu. Można wskazać na dwa powody takiego stanu rzeczy. Po pierwsze, znajomość metodologii pasywnej identyfikacji modeli wysokiego rzędu, zwłaszcza dla modeli czasu ciągłego, nie jest powszechna. Dodatkowo, często istnieje przeświadczenie, że nawet gdyby takie modele były znane, to trudno o ich wykorzystanie przy syntezie algorytmów sterowania, czy przy procedurach strojenia regulatorów PID. Ten drugi problem powoduje, że rzadko wykorzystywane są nawet powszechnie znane metody regresji liniowej służące identyfikacji modeli wysokiego rzędu dla czasu dyskretnego. Ostatecznie, najczęściej stosuje się niewygodne metody identyfikacji aktywnej (odpowiedzi skokowej) dla modeli pierwszego rzędu lub modeli typu Strejca. Pomimo dostępności zaawansowanych systemów komputerowych, często wykorzystywane są proste ale mało dokładne metody strojenia regulatorów PID, jak np. metody Zieglera-Nicholsa, Cohena-Coona czy Lambda [1]. Są one powszechnie dostępne w formie tabel. Jednakże dla procesów wielowymiarowych, z wewnętrznymi sprzężeniami, tak nastrojone regulatory nie pracują optymalnie i często się zdarza, że w pewnych sytuacjach operatorzy wybierają manualny tryb pracy, wychodząc z założenia, że ręcznie ustawione parametry pracy urządzeń lepiej sprawdzą się w danej sytuacji. Powyższe uwagi odnoszą się głównie do wspomnianych na wstępie procesowych systemów produkcyjnych, w których zakłócenia i szумы pomiarowe są powszechnie spotykane. Pomimo to praca układów regulacji, przy założeniu najprostszych modeli dynamiki, gwarantuje stabilność tych procesów, choć sterowanie takie jest oczywiście nieoptymalne.

Dla wielu obiektów sterowania rola dokładnych modeli jest jednak kluczowa. Dotyczy to przede wszystkim obiektów niestabilnych, takich jak rakiety (wahadło odwrócone), reaktory jądrowe, układy

manipulatorów i ramion robotów [2]. Dla syntezy sterowania w takich przypadkach znajomość dokładnego modelu nieliniowego jest często niezbędna.

W procesach przemysłu chemicznego, petrochemicznego czy metalurgicznego, gdzie w sposób ciągły zachodzi wymiana masy i energii, praktycznym sposobem sterowania może być przestrajanie układów sterowania bezpośredniego (*tuning*) dla różnych punktów pracy. W pobliżu tych punktów dynamika procesu może zostać opisana przez modele liniowe wysokiego rzędu dla czasu ciągłego.

**Przedmiotem niniejszej rozprawy doktorskiej są badania dotyczące całkowych metodologii identyfikacji parametrów i obserwacji stanu liniowych modeli MISO z czasem ciągłym, opracowanie ich modyfikacji (nazywanych w literaturze funkcjonalnościami) w celu zastosowania do opisu dynamiki rzeczywistego procesu przemysłowego, oraz ich wykorzystanie podczas syntezy nowych algorytmów sterowania procesem kondycjonowania szkła.**

Opracowane algorytmy zostały sprawdzone i przetestowane w oparciu o dane zgromadzone dla rzeczywistego procesu przemysłowego, jakim jest produkcja szkła opakowaniowego. W opisywanym przypadku stabilizowana jest temperatura roztopionego szkła, z dokładnością do 1°C, dla temperatury w zakresie 1200 – 1400°C. Podczas prac nad opracowanymi algorytmami identyfikacji i sterowania, ważnym zagadnieniem było uwzględnienie problemów związanych z rzeczywistymi warunkami prowadzenia wspomnianego procesu, w oparciu o informacje uzyskane od projektantów i użytkowników linii technologicznych do produkcji szkła.

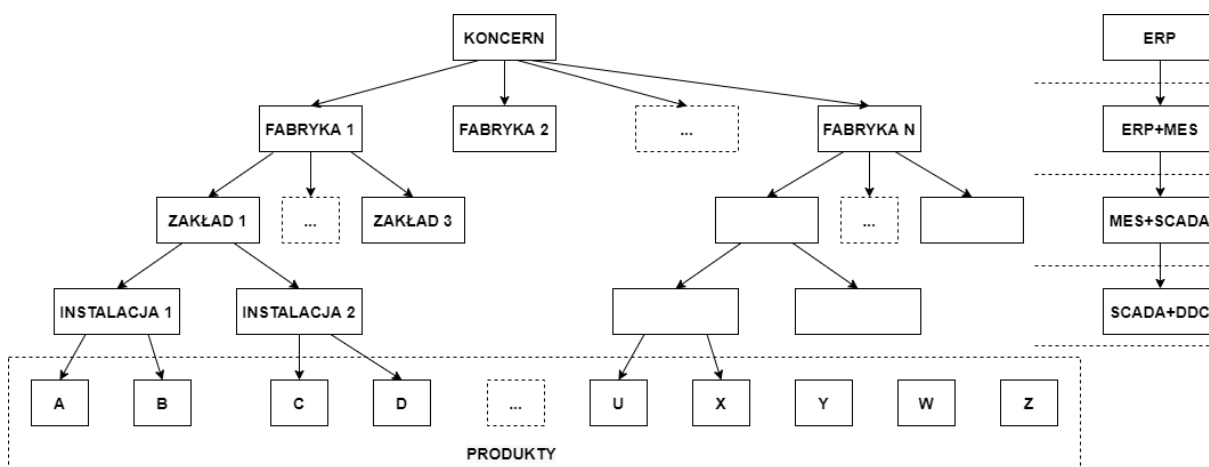
## 1.1. Wielopoziomowe systemy sterowania

W literaturze przedmiotu, opracowaniach internetowych i w popularnych opisach dotyczących wielopoziomowych systemów sterowania, można znaleźć wiele różnych koncepcji opisujących hierarchiczną strukturę takich systemów [3, 4, 5, 6]. Przede wszystkim, można zauważyć dowolność używania przez wielu autorów nazwy poziom (*level, tier*) i warstwa (*layer*), a nawet ich zamienność w jednym tekście. Wydaje się, że ta dowolność wynika ze współistnienia struktur fizycznych, organizacyjnych i zarządczych zakładu produkcyjnego wraz z wielopoziomową strukturą wykorzystywanych platform programistycznych. W pracy przyjęto schematy warstwowego podziału systemu wytwarzania i struktury oprogramowania systemu na podstawie pracy [6].

W celu optymalizacji procesu produkcyjnego, duże firmy (koncerny, korporacje) stosują różne odmiany organizacyjnych i fizycznych struktur uwarunkowanych lokalizacją i rodzajem zadań, charakteryzujących się hierarchicznym uzależnieniem. Przykład poziomów prostej hierarchicznej struktury przedstawiono na rysunku 1.1. Występuje w niej jednokierunkowy przepływ decyzji zarządzających i sterujących „w dół” i brak połączeń zarządczych w obrębie jednego poziomu.

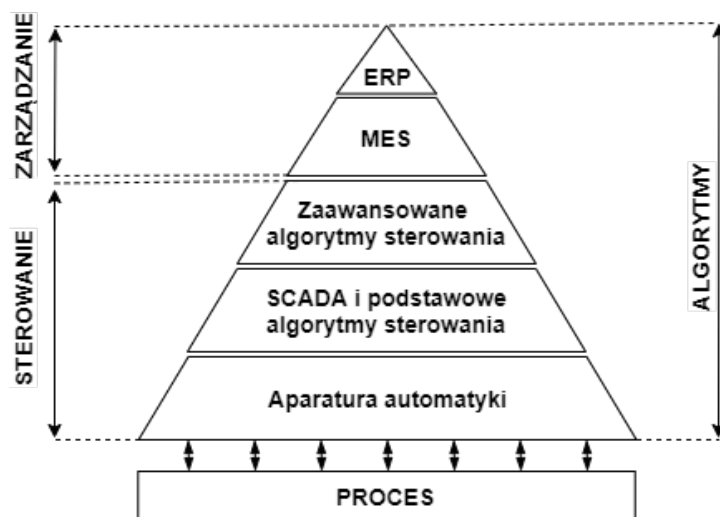
W prezentowanej czteropoziomowej strukturze systemu wytwarzania dla koncernu mogą wystąpić fabryki, zakłady i instalacje. Ta wielopoziomowa struktura hierarchiczna charakteryzuje się ważną własnością. W zdecydowanej większości przypadków, na każdym jej poziomie obowiązuje ten sam typ

wskaźnika jakości oceniającego działanie danego poziomu. Tym wskaźnikiem jest zysk wynikający z produkcji, który należy maksymalizować.



Rys. 1.1. Wielopoziomowa struktura hierarchiczna organizacji systemu wytwarzania.

Na rysunku 1.2 przedstawiono schemat poziomej struktury oprogramowania dla systemu komputerowo zintegrowanego wytwarzania (CIM). Podział na poziomy jest szczególnie zauważalny w przypadku systemów rozproszonych [3].



Rys. 1.2. Wielopoziomowa struktura oprogramowania systemu CIM .

Wśród wspomnianych poziomów wyróżnia się: poziom obsługi inwestycji, planowania i zarządzania typu ERP, poziom obsługi zarządzania typu MES, poziom obsługi zaawansowanych zadań sterowania ACA i poziom sterowania nadrzędnego SCADA, który zapewnia scentralizowany monitoring i wizualizację przebiegu procesu, a także umożliwia komunikację operatora z aparaturą automatyki.

Poziom ERP to oprogramowanie ze wspólną bazą danych do kompleksowego zarządzania przedsiębiorstwem, które w ramach planowania zasobów obejmuje cały obszar biznesowo-osobowy firmy: zaopatrzenie, magazynowanie, sprzedaż, finanse, księgowość, produkcję, kadry.

Poziom MES zapewnia kompleksowe oprogramowanie do realizacji produkcji poprzez jej organizację i operacyjne zarządzanie. Obejmuje takie funkcje jak: rejestracja czasu pracy i przestoju maszyn, diagnostyka urządzeń, harmonogramowanie kolejności zleceń cyklu produkcyjnego dla optymalizacji jego wydajności, bieżące zużycie mediów, generowanie raportów, ustalanie z wyprzedzeniem receptur procesów wsadowych (*batch*) dla kolejnych zleceniodawców. Dodatkowo, śledzone są poziomy magazynowe. Ważną rolę odgrywają standardy przekazywania informacji z poziomu niższego do wyższego, np. standard OPC. W ramach poziomu MES mogą pracować jego wyspecjalizowane narzędzia typu APS dla optymalizacji i harmonogramowania zadań w czasie rzeczywistym, czy CMMS będące klasą systemów informatycznych odpowiedzialnych za gospodarkę remontową i bieżące wspomaganie służb utrzymania ruchu podczas zarządzania parkiem maszynowym oraz magazynami części.

Poziom zaawansowanych algorytmów sterowania umożliwia implementację algorytmów przetwarzania sygnałów w celu modelowania, identyfikacji, estymacji stanu i syntezy sterowania (np. rozwiązywanie równania Riccatiego lub synteza sterowania predykcyjnego). Na tym poziomie można umieścić również historyczne bazy danych przechowujące dane procesowe. Rozwiązania tego typu są implementowane w serwerach aplikacji.

Poziom SCADA jest implementowany na stacjach procesowych dla celów wizualizacji i monitoringu procesu (interfejsy HMI). Umożliwia komunikację operatora z procesem poprzez wyświetlanie aktualnych wartości zmiennych procesowych, obsługę alarmów i umożliwienie zmian wartości zadanych dla poszczególnych pętli regulacji. Na tym poziomie możliwe jest również strojenie regulatorów, np. zmiana nastaw regulatorów PID.

Poniżej poziomów zarządzania i sterowania znajduje się poziom aparatury automatyki, do którego należą programowalne sterowniki PLC, PAC, przetworniki, czujniki i człony wykonawcze.

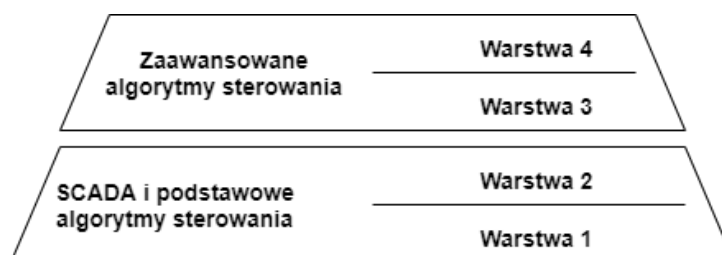
Ważną cechą, która wyróżnia poszczególne poziomy oprogramowania, jest horyzont czasowy dla jakiego są podejmowane decyzje. Im wyższy poziom, tym horyzont jest dłuższy. W przypadku podstawowych algorytmów sterowania czasy próbkowania są najczęściej liczone w sekundach. Dla poziomów wyższych decyzje są podejmowane nawet na kilka dni naprzód [5]. Horyzontem zarządzania dla aplikacji typu ERP może być nawet jeden rok.

Przyporządkowanie czterem poziomom organizacyjnym funkcjonalności poziomów oprogramowania może nie być jednoznaczne, np. na poziomie zarządczym oprócz rozwiązań MES może być też wykorzystywane oprogramowanie typu ERP. Na poziomie zakładu wchodzącego w skład fabryki w większości używane jest tylko oprogramowanie typu MES, a na poziomie instalacji najczęściej spotyka się tylko oprogramowanie SCADA.

Pewne poziomy organizacyjne dzieli się dodatkowo na warstwy, dla których w przeciwieństwie do poziomów organizacyjnych, nie obowiązuje ten sam wskaźnik jakości, czyli zysk. Te lokalne wskaźniki mogą być formułowane w różny sposób np. jako całka z kwadratu błędu, całka z modułu błędu,

czas regulacji, czy mieszane kryterium kwadratowe błędów i kosztów. Ich minimalizacja powinna gwarantować maksymalizację wspólnego wskaźnika przyjętego dla poziomów organizacyjnych tzn. zysku przedsiębiorstwa.

Dla dwóch poziomów programistycznych dotyczących sterowania (ACA i SCADA), można wyodrębnić dodatkowe warstwy sterowania, po dwie na każdy poziom, przedstawione na rysunku 1.3.



Rys. 1.3. Dwupoziomowa struktura algorytmów sterowania.

Szczegóły ulokowania różnych zadań w omawianych czterech warstwach przedstawiono w tabeli 1.1. Praca tych zadań jest koordynowana poprzez dodatkowy podsystem czasu rzeczywistego.

Opisane w niniejszej pracy algorytmy identyfikacji i sterowania mogą być usytuowane w trzeciej i częściowo czwartej warstwie wielopoziomowej struktury przedstawionej na rysunkach 1.2 i 1.3, wchodząc w skład poziomu zaawansowanych zadań sterowania ACA i stanowiąc ważne uzupełnienie dla całego systemu sterowania komputerowego.

## 1.2. Motywacja i cele pracy

Jak już napisano we wstępie, główną motywacją do podjęcia badań, których rezultaty opisano w pracy, była chęć opracowania algorytmów umożliwiających identyfikację *on-line* ciągłych modeli procesu technologicznego i ich zastosowanie do celów sterowania predykcyjnego. Modele takie mogą być użyte podczas samej symulacji, jak również w trakcie syntezy algorytmów sterowania. W części eksperymentalnej pracy skupiono się na ich implementacji dla wybranego procesu wymiany masy i energii jakim jest kondycjonowanie szkła.

Produkcja szkła jest przykładem ciągłego procesu przemysłowego o dużym znaczeniu dla gospodarki [7]. Dwie podstawowe cechy tego procesu to duża energochłonność, jak również praca w reżimie ciągłym. Od momentu uruchomienia instalacji, przez cały czas trwania kampanii pieca szklarskiego (wynoszący 10-12 lat [8]), instalacja jest opalana gazem ziemnym lub olejem opałowym i produkowane są wyroby, pod warunkiem uzyskania pożądanych parametrów produktu. Duże znaczenie ma tutaj proces kondycjonowania, polegający na stopniowym schłodzeniu masy szklarskiej w celu uzyskania pożądanych właściwości fizykochemicznych przed formowaniem. Proces ten odbywa się wewnątrz zasilaczy szklarskich. Są to ceramiczne kanały podzielone na strefy. Temperatura szkła wewnątrz każdej z nich jest kontrolowana przez regulator zgodnie z wartością zadaną wprowadzoną przez operatora.

**Tabela 1.1.** Typowe procedury zaimplementowane na poszczególnych poziomach sterowania.

Nr warstwy	Procedury
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Modelowanie i identyfikacja nieliniowych modeli statycznych wszystkich podprocesów.</li> <li>● Sterowanie nadrzędne optymalnym wyborem punktu pracy w oparciu o modele statyczne.</li> <li>● Procedury minimalizacji kosztów produkcji i maksymalizacji zysku.</li> <li>● Procedury zmiany bieżącego punktu pracy dla regulatorów.</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Zaawansowane algorytmy przetwarzania sygnałów.</li> <li>● Modelowanie i identyfikacja dynamiki podprocesów lub całego procesu.</li> <li>● Obserwacja i estymacja stanu procesu.</li> <li>● Sterowanie dynamiczne wielowymiarowe.</li> <li>● Sterowanie adaptacyjne i przestrajanie regulatorów.</li> <li>● Sterowanie predykcyjne.</li> <li>● Sterowanie inteligentne: rozmyte (<i>fuzzy</i>), odporne (<i>robust</i>), sieci neuronowe.</li> </ul>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Wizualizacja procesu.</li> <li>● Monitoring.</li> <li>● Interfejsy HMI.</li> <li>● Nadzór nad procesem, alarmy.</li> <li>● Ustawianie punktów pracy.</li> <li>● Strojenie regulatorów.</li> </ul>
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Podstawowe algorytmy regulacji, np. zmiana nastaw regulatora PID.</li> </ul>

Uzyskanie zadanych warunków pracy instalacji jest dość trudnym zadaniem, szczególnie krótko po przeprowadzeniu zmiany produkcji, z uwagi na wymaganą dokładność profilu temperaturowego wzdłuż zasilacza. Przejście pomiędzy dwoma punktami pracy dla danej linii produkcyjnej oznacza nie tylko wprowadzenie nowych wartości zadanych temperatur w strefach i ewentualną zmianę osprzętu, ale również wiąże się często ze zmianą wydobycia szkła. Parametr ten definiuje sumaryczną wagę masy szklarskiej jaka przepływa przez zasilacz w ciągu doby. Jest on podawany przez operatora i może być uznany za wiarygodny jedynie podczas niezmiennych warunków pracy. Podczas zmian produkcji możliwe są jego znaczące wahania.

Można znaleźć wiele prac poświęconych modelowaniu procesu kondycjonowania szkła na podstawie znajomości zachodzących zjawisk fizycznych, np. prace [9, 10], jednak modele tego typu są wymagające pod względem obliczeniowym, a ich synteza wymaga dokładnej znajomości parametrów zachodzącego procesu, które zazwyczaj nie są znane dla danej instalacji.

Podczas prac nad opisanymi algorytmami identyfikacji procesu, przyjęto założenie, że ich wykorzystanie powinno być możliwe dla istniejącej instalacji produkcji szkła, przy ograniczonej możliwości

modyfikacji obecnego systemu sterowania, zakładając znajomość jedynie logowanych wartości zmiennych procesowych. Założono również, że dynamika zmian temperatury szkła w strefach zasilacza jest opisywana za pomocą modeli liniowych z czasem ciągłym. Modele tego typu są w stanie odzwierciedlić zmiany temperatury stopionego szkła jedynie w pobliżu zdefiniowanych punktów pracy, dlatego konieczne jest również zastosowanie procedury pozwalającej na znajdowanie nowych punktów pracy instalacji i ponowną identyfikację modeli.

W literaturze znana jest teoria konstrukcji modeli i regulatorów odcinkowych typu Takagi-Sugeno, które wykorzystują logikę rozmytą [11]. Istnieją również twierdzenia dotyczące ich stabilności [12]. To podejście nie wydaje się jednak odpowiednie dla opisywanego problemu. Jak już wcześniej wspomniano, warunki pracy pojedynczej linii produkcyjnej są zależne od wielu zmiennych. Nie wszystkie z nich są mierzalne. Operatorzy instalacji, na podstawie swojego doświadczenia, zwracają uwagę na wpływ takich czynników jak pora roku albo temperatura powietrza wewnątrz hali. Konstrukcja zbioru modeli byłaby więc mocno utrudniona. W przypadku większości zakładów, nie można pozwolić sobie na przeprowadzenie czynnych eksperymentów identyfikacyjnych, ponieważ powoduje to przestoje produkcyjne, co jest bardzo kosztowne z ekonomicznego punktu widzenia. Dodatkowo, biorąc pod uwagę, że parametry instalacji mogą się zmieniać podczas jej eksploatacji, takie eksperymenty musiałyby być przeprowadzane regularnie dla wielu punktów pracy. Uwzględniając powyższe trudności, bierna identyfikacja modeli procesu na podstawie danych uzyskiwanych *on-line*, wydaje się najlepszym rozwiązaniem z praktycznego punktu widzenia.

### 1.3. Tezy pracy

Na podstawie przedstawionych poprzednio celów i założeń pracy, można sformułować dwie tezy rozprawy:

- **Opracowana adaptacyjna metoda identyfikacji dla ciągłych liniowych układów MISO, bazująca na metodzie funkcji modulujących i wykorzystująca całkowite obserwatory stanu, pozwala na dokładne odwzorowanie dynamiki nieliniowego procesu kondycjonowania szkła.**
- **Stworzone adaptacyjne wersje algorytmów sterowania predykcyjnego, wykorzystujące zidentyfikowane modele z czasem ciągłym, pozwalają na efektywne sterowanie procesem kondycjonowania szkła.**

### 1.4. Układ pracy

Praca składa się z ośmiu rozdziałów opisujących aspekty teoretyczne i wyniki przeprowadzonych badań, wstępu oraz podsumowania:

- Rozdział 2. przedstawia metody identyfikacji systemów z czasem ciągłym, ze szczególnym uwzględnieniem metody funkcji modulujących. Opisana jest również opracowana adaptacyjna metoda identyfikacji systemów.
- Rozdział 3. opisuje algorytmy obserwacji stanu systemów, które są używane w stworzonych algorytmach identyfikacji procesu. Szczególną uwagę zwrócono na dokładne obserwatory stanu.
- Rozdział 4. zawiera opis procesu kondycjonowania szkła. Dodatkowo przedstawiono w nim opisane w literaturze modele procesu kondycjonowania i ich wykorzystanie w algorytmach sterowania procesem.
- Rozdział 5. odnosi się do modelu procesu kondycjonowania, który jest stosowany w eksperymentach symulacyjnych.
- Rozdział 6. opisuje opracowany algorytm identyfikacji modeli dynamiki procesu i przedstawia wyniki przeprowadzonych eksperymentów dla zgromadzonych historycznych danych procesowych.
- Rozdział 7. zawiera opisy algorytmów regulacji predykcyjnej stosowane w dalszych częściach pracy. Szczególną uwagę zwrócono na rozwiązania oparte o ciągłe modele procesu.
- Rozdział 8. opisuje modyfikacje algorytmów sterowania, jakie zastosowano dla procesu kondycjonowania szkła. Wyjaśniona została także metoda optymalizacji punktu pracy instalacji w oparciu o zidentyfikowane modele liniowe. W rozdziale przedstawiono również rezultaty przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych.
- Rozdział 9. prezentuje implementację opisanych poprzednio algorytmów identyfikacji i sterowania w systemie czasu rzeczywistego i prezentuje rezultaty przeprowadzonych eksperymentów.

W ostatnim rozdziale pracy podsumowano uzyskane wyniki i zaproponowano możliwości dalszych prac związanych z przedstawioną tematyką.



## 2. Metody identyfikacji systemów z czasem ciągłym

Przez identyfikację systemu, a właściwie identyfikację modelu systemu, rozumie się ostatni etap procesu tworzenia modelu matematycznego dla wybranego systemu fizycznego. Etap ten powinien zagwarantować zgodność wyników symulacyjnych z rzeczywistymi danymi pomiarowymi dla wybranej skali czasowej i zadaną dokładnością. W automatyce modele takie są wykorzystywane głównie do celów sterowania, symulacji i predykcji. Wśród różnych podejść do problemu identyfikacji, najbardziej rozpowszechnione rozwiązania opierają się na modelach dyskretnych [13]. Procedury przetwarzania sygnałów są obecnie realizowane z wykorzystaniem maszyn cyfrowych, więc tego typu systemy wydają się naturalnym wyborem. Pomimo to, modele z czasem ciągłym mają szereg zalet. Taka reprezentacja obiektu jest bardziej intuicyjna i może przekazywać pewne informacje o jego właściwościach, np. dla stacjonarnych modeli liniowych o znanej strukturze połączeń, wartości elementów macierzy  $A, B, C$  w równaniach stanu mogą mieć interpretację fizyczną, wynikającą z podstawowych praw zachowania. Jest to szczególnie istotne dla modeli wykorzystywanych podczas prac projektowych, albo w zagadnieniach diagnostyki procesów [14].

Wszelkie transformacje liniowe stanu  $x(t)$ , poprzez dowolną nieosobliwą macierz  $T$ , np.  $z(t) = Tx(t)$  pozwalają uzyskać pełnoprawne i równoważne równanie dynamiki dla nowego wektora stanu  $z(t)$ , chociaż interpretacja fizyczna dla nowych równań stanu może ulec zatarciu. Przejście z obydwu modeli stanowych na model w postaci transmitancji:

$$G(s) = C [sI - A]^{-1} B = \hat{C} [sI - \hat{A}]^{-1} \hat{B}, \quad (2.1)$$

gdzie:  $\hat{A} = TAT^{-1}$ ,  $\hat{B} = TB$ ,  $\hat{C} = CT^{-1}$ , pozwala uzyskać wspólne równanie różniczkowe  $n$ -tego rzędu z zagregowanymi parametrami będącymi liniowymi lub nieliniowymi funkcjami parametrów modelu początkowego. Mogą być one identyfikowane, a wielu wypadkach możliwe jest odtworzenie wartości parametrów fizycznych danego procesu. Niewątpliwą zaletą modeli z czasem ciągłym jest również fakt, że nie są one zależne od zadanego czasu próbkowania i mogą być łatwo użyte w algorytmach ze zmiennym próbkowaniem. Stąd też popularność zastosowań tego typu modeli wejścia/wyjścia.

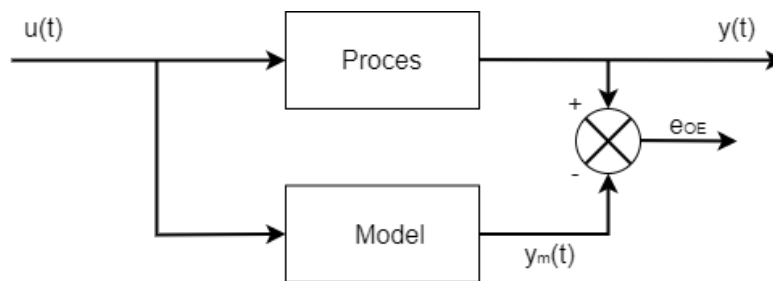
Zazwyczaj przyjmuje się, że liniowy system dynamiczny bez zakłóceń, z jednym wejściem i jednym wyjściem (SISO), jest opisany przez równanie różniczkowe:

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{(j)}(t), \quad (2.2)$$

gdzie należy zidentyfikować  $n + 1$  parametrów  $a$  związanych z pochodnymi sygnału wyjściowego  $y(t)$  i  $m + 1$  parametrów  $b$  dotyczących pochodnych sygnału wejściowego  $u(t)$ , gdzie zwykle  $m < n$ , czasami  $m \leq n$ . W większości przypadków, z powodu braku odpowiednich czujników, wartości pochodnych sygnałów wejściowych i wyjściowych nie są mierzone. Oczywiście możliwe jest ich numeryczne odtworzenie, ale często wiąże się to z dużymi błędami, jeżeli są one nawet w nieznacznym stopniu zakłócone [15]. Często też spotyka się dla modelu (2.2) założenie z góry, że współczynnik  $a_n = 1$ , lub współczynnik  $a_0 = 1$ , co może upraszczać zadania projektowe sterowania, ale z punktu widzenia dokładności modelu na etapie jego identyfikacji może nie być korzystne [16].

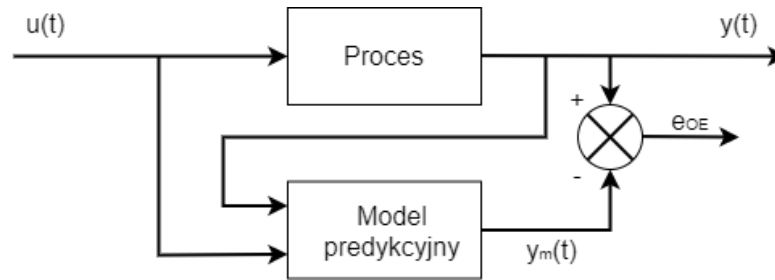
Zanim zostaną opisane stosowane w pracy metody identyfikacji systemów, wyjaśniona zostanie używana metodologia. W literaturze przedmiotu spotyka się bowiem dwie główne struktury identyfikacyjne oparte o błędy wyjścia i błędy równania. Poniżej zostaną krótko przedstawione różne ich wersje:

- Struktura identyfikacyjna oparta o różnicę pomiędzy wyjściem systemu rzeczywistego i wyjściem modelu, wykorzystująca jedynie informacje o bieżącej wartości błędu wyjściowego, przedstawiona na rysunku 2.1. Podczas obliczeń nie są używane historyczne wartości mierzonego wejścia i wyjścia procesu. Powoduje to, że standardowo wykorzystywane kwadratowe wskaźniki jakości zależą nieliniowo od nieznanych parametrów modelu. Do ich minimalizacji można zastosować jedynie nieliniowe metody optymalizacji statycznej. W literaturze metody te są nazywane metodami błędu wyjścia (OEM), gdyż porównują bieżące wartości wyjścia procesu i modelu [17]. Takie podejście nie będzie wykorzystywane w pracy.



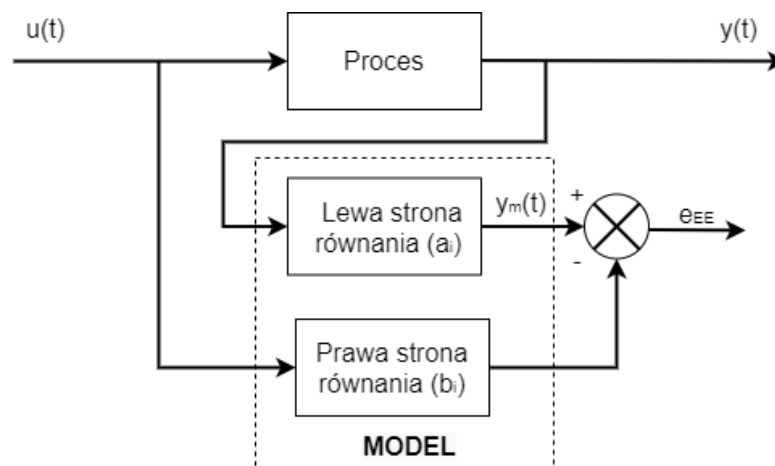
**Rys. 2.1.** Nieliniowa metoda błędu wyjścia.

- Struktura identyfikacyjna oparta o różnicę pomiędzy wyjściem systemu rzeczywistego i wyjściem modelu, wykorzystująca informacje historyczne, przedstawiona na rysunku 2.2. Podczas obliczeń używane są zapisane wartości sygnałów wejściowych i wyjściowych (odcinki funkcji  $u(t)$  i  $y(t)$ ). Metody tego typu są nazywane metodami predykcyjnymi błędu (PEM), jednakże często spotyka się również nazwę metod błędu wyjścia [13]. Ze względu na ich ważną cechę, gwarantującą liniową zależność kwadratowych wskaźników jakości od nieznanych parametrów i możliwość otrzymania analitycznych wzorów na ich minimalizację, będą one rozważane w dalszej części pracy i to do nich odnosić się będzie oznaczenie OEM.



Rys. 2.2. Liniowa metoda błędu wyjścia.

- Struktura identyfikacyjna oparta o różnicę pomiędzy lewą i prawą stroną równania różniczkowego/różnicowego, przedstawiona na rysunku 2.3. Procedura identyfikacji wykorzystuje informacje o historycznych wartościach wejścia i wyjścia systemu (odcinki funkcji  $u(t)$  i  $y(t)$ ). Zastosowana idea identyfikacji znajduje swoje uzasadnienie w samej budowie modeli opartych o prawa fizyki. Z lewej strony równania różniczkowego występują pochodne odpowiedzi  $y(t)$  związane z rzędem równania (liczba zbiorników energii), natomiast z prawej strony pochodne sterowania  $u(t)$  związane ze strukturą toru sterowania. Obie strony muszą być sobie równe w każdej chwili czasu. Metody z tej grupy również gwarantują zależność liniową kwadratowych wskaźników jakości od nieznanymi parametrów i umożliwiają otrzymanie analitycznych wzorów na ich minimalizację. Będą one również rozważane w dalszej części pracy pod nazwą metod błędu równania (EEM).



Rys. 2.3. Metoda błędu równania.

Istnieje wiele procedur identyfikacji, których celem jest znalezienie wartości parametrów modelu z czasem ciągłym. W publikacjach [15, 18] procedury te są podzielone na dwie grupy:

- Metody pośrednie - najpierw otrzymywany jest model dyskretny, którego parametry są pozbawione jakiegokolwiek interpretacji fizycznej, a dopiero w drugim kroku, na jego podstawie, jest otrzymywany model z czasem ciągłym. Zaletą tego podejścia jest możliwość wykorzystania wielu

istniejących metod identyfikacji dla modeli dyskretnych, zwłaszcza wysokiego rzędu, gdyż procedury całkowania są w naturalny sposób zamieniane na sumowanie i stąd możliwość wykorzystania zapisów rachunku macierzowego. Przekształcenie modelu dyskretnego na ciągły nie zawsze jednak pozwala na osiągnięcie satysfakcjonujących wyników.

- Metody bezpośrednie - od razy uzyskiwany jest model procesu z czasem ciągłym. Dla pewnych grup modeli (modele pierwszego albo drugiego rzędu, modele Strejca) znane są wzory analityczne na ich odpowiedź skokową i istnieją łatwe aktywne metody identyfikacji [19]. Zostały również opracowane bierne metody identyfikacji, niewymagające przeprowadzania czynnych eksperymentów, dla liniowych układów z czasem ciągłym dowolnego rzędu. Wymagają one jednak większego nakładu obliczeniowego i stąd nie są popularne wśród praktyków. Pozwalają natomiast uzyskać większą dokładność modelowania i dlatego warto je stosować w zastosowaniach przemysłowych.

Dla bezpośredniej ciągłej identyfikacji można wyróżnić trzy główne grupy metod [18]:

- Metody bazujące na wielokrotnej filtracji sygnałów, wykorzystujące filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (IIR).
- Metody wykorzystujące spektralną charakterystykę sygnałów.
- Metody funkcji modulujących, wykorzystujące filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR).

Poszczególne algorytmy zostaną omówione w osobnych podrozdziałach, ze szczególnym uwzględnieniem metody funkcji modulujących, z uwagi na jej wykorzystanie w dalszej części pracy.

## 2.1. Metody bazujące na wielokrotnej filtracji sygnałów

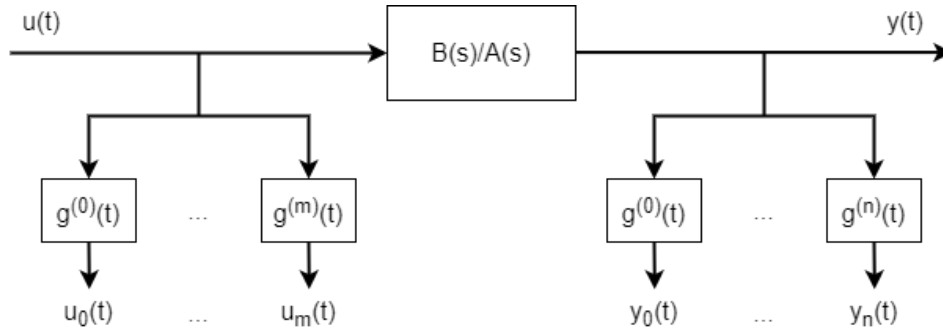
Metody bazujące na wielokrotnej filtracji zostały stworzone stosunkowo wcześniej i początkowo były realizowane z wykorzystaniem maszyn analogowych. Obecnie są one implementowane programowo. Należy pamiętać, że pomimo działania na dyskretnych ciągach próbek, sam model procesu jest ciągły i nie podlega dyskretyzacji. Metody tego typu opierają się na filtracji sygnałów wejściowych i wyjściowych procesu z wykorzystaniem ciągów identycznych połączonych filtrów o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (IIR). Schemat takiej procedury zaprezentowano na rysunku 2.4.

Idea filtracji zmiennych stanu została omówiona w pracy [20]. Dla równania (2.2), po transformacji z użyciem funkcji filtrującej  $g(t)$ , można uzyskać równanie w postaci (2.3):

$$\sum_{i=0}^n a_i \int_{t_0}^t y^{(i)}(\tau)g(t-\tau)d\tau = \sum_{j=0}^m b_j \int_{t_0}^t u^{(j)}(\tau)g(t-\tau)d\tau. \quad (2.3)$$

Po wprowadzeniu nowych zmiennych:

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \int_{t_0}^t y^{(i)}(\tau)g(t-\tau)d\tau, \quad i = 0, \dots, n, \\ u_j(t) &= \int_{t_0}^t u^{(j)}(\tau)g(t-\tau)d\tau, \quad j = 0, \dots, m, \end{aligned} \quad (2.4)$$



**Rys. 2.4.** Schemat otrzymania nowych zmiennych dla metod opartych o filtrację sygnałów

równanie (2.3) może zostać zapisane w postaci (2.5):

$$\sum_{i=0}^n a_i y_i(t) = \sum_{j=0}^m b_j u_j(t) + e(t). \quad (2.5)$$

Zmienna  $e(t)$  reprezentuje różnice spowodowane przez szумы pomiarowe i niedokładności modelowania. Wykorzystując zasadę całkowania przez części, nowe zmienne można również przedstawić jako:

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \int_{t_0}^t y(\tau) g^{(i)}(t - \tau) d\tau + \epsilon_{y_i}(t_0, t), \quad i = 0, \dots, n, \\ u_j(t) &= \int_{t_0}^t u(\tau) g^{(j)}(t - \tau) d\tau + \epsilon_{u_j}(t_0, t), \quad j = 0, \dots, m, \end{aligned} \quad (2.6)$$

gdzie wartości  $\epsilon_{y_i}(t_0, t)$  i  $\epsilon_{u_j}(t_0, t)$  zależą od wartości pochodnych sygnałów w chwilach  $t_0$  i  $t$ , a także od wartości funkcji filtrujących w chwilach 0 i  $t - t_0$ :

$$\begin{aligned} \epsilon_{y_i}(t_0, t) &= \sum_{k=0}^{i-1} \{y^{(k)}(t) g^{(i-1-k)}(0_-) - y^{(k)}(t_0_-) g^{(i-1-k)}(t - t_0)\}, \\ \epsilon_{u_j}(t_0, t) &= \sum_{k=0}^{j-1} \{u^{(k)}(t) g^{(j-1-k)}(0_-) - u^{(k)}(t_0_-) g^{(j-1-k)}(t - t_0)\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Wymienione wartości początkowe sygnałów można wyrazić jako:

$$\begin{aligned} y^{(i)}(t_{0-}) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} y^{(i)}(t = t_0 - \epsilon), \quad i = 0, \dots, n - 1, \\ u^{(j)}(t_{0-}) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} u^{(j)}(t = t_0 - \epsilon), \quad i = 0, \dots, m - 1, \\ g^{(k)}(0_-) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} g^{(k)}(t = -\epsilon), \quad k = 0, \dots, n - 1. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Celem procedury identyfikacji jest znalezienie wektora parametrów  $\theta$ , który będzie minimalizował wartość błędu  $e(t)$ . Zakładając, że wartość współczynnika  $a_0$  jest równa 1, co oznacza zastosowanie metody błędu wyjścia (OEM), zadanie może zostać rozwiązane z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów:

$$\theta = (M^T M)^{-1} M^T y_0, \quad (2.9)$$

gdzie:  $\theta = [a_1 \dots a_n \ b_0 \dots b_m]^T$ ,  $M = [-\mathbf{y}_1 \dots -\mathbf{y}_n \ \mathbf{u}_0 \dots \mathbf{u}_m]$ . Wektory  $\mathbf{y}_i = [y_i(t_0) \dots y_i(t)]^T$  i  $\mathbf{u}_i = [u_i(t_0) \dots u_i(t)]^T$  składają się z przefiltrowanych sygnałów wyjściowych i wejściowych. Ich rozmiary zależą od długości okna identyfikacji.

Jak łatwo zauważyć, do dokładnego wyliczenia wartości sygnałów  $y_i(t)$  i  $u_i(t)$  potrzebna jest wiedza na temat wartości pochodnych wyjścia i wejścia systemu w chwilach  $t_0$  i  $t$ . Informacja ta najczęściej nie jest dostępna, co może wpływać na dokładność otrzymywanej estymaty parametrów i jest pewną wadą samej metody. W pracy [20] podano, że wpływ tych wartości na wynik identyfikacji jest minimalizowany pod warunkiem przyczynowości i stabilności zastosowanego filtra opisanego funkcją  $g(t)$ .

W literaturze można znaleźć różne sposoby doboru funkcji filtrującej  $g(t)$ . W pracy [15] zaproponowano zestaw filtrów o transmitancjach operatorowych:

$$G_k(s) = \frac{s^k}{(s + \lambda)^n}, \quad (2.10)$$

gdzie:  $k \in (0, \dots, n)$ ,  $\lambda$  - parametr definiujący pasmo przepuszczania filtra. Często wykorzystuje się również tzw. łańcuch filtrów Poissona [21], gdzie poszczególne funkcje mają postać:

$$g_k(t) = \frac{t^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (2.11)$$

a ich transmitancje operatorowe można zapisać jako:

$$G_k(s) = \frac{1}{(s + \lambda)^{k+1}}. \quad (2.12)$$

W pracy [18] zauważono, że w wielu aplikacjach wykorzystywane są filtry dla których  $\lambda = 0$ .

Należy wspomnieć o jeszcze jednej metodzie opierającej się na wielokrotnym całkowaniu sygnałów wejściowych i wyjściowych. W literaturze jest ona oznaczana akronimem LIF [22, 23, 24]. Polega na zastosowaniu operatora, będącego filtrem o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR), dla sygnałów wejściowych i wyjściowych:

$$J_i^n x(t) = \int_{t-h}^t \int_{t_1-h}^{t_1} \dots \int_{t_{n-1}-h}^{t_{n-1}} x^{(i)}(t_n) dt_n \dots dt_1. \quad (2.13)$$

Procedura jest przeprowadzana dla ruchomego okna  $[t-h, t]$ , gdzie  $h$  jest parametrem strojenia metody.

Zakładając, że w identyfikowanym systemie (2.2) występuje tylko zerowa pochodna sygnału sterującego, można dla niego zapisać równanie w postaci:

$$a_n J_n^n y(t) + \dots + a_0 J_0^n y(t) = b_0 J_0^n u(t). \quad (2.14)$$

Utworzone równanie algebraiczne (2.14) zawiera parametry  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$  oryginalnego systemu. Mogą być one zidentyfikowane, podobnie jak poprzednio, z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. Wcześniej należy jednak wyliczyć wartości przetransformowanych sygnałów wejściowych i wyjściowych. Można wykorzystać w tym celu dyskretną realizację operatora  $J$ :

$$J_i^n \approx \left(\frac{T}{2}\right)^{n-i} (1 + q^{-1})^{n-i} (1 - q^{-1})^i (1 + q^{-1} + \dots + q^{-L+1})^n, \quad (2.15)$$

gdzie:  $T$  - czas próbkowania,  $q^{-1}$  - operator opóźnienia jednostkowego,  $L$  - liczba okresów próbkowania dla  $h = L \cdot T$ .

## 2.2. Metody wykorzystujące spektralną charakterystykę sygnałów

Metody oparte o spektralną charakterystykę sygnałów wykorzystują ideę przedstawienia sygnałów procesowych za pomocą szeregu funkcji ortogonalnych  $\xi_i(t)$ , gdzie  $i = 1, 2, \dots, \infty$  na danym interwale czasowym  $[0, t]$ . W pracy [18] podano przykład działania metody dla modelu liniowego w postaci (2.2). Założono, że opisuje on system pierwszego rzędu. Po obustronnym scałkowaniu równania (2.2), otrzymano równanie w postaci:

$$ay(t) - ay(0)s(t) + \int_0^t y(\tau)d\tau = b \int_0^t u(\tau)d\tau. \quad (2.16)$$

W opisywanym przypadku równanie (2.2) powinno zostać scałkowane  $n$  razy, w zależności od rzędu najwyższej pochodnej wyjścia występującej w równaniu. Sygnały wejściowe i wyjściowe, a także funkcje skoku jednostkowego  $s(t)$  przedstawiono za pomocą sumy dwóch funkcji ortogonalnych pomnożonych przez odpowiednie współczynniki.

$$\begin{aligned} y(t) &\approx y_1\xi_1(t) + y_2\xi_2(t), \\ u(t) &\approx u_1\xi_1(t) + u_2\xi_2(t), \\ s(t) &\approx s_1\xi_1(t) + s_2\xi_2(t). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Po podstawieniu powyższych zależności do równania (2.16), można uzyskać równanie (2.18):

$$\begin{aligned} ay_1\xi_1(t) + ay_2\xi_2(t) - ay(0)s_1\xi_1(t) - ay(0)s_2\xi_2(t) + y_1e_{11}\xi_1(t) + y_1e_{12}\xi_2(t) \\ + y_2e_{21}\xi_1(t) + y_2e_{22}\xi_2(t) \approx bu_1e_{11}\xi_1(t) + bu_1e_{12}\xi_2(t) + bu_2e_{21}\xi_1(t) + bu_2e_{22}\xi_2(t), \end{aligned} \quad (2.18)$$

gdzie współczynniki  $e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}$  wynikają z zależności (2.19) dla wartości całek funkcji ortogonalnych:

$$\begin{aligned} \int_0^t \xi_1(\tau)d\tau &\approx e_{11}\xi_1(t) + e_{12}\xi_2(t), \\ \int_0^t \xi_2(\tau)d\tau &\approx e_{21}\xi_1(t) + e_{22}\xi_2(t). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Równanie (2.18) można zapisać w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} y(0)s_1 - y_1 & u_1e_{11} + u_2e_{21} \\ y(0)s_2 - y_2 & u_1e_{12} + u_2e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1e_{11} + y_2e_{21} \\ y_1e_{12} + y_2e_{22} \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

$M$   $\theta$   $y$

Wektor parametrów  $\theta$ , podobnie jak poprzednio, można wyliczyć z użyciem metody najmniejszych kwadratów:

$$\theta = (M^T M)^{-1} M^T y. \quad (2.21)$$

W artykule przeglądowym [18] wymieniono szereg możliwych typów funkcji ortogonalnych, np. funkcje Walsh'a, Haara, Laguerre'a, Fouriera. Interesujące podejście zostało zaprezentowane w pracy [25], gdzie tzw. hybrydowe funkcje ortogonalne mogą zostać użyte w modelowaniu systemów z nieciągłościami, co jest szczególnie przydatne np. w energoelektronice.

### 2.3. Metoda funkcji modulujących

Metoda funkcji modulujących (MFM) została po raz pierwszy opisana przez M. Shinbrota w pracach [26] i [27]. Sama idea jest bardzo podobna do procedury opisanej w podrozdziale 2.1, tak że niektórzy autorzy nie rozróżniają tych dwóch grup metod. Istnieje jednak zasadnicza różnica pomiędzy obydwojma podejściami. Funkcja modulująca ma mieć skończony nośnik (w odróżnieniu od opisanej poprzednio funkcji filtrującej), powinna więc zerować się poza pewnym skończonym interwałem, w którym jest ona splatana z zarejestrowanymi sygnałami dla wejść i wyjść modelu [28]. Wynika stąd przewaga opisywanego podejścia, polegająca na usunięciu wpływu na wynik procedury identyfikacji warunków początkowych i warunków na końcu przedziału dla identyfikowanego systemu.

Metoda funkcji modulujących także opiera się na regule całkowania przez części. Zarejestrowane sygnały są splatane z funkcją modulującą  $\phi(t)$  zdefiniowaną dla interwału  $[0, h]$ . Funkcja  $\phi^{(i)}(\tau)$  powinna spełniać warunki brzegowe:  $\phi(0) = \dots = \phi^{(n-1)}(0) = 0$  i  $\phi(h) = \dots = \phi^{(n-1)}(h) = 0$ , reprezentuje więc teoretyczny filtr o skończonej odpowiedzi impulsowej (FIR) [29]. Po scałkowaniu lewej i prawej części równania (2.2), wykorzystuje się następującą zależność:

$$\begin{aligned} a_i \int_0^h y^{(i)}(\tau) \phi(\tau) d\tau &= a_i (-1)^i \int_0^h y(\tau) \phi^{(i)}(\tau) d\tau, \\ b_j \int_0^h u^{(j)}(\tau) \phi(\tau) d\tau &= b_j (-1)^j \int_0^h u(\tau) \phi^{(j)}(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (2.22)$$

gdzie:  $i \in 0, \dots, n, j \in 0, \dots, m$ .

Po ich zastosowaniu w wersji splotowej otrzymuje się nowy model algebraiczny, a równość obu stron równania (2.2), pomimo takiej transformacji, jest dalej utrzymana:

$$\sum_{i=0}^n a_i y_i(t) = \sum_{j=0}^m b_j u_j(t). \quad (2.23)$$

Aby uzyskać wektor identyfikowanych parametrów systemu (2.2) lub (2.23) możliwe są trzy podejścia [30]. W dwóch pierwszych, należy przeprowadzić  $N$  eksperymentów, żeby uzyskać  $N$  niezależnych równań algebraicznych, gdzie zwykle  $N \gg n + m$ :

- Stosuje się  $N$  różnych funkcji modulujących  $\phi_k(\tau)$ , gdzie  $k \in 1, \dots, N$ , np. dla każdej  $i$ -tej pochodnej sygnału  $y(t)$  otrzymuje się  $N$  różnych wartości poniższych całek skończonych:

$$a_i \int_0^h y^{(i)}(\tau) \phi_k(\tau) d\tau = a_i (-1)^i \int_0^h y(\tau) \phi_k^{(i)}(\tau) d\tau. \quad (2.24)$$

- Stosuje się pojedynczą funkcję  $\phi(t)$ , zdefiniowaną na przedziale  $[0, h]$ , dla  $N$  przedziałów o tej samej długości  $h$ , na które podzielono sygnał  $y(\tau)$  i  $u(\tau)$ , gdzie  $k \in 1, \dots, N$ :

$$a_i \int_{t_k-h}^{t_k} y^{(i)}(\tau) \phi(\tau) d\tau = a_i (-1)^i \int_{t_k-h}^{t_k} y(\tau) \phi^{(i)}(\tau) d\tau. \quad (2.25)$$

W trzecim podejściu wykonuje się jeden ciągły eksperyment w przedziale  $[0, T_{ID}]$ :



- W przedziale  $(-\infty, \infty)$  stosuje się splot z pojedynczą funkcją modulującą o zwartym nośniku  $[0, h]$ , dla utworzenia przesuwne go okna o szerokości  $[t-h, t]$ . Ostateczną procedurę identyfikacji przeprowadza się w przedziale  $[0, T_{ID}]$ :

$$a_i \int_{-\infty}^{\infty} y^{(i)}(\tau) \phi(t - \tau) d\tau = a_i \int_{t-h}^t y(\tau) \phi^{(i)}(t - \tau) d\tau = a_i \int_0^h y(t - \tau) \phi^{(i)} d\tau \stackrel{\text{def}}{=} a_i y_i(t). \quad (2.26)$$

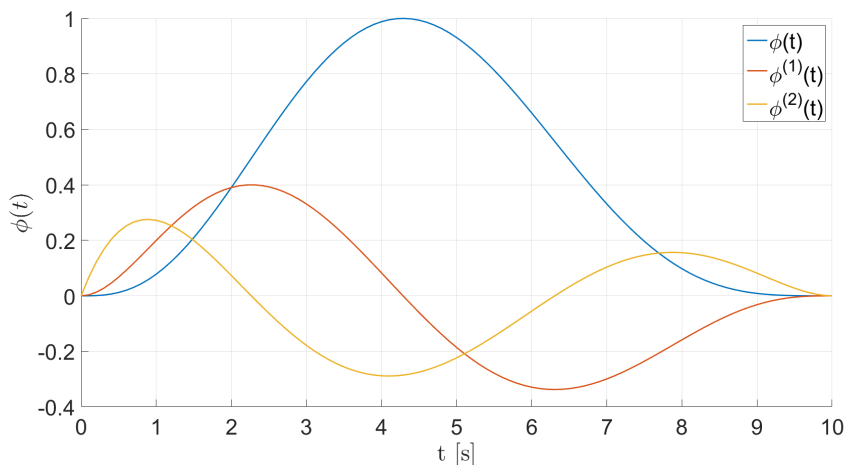
Otrzymane nowe funkcje  $y_i(t)$  i  $u_i(t)$  są tworzone dla przedziału  $t \in [h, T_{ID}]$ , poprzez ruchome okno o szerokości  $h$ , co można interpretować jako nieskończoną liczbę eksperymentów - każdy wykonany w bieżącej chwili  $t$ . Szczegółowy opis tej wersji metody funkcji modulujących został przedstawiony w pracach [16, 31] dla obiektów SISO, jak również dla obiektów z wieloma wejściami i wyjściami (MIMO) [32]. Podejście to zostanie również wyjaśnione w dalszej części pracy.

### 2.3.1. Zasady doboru funkcji modulujących

W literaturze można znaleźć wiele różnych typów funkcji modulujących. Przegląd stosowanych rozwiązań znajduje się w artykule [28]. W pierwszych pracach [26, 27] zostały użyte funkcje sinusoidalne. W późniejszych latach, zastosowano także funkcje sklejane, np. [33, 34, 35]. Duże znaczenie mają funkcje Fouriera [36, 37] i funkcje Hartleya [38], ponieważ pozwalają na identyfikację systemów bezpośrednio w dziedzinie częstotliwości, z wykorzystaniem istniejących metod przetwarzania sygnałów. W pracy [39] wprowadzono wielomiany w postaci zaproponowanej przez Loeba-Cahena:

$$\phi(t) = t^N (h - t)^M, \quad (2.27)$$

gdzie:  $h$  - szerokość nośnika funkcji,  $N, M$  - ustalone parametry. Funkcje Loeba-Cahena zostaną także użyte w dalszych eksperymentach. Przykładowe ich wykresy (znormalizowane tak, że największa wartość  $\phi(t)$  jest równa 1) przedstawiono na rysunku 2.5.



Rys. 2.5. Wykresy funkcji Loeba-Cahena dla  $N = 3, M = 4, h = 10$  s.

Dla zadania identyfikacji systemu w przedziale  $[t_0, T_{ID}]$ , funkcja modulująca  $\phi(t)$  powinna być zdefiniowana dla całej przestrzeni  $\mathbb{R}$  i spełniać warunki zdefiniowane poniżej [31]:

- $\phi(t)$  jest różna od 0 dla przedziału  $[0, h]$  i zeruje się na jego krańcach,
- $\phi(t) \in C^{n-1}[0, h]$  - funkcja powinna być  $n - 1$  razy różniczkowalna, gdzie:  $n$  - najwyższa pochodna występująca w równaniu (2.2),
- $\phi^{(i)}(0) = \phi^{(i)}(h) = 0$  dla  $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ,
- $y * \phi = 0 \Rightarrow y = 0$  w interwale  $[t_0 + h, T_{ID}]$ . Warunek ten wyklucza np. wszystkie funkcje symetryczne:

$$\phi\left(\frac{h}{2} + t\right) = \phi\left(\frac{h}{2} - t\right) \quad \forall t \in \left(0, \frac{h}{2}\right). \quad (2.28)$$

W literaturze można znaleźć także opisy rozwiązań, których celem jest możliwie najlepsze dobranie funkcji modulujących dla konkretnego problemu poprzez procedurę adaptacji. Algorytm tego typu, dla problemu identyfikacji parametrów cząstkowego równania różniczkowego, został opisany w pracy [40]. Zauważono tam, że nośnik funkcji modulującej powinien pokrywać się z przedziałem, w którym sygnał pomiarowy podlega największym zmianom.

### 2.3.2. Identyfikacja parametrów sytemu za pomocą metody błędu wyjścia (OEM)

Poniżej zostanie przedstawiona często stosowana dyskretna wersja metody funkcji modulujących, pozwalająca zminimalizować sumę kwadratów błędów dla wyjścia identyfikowanego systemu (OEM). W tym celu, dla  $N$  wybranych chwil czasu, zostaną otrzymane równania algebraiczne przez scałkowanie równań różniczkowych. Opisana procedura dotyczy systemów z wieloma wejściami i jednym wyjściem (MISO). Obiekty tego typu zostaną użyte w dalszych częściach pracy do modelowania dynamiki odcinka ciągu technologicznego produkcji szkła.

Liniowy system MISO, z  $K$  wejściami i jednym wyjściem, może zostać opisany za pomocą równania różniczkowego:

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{j=0}^{m_k} b_{kj} u_k^{(j)}(t) = \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} u_1^{(j)}(t) + \dots + \sum_{j=0}^{m_K} b_{Kj} u_K^{(j)}(t). \quad (2.29)$$

Powyższe równanie opisuje związek pomiędzy  $n$  pochodnymi sygnału wyjściowego  $y(t)$  i pochodnymi sygnałów wejściowych  $u_k(t)$ , gdzie  $k = 1, \dots, K$ . Każdy z sygnałów wejściowych ma  $m_k$  pochodnych, gdzie  $m_k < n$ . Po uwzględnieniu zależności:

$$y_i(t) = \int_0^h y(t - \tau) \phi^{(i)}(\tau) d\tau, \quad (2.30)$$

$$u_{kj}(t) = \int_0^h u_k(t - \tau) \phi^{(j)}(\tau) d\tau, \quad (2.31)$$

równanie różniczkowe (2.29) dla danej chwili  $t$ , gdzie  $t \in [t_0 + h, T_{ID}]$  można przekształcić do postaci algebraicznej:

$$\sum_{i=0}^n a_i y_i(t) = \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} u_{1j}(t) + \dots + \sum_{j=0}^{m_K} b_{Kj} u_{Kj}(t) + \epsilon(t). \quad (2.32)$$

Wartość  $\epsilon(t)$  zależy od szumów pomiarowych i ewentualnych błędów linearyzacji modelu. Błąd średniokwadratowy jest minimalizowany podczas procedury identyfikacji.

Przy założeniu  $a_0 = 1$ , wartości pozostałych parametrów  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$  w równaniu (2.29) można wyliczyć wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów:

$$(\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{y}_0 = [\mathbf{a} \ \mathbf{b}_1 \ \dots \ \mathbf{b}_K]^T, \quad (2.33)$$

gdzie macierz:  $\mathbf{M} = [-\mathbf{y}_1 \ \dots \ -\mathbf{y}_n \ \mathbf{u}_{10} \ \dots \ \mathbf{u}_{1m_1} \ \dots \ \mathbf{u}_{K0} \ \dots \ \mathbf{u}_{Km_K}]$  składa się z wektorów kolumnowych, zawierających wartości zmodulowanych sygnałów odpowiadających wejściom i wyjściu systemu w różnych chwilach czasu, wektor  $\mathbf{a} = [a_1 \ \dots \ a_n]$  odpowiada zidentyfikowanym parametrom dla wyjścia systemu i jego pochodnych, a wektory  $\mathbf{b}_k = [b_{k0} \ \dots \ b_{km_k}]$  odpowiadają zidentyfikowanym parametrom dla  $k$ -tego wejścia systemu MISO. Symetryczna kwadratowa macierz  $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$  jest macierzą regresji liniowej.

### 2.3.3. Optymalna identyfikacja parametrów systemu za pomocą metody błędu równania (EEM)

Nieco inne podejście do rozwiązania zadania identyfikacji, niż opisane powyżej, zostało przedstawione w pracach [16, 31, 32]. Zaprezentowano tam ciągłą wersję metody funkcji modulujących, umożliwiającą optymalną identyfikację parametrów modelu dla różnych ograniczeń na ich wartości, minimalizującą błąd pomiędzy obydwoma stronami równania algebraicznego (EEM). Odpowiednikiem macierzy regresji liniowej jest macierz Grama  $\mathbf{G}$ , stworzona ze wszystkich funkcyjnych iloczynów skalarnych sygnałów wejściowych i wyjściowych (łącznie z  $y_0(t)$ ).

Wartość błędu obydwu stron równania  $\epsilon(t)$  w równaniu (2.32) można zapisać jako:

$$\begin{aligned} \epsilon(t) = \mathbf{c}^T(t) \boldsymbol{\theta} = & [y_0(t) \ \dots \ y_n(t) - u_{10}(t) \ \dots - u_{1m_1}(t) \ \dots \\ & - u_{K0}(t) \ \dots - u_{Km_K}(t)] [\mathbf{a} \ \mathbf{b}_1 \ \dots \ \mathbf{b}_K]^T, \end{aligned} \quad (2.34)$$

gdzie:  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n+m_1+\dots+m_K+K+1}$ .

Problem minimalizacji błędu w przestrzeni  $L^2[t_0 + h, T_{ID}]$  przedstawia się jako:

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} J^2 = \min \|\epsilon(t)\|_{L^2[t_0+h, T]}^2 = \min \|\mathbf{c}(t)^T \boldsymbol{\theta}\|_{L^2[t_0+h, T]}^2. \quad (2.35)$$

Norma  $\epsilon(t)$  w równaniu (2.35), po zastosowaniu iloczynu skalarnego, ma postać:

$$J^2 = \langle \mathbf{c}^T(t) \boldsymbol{\theta}, \mathbf{c}^T(t) \boldsymbol{\theta} \rangle_{L^2} = \boldsymbol{\theta}^T \langle \mathbf{c}(t), \mathbf{c}^T(t) \rangle \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{G} \boldsymbol{\theta}. \quad (2.36)$$

Macierz Grama  $\mathbf{G}$  składa się z iloczynów skalarnych sygnałów wejściowych i wyjściowych:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}\mathbf{Y} & \mathbf{Y}\mathbf{U}_1 & \dots & \mathbf{Y}\mathbf{U}_K \\ \mathbf{U}_1\mathbf{Y} & \mathbf{U}_1\mathbf{U}_1 & \dots & \mathbf{U}_1\mathbf{U}_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{U}_K\mathbf{Y} & \mathbf{U}_K\mathbf{U}_1 & \dots & \mathbf{U}_K\mathbf{U}_K \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

gdzie:

$$\mathbf{Y}\mathbf{Y}(i, j) = \langle y_i, y_j \rangle, \quad i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots n,$$

$$\mathbf{Y}\mathbf{U}_k(i, j) = -\langle y_i, u_{kj} \rangle, \quad k = 1 \dots K, \quad i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots m_k,$$

$$\mathbf{U}_k\mathbf{Y}(i, j) = -\langle u_{ki}, y_j \rangle, \quad k = 1 \dots K, \quad i = 1 \dots m_k, \quad j = 1 \dots n,$$

$$\mathbf{U}_k\mathbf{U}_l(i, j) = \langle u_{ki}, u_{lj} \rangle, \quad k = 1 \dots K, \quad l = 1 \dots K, \quad i = 1 \dots m_k, \quad j = 1 \dots m_l.$$

Iloczyny skalarne w przestrzeni  $L^2$  są tworzone przez scałkowanie iloczynów odpowiednich sygnałów, np.:

$$\langle y_i, u_{kj} \rangle = \int_{t_0+h}^{T_{ID}} y_i(\tau) u_{kj}(\tau) d\tau. \quad (2.38)$$

Należy zauważyć, że w odróżnieniu od procedury opisanej poprzednio, gdzie równania algebraiczne były otrzymywane dla  $N$  wybranych chwil czasu, iloczyny skalarne są wyliczane dla całego przedziału identyfikacji. Dyskretyzacja ma miejsce dopiero na etapie implementacji metod całkowania numerycznego. Macierz  $\mathbf{G}$  jest symetryczna, dodatnio określona i ma rzeczywiste wartości własne. Przypadek, w którym macierz staje się osobliwa oznacza, że wartość błędu  $\epsilon(t)$  jest równa 0, co w praktyce nie jest możliwe ze względu na występujące w pomiarach nieskorelowane zakłócenia [14].

W związku z dopuszczeniem do optymalizacji wszystkich parametrów (łącznie z  $a_0$ ), należy uniknąć rozwiązania trywialnego dla problemu (2.35), wprowadzając dodatkowe ograniczenie na wartości identyfikowanych parametrów. Problem znajdowania optymalnych ograniczeń dla zadania identyfikacji EE zostanie przedstawiony poniżej.

Zadany z góry (dowolnie) wektor  $\boldsymbol{\eta}$  definiuje ogólną postać ograniczenia liniowego w postaci:

$$\boldsymbol{\eta}^T \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T \\ \mathbf{b}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{b}_K^T \end{bmatrix} = \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\theta} = 1. \quad (2.39)$$

Wtedy zadanie minimalizacji może zostać rozwiązane z użyciem metody mnożników Lagrange'a jako:

$$L = \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{G}^{-1} \boldsymbol{\theta} + \lambda (\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\theta} - 1). \quad (2.40)$$

Uwzględniając warunek konieczny optymalności:

$$\frac{dL}{d\boldsymbol{\theta}} = 2\mathbf{G}\boldsymbol{\theta} + \lambda\boldsymbol{\eta} = 0, \quad (2.41)$$

po obustronnym pomnożeniu równania (2.41) przez  $\boldsymbol{\theta}^T$ :

$$2\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{G}\boldsymbol{\theta} + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -2\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{G}\boldsymbol{\theta}, \quad (2.42)$$

z równania (2.41), można wyznaczyć wektor parametrów  $\theta$  jako:

$$\theta = -\frac{1}{2}\lambda G^{-1}\eta. \quad (2.43)$$

Po podstawieniu  $\theta$  do równania (2.42) otrzymano:

$$\lambda = -\frac{1}{2}\lambda^2 \eta^T G^{-1} G G^{-1} \eta = -\frac{1}{2}\lambda^2 \eta^T G^{-1} \eta. \quad (2.44)$$

Wartość  $\lambda$  różna od 0 wynosi:

$$\lambda = -\frac{2}{\eta^T G^{-1} \eta}. \quad (2.45)$$

Ostatecznie wektor optymalnych parametrów systemu można wyliczyć podstawiając otrzymaną wartość  $\lambda$  do równania (2.43):

$$\theta^0 = \frac{G^{-1}\eta}{\eta^T G^{-1}\eta}, \quad (2.46)$$

a odpowiadającą mu wartość wskaźnika można wyliczyć jako:

$$J^0 = \frac{1}{\sqrt{\eta^T G^{-1} \eta}}. \quad (2.47)$$

W przypadku, gdy wektor ograniczenia  $\eta = [1 \dots 0]^T$ , otrzymane rozwiązanie odpowiada metodzie OEM dla  $a_0 = 1$ . Metoda OEM jest więc podprzypadkiem metody EEM.

Można postawić drugie zadanie optymalizacji – jaki wektor  $\eta$  we wzorze (2.47) umożliwi uzyskanie minimalnej wartości wskaźnika jakości  $J$ . Aby uniknąć trywialnego rozwiązania  $\eta = \infty$ , należy znormalizować długość  $\eta$  do jeden i zadać pytanie - jaki kierunek dla wektora  $\eta$  na kuli jednostkowej zagwarantuje minimum  $J$ . Po rozwiązaniu zadania maksymalizacji mianownika równania (2.47), przy takim ograniczeniu, można wykazać że tym kierunkiem będzie kierunek wektora własnego  $\theta_{min}$  dla macierzy  $G$ , odpowiadający minimalnej wartości własnej  $\lambda_{min}$  tej macierzy. Z równania (2.46) wynika, że znormalizowany wektor parametrów ma postać  $\theta^0 = \eta_{min}$ , natomiast odpowiadająca jemu wartość wskaźnika jakości wynosi  $J^0 = \lambda_{min}$ .

Ten sam wynik można uzyskać od razu, jeżeli zostanie przyjęte założenie o ograniczeniu kwadratowym nałożonym na wektor parametrów  $\theta$ :

$$\theta^T \theta = 1. \quad (2.48)$$

Oznacza to, że identyfikowane parametry należą do kuli jednostkowej. Funkcjonał Lagrange'a dla tego przypadku ma postać:

$$L = \theta^T G^{-1} \theta + \lambda(1 - \theta^T \theta). \quad (2.49)$$

Z koniecznych warunków optymalności otrzymano:

$$\frac{dL}{d\theta} = 2G\theta - \lambda\theta = 0 \Rightarrow G\theta = \lambda\theta. \quad (2.50)$$

W równaniu (2.50) optymalny wektor ograniczenia  $\theta^0$  powinien być wektorem własnym macierzy Grama  $G$ , a mnożnik Lagrange'a  $\lambda$  jej wartością własną. Podstawiając minimalną wartość własną  $\lambda_{min}$  macierzy  $G$  do równania (2.36) lub (2.47), można wyliczyć minimalną wartość wskaźnika jakości jako:

$$J^2 = \theta^T G \theta = \theta^T \lambda_{min} \theta = \theta^T \theta \lambda_{min} = \lambda_{min}. \quad (2.51)$$

Z powyższego równania wynika, że minimalna wartość kwadratu wskaźnika jakości, dla wektora parametrów będącego wektorem własnym macierzy  $\mathbf{G}$  odpowiadającego  $\lambda_{min}$ , jest równa najmniejszej wartości własnej tej macierzy.

### 2.3.4. Przykład identyfikacji systemu

W celu przetestowania działania opisanego metody identyfikacji parametrów, jak również pokazania wpływu różnych ograniczeń na jakość identyfikacji, zostały przeprowadzone eksperymenty numeryczne dla systemu SISO opisanego poniższą transmitancją:

$$G(s) = \frac{s + 2}{s^2 + 5s + 2}. \quad (2.52)$$

Na wejście systemu podano sygnał sterujący:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 1 \text{ s} \\ 1 + 0,1 \cdot \sin(0,5t) & \text{dla } t \geq 1 \text{ s.} \end{cases} \quad (2.53)$$

Do wyjścia systemu został dodany szum biały, którego stosunek mocy sygnału do szumu (SNR) wynosił 50. Parametry dla użytych funkcji modulujących zamieszczono w tabeli 2.1.

**Tabela 2.1.** Parametry użytych funkcji modulujących.

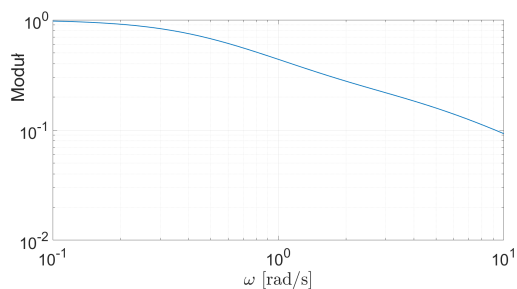
Parametr	Opis	Wartość
$N, M$	współczynniki funkcji Loeba-Cahena	3, 4
$h$	szerokość nośnika funkcji modulującej	10 s

Na rysunku 2.6 przedstawiono charakterystykę częstotliwościową modułu dla obiektu i dla użytych funkcji modulujących. Jak widać, pasma te w dużej mierze pokrywają się. Dla funkcji modulujących zakres ten jest definiowany przez parametr  $h$  i może zostać zawężony przez jego zwiększenie. Jest to szczególnie istotne w kontekście tłumienia zakłóceń. Na podstawie wykresów dla funkcji modulujących, wyraźnie można stwierdzić, że niektóre częstotliwości sygnałów wejściowych będą wzmacniane bardziej niż inne, co może przełożyć się na wyniki identyfikacji, szczególnie w przypadku sygnałów sterujących o dużej zmienności.

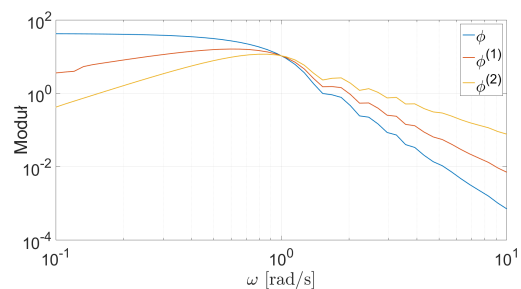
Otrzymane wyniki identyfikacji, dla różnych wektorów ograniczeń  $\boldsymbol{\eta}$ , przedstawiono w tabeli 2.2. W celu porównania zidentyfikowanych wartości parametrów systemu, wyliczone wektory zostały znormalizowane przez podzielenie przez wartość  $b_1$ . Tak jak udowodniono poprzednio, najniższa wartość wskaźnika jakości  $J$  jest uzyskiwana dla wektora ograniczeń będącego wektorem własnym macierzy  $\mathbf{G}$ .

### 2.3.5. Modyfikacje metody funkcji modulujących

Wśród różnych interesujących zastosowań funkcji modulujących, można wyróżnić problem identyfikacji systemów z nieznanymi opóźnieniami opisany w pracy [41]. Do identyfikacji systemu zastosowano wiele sygnałów wejściowych przesuniętych w czasie. Udowodniono, że parametry odpowiadające



(a) Identyfikowany system.



(b) Funkcje modulujące.

**Rys. 2.6.** Charakterystyki częstotliwościowe modułu dla identyfikowanego systemu i dla użytych funkcji modulujących.

**Tabela 2.2.** Zidentyfikowane parametry obiektu dla różnych wektorów ograniczeń  $\eta$ .

$\eta$	Parametry					$J$
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	
$[1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$	1,8527	4,7443	1,1786	1,8531	1	$1,1857 \times 10^{-3}$
$[0\ 1\ 0\ 0\ 0]^T$	1,8387	4,7176	1,1868	1,8392	1	$1,8047 \times 10^{-4}$
$[0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T$	1,7509	4,5491	1,2384	1,7515	1	$2,6352 \times 10^{-3}$
$[0\ 0\ 0\ 1\ 0]^T$	1,8526	4,7441	1,1787	1,8530	1	$1,1852 \times 10^{-3}$
$[0\ 0\ 0\ 0\ 1]^T$	1,7981	4,6396	1,2104	1,7987	1	$3,9501 \times 10^{-3}$
$\eta_{opt}$	1,8363	4,7129	1,1882	1,8367	1	$1,1278 \times 10^{-4}$

sygnałom wejściowym układają się wokół centralnej rzeczywistej wartości opóźnienia występującego w systemie. W pracy [42] autorzy zastosowali metodę funkcji modulujących w celu identyfikacji systemów Hammersteina. W obydwu pracach zastosowano funkcje sklejane.

W literaturze spotyka się także problem jednoczesnej identyfikacji i odtwarzania stanu systemu, co jest istotne szczególnie w algorytmach sterowania. Autorzy pracy [43] zaproponowali metodę jednoczesnej estymacji parametrów systemu i jego stanu w oparciu o obserwator najmniejszych kwadratów, będący dyskretną wersją obserwatora dokładnego [2]. Nieco inne podejście opisano w artykule [44], gdzie identyfikowane było wejście systemu liniowego o zmiennych parametrach i jego stan. Zastosowano zmodyfikowaną metodę funkcji modulujących, dla której funkcja modulująca nie zerowała się na prawym końcu przedziału identyfikacji, dzięki czemu możliwe było odtworzenie warunków brzegowych. Algorytm, w którym zastosowano dwa następujące po sobie przesuwne okna o różnych szerokościach, do współbieżnej identyfikacji parametrów i przetransformowanego stanu systemu, zaprezentowano w pracy [45]. Udowodniono tam, że odtwarzana transformowana wartość stanu systemu jest liniowym przekształceniem stanu rzeczywistego, co posłużyło do syntezy stabilizującego regulatora LQR.

Metoda została także uogólniona dla innych klas systemów. Przykłady identyfikacji obiektów opisanych równaniami niecałkowitego rzędu zawarto w pracach [46] i [47]. Zastosowanie funkcji modulujących do problemu identyfikacji modeli układów o parametrach rozłożonych można znaleźć w artykule [48]. Rozkłady wartości mierzonej i sterowania wzdłuż zmiennej przestrzennej były przybliżane przez szereg funkcji bazowych pomnożonych przez nieznanne współczynniki. Wartości tych współczynników były identyfikowane z wykorzystaniem wspomnianej metody. Procedurę identyfikacji modelu instalacji kolektorów słonecznych, opisanego cząstkowym równaniem różniczkowym, zawarto w pracy [49]. Funkcje bazowe były wyznaczone w iteracyjnej procedurze opartej na algorytmach uczenia maszynowego, natomiast wartości ich współczynników wyliczano z użyciem MFM.

## 2.4. Idea powtórnej identyfikacji systemu MISO

Procedury opisane w podrozdziałach 2.1, 2.2 i 2.3 pozwalają na otrzymanie modelu w postaci transmitancji obiektu MISO, gdzie wszystkie składowe podsystemy SISO mają wspólny mianownik. W przypadku modelowania rzeczywistych procesów o wielu wejściach, takie założenie prowadzi często do pogorszenia dokładności identyfikowanego modelu, zwłaszcza gdy odpowiedzi systemu na poszczególne wymuszenia mają różne stałe czasowe. Problem ten został zauważony w publikacjach związanych z identyfikacją systemów MISO i MIMO. W pracy [50] autorzy opisali procedurę, gdzie najpierw są identyfikowane parametry modelu MISO o wspólnym mianowniku. Następnie, w kolejnych iteracjach, reidentyfikowane są składowe modele SISO na podstawie zarejestrowanych wejść i wyjść obliczanych jako różnica pomiędzy zarejestrowanym wyjściem rzeczywistego obiektu a symulowanymi wyjściami dla innych systemów SISO. W artykule [51] przedstawiono inne podejście, polegające na pierwotnej identyfikacji nadparametryzowanego modelu MISO z czasem ciągłym, a następnie jego redukcji.

Inny istotny problem, na który zwracają uwagę autorzy wielu publikacji, wiąże się z zastosowaniem metody najmniejszych kwadratów w celu uzyskania optymalnego zestawu parametrów modelu. Jak wiadomo, estymator metody najmniejszych kwadratów nie jest asymptotycznie obciążony (jest zgodny), tylko w przypadku gdy zakłócenia są w postaci białego szumu [13]. W rzeczywistych aplikacjach ten warunek jest trudny do spełnienia. Rozwiązaniem tego problemu może być zastosowanie metody zmiennych instrumentalnych (IVM), gdzie stosuje się dodatkową filtrację sygnałów pomiarowych, tak aby nie były one skorelowane z zakłóceniami.

Dla opisanych poprzednio metod identyfikacji, dla przypadku SISO wektor parametrów systemu  $\theta$  jest najczęściej wyznaczany z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów jako:

$$\theta = (M^T M)^{-1} M^T y_0, \quad (2.54)$$

gdzie:  $M = [-y_1 \dots -y_n \ u_0 \dots u_m]$ . Wektory  $y_i = [y_i(t_0) \dots y_i(t)]^T$  i  $u_i = [u_i(t_0) \dots u_i(t)]^T$  składają się z przefiltrowanych sygnałów wyjściowych i wejściowych,  $y_0$  to wektor przefiltrowanych sygnałów wyjściowych odpowiadających zerowej pochodnej.



W przypadku metody zmiennych instrumentalnych, wektor parametrów jest obliczany jako:

$$\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}_0, \quad (2.55)$$

gdzie:  $\mathbf{Z}$  to macierz składająca się z tzw. zmiennych instrumentalnych. Elementy tej macierzy są nieskorelowane z zakłócenia oddziałującymi na system. W rzeczywistych zastosowaniach dużą trudnością może być sposób konstrukcji macierzy  $\mathbf{Z}$ , szczególnie w przypadku braku informacji o identyfikowanym systemie. Rozwiązaniem może być metoda RIVC opisana w pracy [52], gdzie parametry filtru służącego otrzymaniu wartości zmiennych instrumentalnych są otrzymywane w kolejnych iteracjach razem z parametrami identyfikowanego obiektu SISO z czasem ciągłym. Zakłada się, że zdefiniowano operator różniczkowania  $p = d/dt$ . Wielomiany  $A(p)$  i  $B(p)$  zawierają parametry identyfikowanego modelu. Wyjście systemu można wyliczyć jako:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{B(p)}{A(p)} u(t), \\ y(t) &= x(t) + e(t), \end{aligned} \quad (2.56)$$

gdzie:  $x(t)$  - wyjście systemu bez zakłóceń,  $y(t)$  - wyjście systemu z zakłóceniami,  $e(t)$  - zakłócenia,  $u(t)$  - sygnał wejściowy, wielomian  $B(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0$ , wielomian  $A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1$ . Błąd pomiędzy rzeczywistym, a symulowanym wyjściem systemu można zapisać jako:

$$\epsilon(t) = y(t) - \frac{B(p)}{A(p)} u(t) = \frac{1}{A(p)} (A(p)y(t) - B(p)u(t)). \quad (2.57)$$

Przyjmując, że  $u^*(t)$  i  $y^*(t)$  to sygnały wejściowe i wyjściowe po zastosowaniu filtru  $\frac{1}{A(p)}$ , równanie (2.57) ma postać:

$$\epsilon(t) = A(p)y^*(t) - B(p)u^*(t). \quad (2.58)$$

Uwzględniając postaci wielomianów  $A(p)$  i  $B(p)$ , można otrzymać równanie w postaci:

$$\epsilon(t) = a_n p^n y^*(t) + \dots + a_1 p y^*(t) + y^*(t) - b_m p^m u^*(t) - \dots - b_0 u^*(t), \quad (2.59)$$

które można również zapisać jako:

$$y^*(t) = \mathbf{z}^*(t)^T \boldsymbol{\theta} + e(t), \quad (2.60)$$

gdzie:  $\mathbf{z}^*(t) = [-p^n y^*(t) \dots - p y^*(t) \ p^m u^*(t) \dots u^*(t)]^T$ ,  $\boldsymbol{\theta} = [a_n \dots a_1 \ b_m \dots b_0]^T$ . Wykorzystując równanie (2.60), dla wielu eksperymentów można wyznaczyć wektor optymalnych parametrów  $\boldsymbol{\theta}$  korzystając z metody najmniejszych kwadratów i zależności (2.54). Aby zastosować metodę zmiennych instrumentalnych, konieczne jest uzyskanie dodatkowych sygnałów. Do tego celu można zastosować otrzymany model (zidentyfikowane wielomiany  $\hat{A}(p)$  i  $\hat{B}(p)$ ), który służy do przeprowadzenia symulacji wyjścia jako:

$$\hat{x}(t) = \frac{\hat{B}(p)}{\hat{A}(p)} u(t). \quad (2.61)$$

Wektor zmiennych instrumentalnych ma postać:

$$\hat{z}^*(t) = [-p^n \hat{x}^*(t) \dots - p \hat{x}^*(t) p^m u^*(t) \dots u^*(t)]^T.$$

Dysponując zarówno pomiarami wejścia i wyjścia, jak i wynikami symulacji dla zidentyfikowanego modelu, można zastosować podejście IVM. Macierz  $\mathbf{Z}$  w równaniu (2.55) jest generowana przez wektory  $\hat{z}^*(t)$  otrzymane dla różnych chwil czasu.

Opisany algorytm jest nieco podobny do przedstawionych poprzednio metod bazujących na wielokrotnej filtracji sygnałów. Różnicą jest przyjęty sposób filtracji zmiennych. Nie stosuje się żadnego dodatkowego filtru. Identyfikowany wielomian  $A(p)$  pełni podwójną rolę - jest używany zarówno do filtracji mierzonych sygnałów, jak również do uzyskania zmiennych instrumentalnych. Cała procedura jest przeprowadzana iteracyjnie. Na początku zakłada się początkową postać wielomianu  $\hat{A}(p)$ , a w późniejszych krokach uzyskiwane są kolejne zestawy parametrów systemu  $\theta$ , które pozwalają wyznaczyć następne przybliżone wielomiany  $\hat{A}(p)$  i  $\hat{B}(p)$ . Niestety zbieżność opisanego algorytmu nie została formalnie udowodniona, ale jest ona widoczna w wielu rzeczywistych implementacjach.

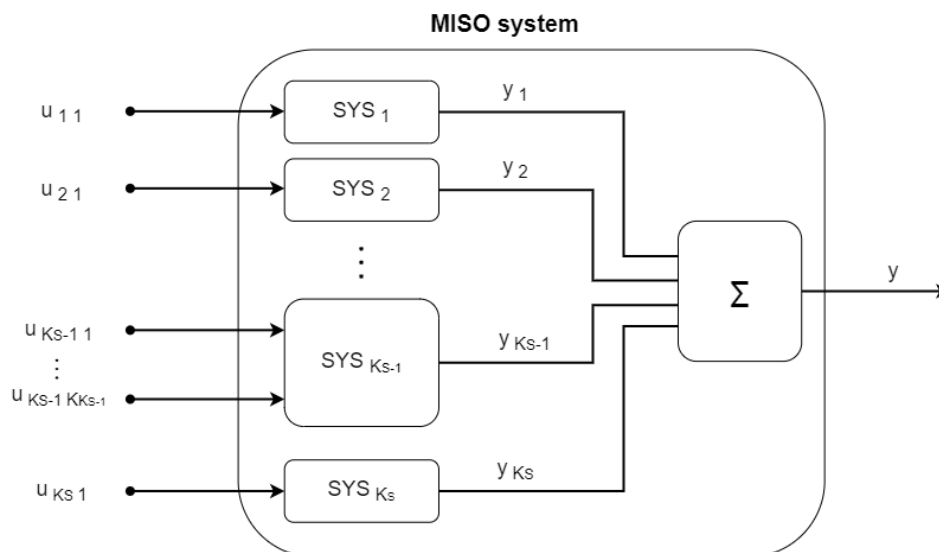
Podobna dwustopniowa metoda identyfikacji systemów została opisana w pracy [53]. W pierwszym kroku estymata parametrów systemu jest uzyskiwana za pomocą filtracji sygnałów z wykorzystaniem funkcji Poissona, natomiast w drugim kroku symulowane sygnały dla zidentyfikowanego systemu są użyte do otrzymania zmiennych instrumentalnych.

Rozszerzenie metody RIVC dla obiektów MISO opisano w artykule [54]. Podobnie jak w pracy [50], iteracyjna procedura identyfikacji opiera się na sukcesywnej identyfikacji poszczególnych systemów SISO z użyciem pomocniczych symulowanych wyjść. Oprócz samych parametrów systemu, znajdujący jest również rząd modelu w oparciu o algorytm opisany w artykule [55]. Dzięki temu, transmisje składowych podsystemów SISO mogą mieć różne mianowniki.

### 2.4.1. Opis procedury reidentyfikacji

Opracowana iteracyjna metoda reidentyfikacji systemów, jest nieco podobna w swojej idei do metod opisanych w pracach [50, 54]. Pierwsza wersja algorytmu, jeszcze bez wykorzystania metody zmiennych instrumentalnych, została przedstawiona w artykule [30]. Metoda opiera się ona na następujących założeniach:

- System MISO, zawierający  $K$  wejść, może być podzielony na  $K_S$  podsystemów, tak jak przedstawiono na rysunku 2.7, których parametry są identyfikowane w kolejnych krokach algorytmu. Nie wszystkie podsystemy muszą być opisywane przez modele SISO, możliwe jest że występują w formie modelu MISO ze wspólnym mianownikiem.
- Parametry tylko jednego  $k$ -tego modelu mogą być zmienione podczas pojedynczej iteracji procedury.
- Procedura może być przeprowadzona z użyciem zarejestrowanych danych wejściowych i odpowiedzi systemu MISO dla zerowych warunków początkowych.



Rys. 2.7. Schemat podziału systemu MISO na podsystemy.

Dane wejściowe dla procedury reidentyfikacji to zbiór  $K_S$  podsystemów  $SYS_1, \dots, SYS_{K_S}$  w postaci SISO lub MISO ze wspólnymi mianownikami. Każdy  $k$ -ty podsystem ma  $K_k$  wejść, gdzie  $K_k \leq K$ . Modele te są modyfikowane w kolejnych iteracjach algorytmu. Na potrzeby metody, wprowadzono inną od  $J$  formę wskaźnika jakości, zdefiniowanego jako całka z kwadratu różnicy między zarejestrowanym wyjściem rzeczywistego obiektu  $y(t)$ , a symulowaną odpowiedzią modelu  $y_{sim}(t)$ :

$$E(y(t), y_{sim}(t)) = \int_{t_0}^t (y(t) - y_{sim}(t))^2 dt. \quad (2.62)$$

Wyznaczenie wartości tak zdefiniowanego wskaźnika jest dość kosztowne pod względem obliczeniowym i pamięciowym, ponieważ wymaga przeprowadzenia symulacji dla otrzymanego modelu, na podstawie zebranych danych historycznych. Jednakże, w oparciu o przeprowadzone eksperymenty, można stwierdzić że dla systemu MISO wartość wskaźnika jakości identyfikacji w postaci  $E$ , w lepszym stopniu pozwala ocenić jakość całego modelu niż wartość wskaźnika  $J$ , wykorzystywanego w modelach lokalnych. Wynika to z kilku czynników. Po pierwsze, w przypadku identyfikacji danego procesu fizycznego, rzeczywista nieliniowa dynamika jest przybliżana przez liniowy model w postaci transmitancji o zadanej strukturze. Często może dojść do sytuacji, że jest ona niewłaściwie dobrana dla danego problemu. Wykorzystana metoda identyfikacji, polegająca na filtracji sygnałów pomiarowych również może powodować utratę części istotnych informacji o procesie. Pomimo tego, że identyfikowany jest model z czasem ciągłym, zaimplementowane procedury numeryczne wymagają dyskretyzacji i również na tym etapie mogą pojawić się dodatkowe niedokładności. Co więcej, jak już wcześniej wspomniano, charakter występujących podczas identyfikacji zakłóceń najczęściej nie jest znany. Przeprowadzone eksperymenty pokazały, że szczególnie w przypadku modeli liniowych wysokiego rzędu, okazywało się że pomimo niskiej wartości wskaźnika  $J$ , otrzymany model był niestabilny i nie nadawał się do dalszego wykorzystania.

Identyfikacja pojedynczego podsystemu  $SYS_k$  odbywa się tak jak poprzednio, z użyciem metody funkcji modulujących, przy wykorzystaniu zarejestrowanych sygnałów wejściowych

$u_{k-1}(t), \dots, u_{k-K_k}(t)$  odpowiadających danemu podsystemowi i wyjścia  $y_k(t)$  zdefiniowanego jako różnica pomiędzy zarejestrowanym sumarycznym wyjściem systemu, a symulowanymi wyjściami innych podsystemów  $\hat{y}_j(t)$ . Równanie algebraiczne dla parametrów modelu  $\mathbf{a}_k$  i  $\mathbf{b}_k$  w chwili  $t$  można zapisać jako:

$$\begin{bmatrix} a_{k1} & \dots & a_{kn} & \mathbf{b}_{k-1} & \dots & \mathbf{b}_{k-K_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -y_{k1}(t) \\ \vdots \\ -y_{kn}(t) \\ \mathbf{u}_{k-1}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{k-K_k}(t) \end{bmatrix} = y_{k0}(t), \quad (2.63)$$

gdzie:  $y_{kl}(t)$  to wartość zmodulowanego sygnału wyjściowego identyfikowanego podsystemu odpowiadającego  $l$ -tej pochodnej, gdzie  $l = 0, \dots, n$  w chwili  $t$ , a  $\mathbf{u}_{k-j}(t)$  to wektory zmodulowanych sygnałów wejściowych dla  $j$ -tego wejścia  $k$ -tego podsystemu w chwili  $t$ , tak że np.  $\mathbf{u}_{k-1}(t) = [u_{k-10}(t) \dots u_{k-1m}(t)]^T$ . Żeby nieco zmniejszyć komplikację algorytmu, przyjęto że wszystkie identyfikowane transmitancje SISO i MISO mają taki sam rząd mianownika  $n$  i taki sam rząd licznika  $m$ . Parametry modelu mogą zostać wyznaczone, podobnie jak poprzednio, z użyciem metody najmniejszych kwadratów lub metody zmiennych instrumentalnych. Często jednak lepsze rezultaty przynosi zastosowanie iteracyjnej metody Gaussa-Seidla (GSM). Macierz złożona z przefiltrowanych pomiarów wejścia i wyjścia systemu może być źle uwarunkowana, co powoduje problemy z wyznaczeniem jej macierzy odwrotnej. W przypadku rozwiązywania układu równań z wykorzystaniem metody Gaussa-Seidla, w równaniu na optymalny wektor parametrów występuje odwrotność macierzy trójkątnej dolnej i można je rozwiązać z wykorzystaniem metody podstawienia w przód (bez konieczności wyliczania macierzy odwrotnej) [56]. Zaimplementowana, w oparciu o pracę [57], wersja GSM została przedstawiona jako algorytm 1. Aby opisana procedura numeryczna była zbieżna, wystarczy dodatnia określoność macierzy  $\mathbf{Z}^T \mathbf{M}$ . Jest to warunek dostateczny, ale nie konieczny, więc nawet w przypadku jego niespełnienia, możliwe jest polepszenie rozwiązania w kolejnych iteracjach.

---

#### Algorytm 1 Metoda Gaussa-Seidla dla zadania identyfikacji parametrów modelu

---

**Dane wej.:** wektory zmodulowanych sygnałów wejściowych:  $\mathbf{u}_{k-10}, \dots, \mathbf{u}_{k-1m}, \dots, \mathbf{u}_{k-K_k0}, \dots, \mathbf{u}_{k-K_km}$ , wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych:  $\mathbf{y}_{k0}, \dots, \mathbf{y}_{kn}$ , wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych:  $\hat{\mathbf{y}}_{k0}, \dots, \hat{\mathbf{y}}_{kn}$ , parametry  $k$ -tego modelu:  $a_{k0}, \dots, a_{kn}, \mathbf{b}_{k-1}, \dots, \mathbf{b}_{k-K_k}$ , liczba iteracji GSM:  $iter_{GS}$

**Dane wyj.:** optymalne parametry  $k$ -tego modelu:  $a_{k0}, \dots, a_{kn}, b_{k-10}, \dots, b_{k-1m}, \dots, b_{k-K_k0}, \dots, b_{k-K_km}$

– Utwórz macierze:

$$\mathbf{M} = [-\mathbf{y}_{k1} \dots -\mathbf{y}_{kn} \ \mathbf{u}_{k-10} \dots \mathbf{u}_{k-1m} \dots \mathbf{u}_{k-K_k0} \dots \mathbf{u}_{k-K_km}],$$

$$\mathbf{Z} = [-\hat{\mathbf{y}}_{k1} \dots -\hat{\mathbf{y}}_{kn} \ \mathbf{u}_{k-10} \dots \mathbf{u}_{k-1m} \dots \mathbf{u}_{k-K_k0} \dots \mathbf{u}_{k-K_km}],$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^T \mathbf{y}_{k0},$$

$$\mathbf{p}_0 = [a_{k1} \dots a_{kn} \ b_{k10} \dots b_{k1m} \dots b_{kK_k0} \dots b_{kK_km}]^T,$$

$\mathbf{L}$  - macierz dolna trójkątna macierzy  $\mathbf{Z}^T \mathbf{M}$ ,

$$\mathbf{U} = \mathbf{Z}^T \mathbf{M} - \mathbf{L}.$$

**for**  $i \leftarrow 0, \dots, iter_{GS} - 1$  **do**

$$- \quad \mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{U}\mathbf{p}_i)$$

**end for**

**return** optymalny wektor parametrów  $\mathbf{p}_{iter_{GS}}$

Procedura ponownej identyfikacji systemu została dokładnie opisana w formie algorytmu 2. Tak jak już wcześniej wspomniano, parametry kolejnych podsystemów  $SY S_k$  są otrzymywane iteracyjnie. Ze względu na przeznaczenie do wykorzystania w czasie rzeczywistym, została określona maksymalna liczba iteracji metody  $iter_{max}$ . W poszczególnych krokach, sprawdzane jest czy jakość modelu się poprawia. W przeciwnym przypadku, procedura jest przerywana. Możliwa jest więc sytuacja, gdy nie dojdzie do reidentyfikacji żadnego z podsystemów, ponieważ nie jest możliwe znalezienie lepszego zestawu modeli niż początkowo zdefiniowany. Jest to prawdopodobne szczególnie, gdy zachodzi silna korelacja pomiędzy poszczególnymi sygnałami wejściowymi.

#### Algorytm 2 Reidentyfikacja systemu MISO

**Dane wej.:** zestaw modeli:  $SY S_1, \dots, SY S_{K_S}$ , zarejestrowane sygnały wejściowe:  $u_{11}(t), \dots, u_{1K_1}(t), \dots, u_{K_S1}(t), \dots, u_{K_S K_{K_S}}(t)$ , zarejestrowany sygnał wyjściowy  $y(t)$ , maksymalna liczba iteracji metody  $iter_{max}$ .

**Dane wyj.:** zestaw optymalnych modeli:  $SY S_{opt1}, \dots, SY S_{opt K_S}$ .

**Krok 1.**

**for**  $k \leftarrow 1, \dots, K_S$  **do**

- Dokonaj symulacji  $k$ -tego wyjścia podsystemu:  $\hat{y}_k(t)$ .

- Zapisz parametry optymalnych modeli:  $SY S_{opt k} \leftarrow SY S_k$ .

**end for**

- Oblicz początkową wartość wskaźnika jakości  $E_0(y(t), y_{MISO_0}(t))$  dla początkowych modeli podsystemów.

- Ustaw numer obecnej iteracji:  $it \leftarrow 1$ .

**Krok 2.**

**for**  $k \leftarrow 1, \dots, K_S$  **do**

- Wyznacz wyjście  $k$ -tego podsystemu dla procedury identyfikacji:

$$y_k \leftarrow y - \sum_{j=1, \dots, K_S: j \neq k} \hat{y}_j(t).$$

- Wyznacz wektory zmodulowanych sygnałów wejściowych:  $\mathbf{u}_{k10}, \dots, \mathbf{u}_{k1m}, \dots, \mathbf{u}_{kK_k0}, \dots, \mathbf{u}_{kK_km}$ .
- Wyznacz wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych:  $\mathbf{y}_{k0}, \dots, \mathbf{y}_{kn}$ .
- Wyznacz wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych dla symulowanego  $k$ -tego modelu:  $\hat{\mathbf{y}}_{k0}, \dots, \hat{\mathbf{y}}_{kn}$ .
- Dokonaj identyfikacji modelu  $SYSID_k$  wykorzystując metodę LSM albo GSM.
- Przeprowadź symulację wyjścia  $z_k(t)$  dla otrzymanego modelu.

**end for**

**Krok 3.**

**for**  $k \leftarrow 1, \dots, K_S$  **do**

- Oblicz symulowane wyjście systemu MISO dla otrzymanych modeli:  
 $y_{MISO_k}(t) \leftarrow \sum_{j=1, \dots, K_S: j \neq k} \hat{y}_j(t) + z_k(t)$ .
- Oblicz wartość wskaźnika jakości  $E_{MISO_k}(y(t), y_{MISO_k}(t))$  dla modelu  $MISO_k$ .

**end for**

**Krok 4.**

- Znajdź najmniejszą wartość wskaźnika jakości  $E_{MISO_k}$  dla  $k \leftarrow 1, \dots, K_S$ .
- Zapisz obecną wartość wskaźnika jakości:  $E_1 \leftarrow \min(E_{MISO_k})$ .
- Ustaw wartość licznika:  $k \leftarrow k_{min}$ .
- Przejdź do **Kroku 8**.

**Krok 5.**

- Uaktualnij parametry  $k$ -tego modelu:  $SY S_k \leftarrow SYSID_k$ .
- Uaktualnij parametry  $k$ -tego modelu optymalnego:  $SY S_{opt k} \leftarrow SYSID_k$ .
- Uaktualnij symulowane wyjście dla  $k$ -tego modelu:  $\hat{y}_k(t) \leftarrow z_k(t)$ .
- Zwiększ numer obecnej iteracji:  $it \leftarrow it + 1$ .

**if**  $k = K_S$  **then**

- $k \leftarrow 1$

**else**

- $k \leftarrow k + 1$

**end if**

**Krok 6.**

- Wyznacz wyjście  $k$ -tego podsystemu do procedury identyfikacji:

$$y_k \leftarrow y - \sum_{j=1, \dots, K_S: j \neq k} \hat{y}_j(t).$$

- Wyznacz wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych:  $\mathbf{y}_{k0}, \dots, \mathbf{y}_{kn}$ .

- Wyznacz wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych dla symulowanego  $k$ -tego modelu:

$$\hat{\mathbf{y}}_{k0}, \dots, \hat{\mathbf{y}}_{kn}.$$

- Dokonaj identyfikacji modelu  $SYS_{ID_k}$  wykorzystując metodę LSM albo GSM.

- Przeprowadź symulację wyjścia  $z_k(t)$  dla otrzymanego systemu.

**Krok 7.**

- Oblicz symulowane wyjście systemu MISO dla otrzymanego modelu:

$$y_{MISO_k}(t) \leftarrow \sum_{j=1, \dots, K_S: j \neq k} \hat{y}_j(t) + z_k(t).$$

- Oblicz wartość wskaźnika jakości  $E_{it}(y(t), y_{MISO_k}(t))$  dla modelu  $MISO_k$ .

**Krok 8.**

**if**  $E_{it-1} > E_{it}$  **and**  $iter < iter_{max}$  **then**

- Przejdź do **Kroku 5**.

**else if**  $E_{it-1} > E_{it}$  **then**

- Uaktualnij parametry  $k$ -tego modelu optymalnego:  $SYS_{opt k} \leftarrow SYS_{ID_k}$ .

**return**  $SYS_{opt 1}, \dots, SYS_{opt K_S}$ .

**else**

**return**  $SYS_{opt 1}, \dots, SYS_{opt K_S}$ .

**end if**

**2.4.2. Przykład reidentyfikacji systemu**

Działanie metody zostało przetestowane dla przykładu obiektu MISO, złożonego z dwóch podsystemów SISO<sub>1</sub> i SISO<sub>2</sub> opisanych przez poniższe transmitancje:

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{1}{s^3 + 0.2s^2 + 15s + 1}, \\ G_2(s) &= \frac{1}{s^3 + s^2 + 2s + 1}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Mierzone jest tylko wyjście całego obiektu MISO  $y(t)$  (suma wyjść podsystemów). Sygnały wejściowe  $u_1(t)$  i  $u_2(t)$  dla odpowiednich podsystemów przedstawiono poniżej:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \sin\left(0.075t + \frac{\pi}{2}\right), \\ u_2(t) &= \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 10 \text{ s} \\ 1 & \text{dla } t \geq 10 \text{ s.} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.65)$$

Podczas eksperymentu do symulowanego wyjścia systemu dodano zakłócenia w postaci szumu różowego. Zastosowana opisana poprzednio procedurę reidentyfikacji z wykorzystaniem metody Gaussa-Seidla. Parametry metody przedstawiono w tabeli 2.3. Dla porównania, oprócz opisanego wcześniej algorytmu opartego o metodę zmiennych instrumentalnych, przeprowadzono również obliczenia z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. Początkowe wartości parametrów podsystemów (dla modeli ze wspólnym mianownikiem) uzyskano za pomocą opisanej poprzednio metody funkcji modulujących, dla ograniczenia na wyjście systemu (OEM).

**Tabela 2.3.** Parametry dla metody reidentyfikacji.

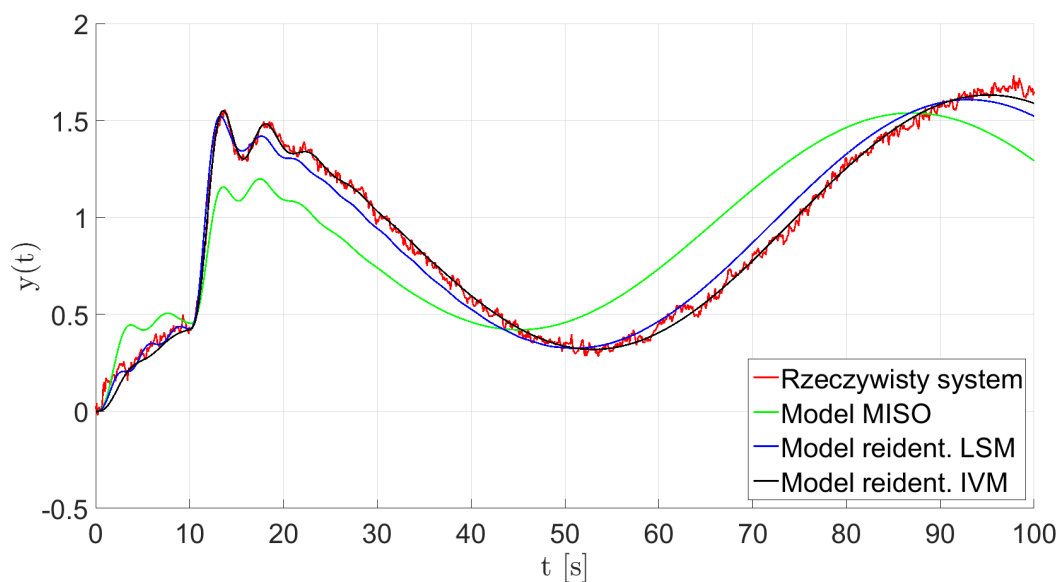
Parametr	Opis	Wartość
$N, M$	współczynniki funkcji Loeba-Cahena	7, 8
$h$	szerokość nośnika funkcji modulującej	5 s
$iter_{max}$	maks. liczba iteracji procedury reidentyfikacji	10
$iter_{GS}$	liczba iteracji metody Gaussa-Seidla	5

Zidentyfikowane parametry dla obydwu procedur znajdują się w tabeli 2.4, a symulowane wyjścia dla uzyskanych modeli na rysunku 2.8. Dzięki procedurze reidentyfikacji, większość parametrów mogła zostać odtworzona z dość dużą dokładnością. Również wyniki symulacji wyjścia całego systemu są wyraźnie lepsze niż dla przypadku modeli ze wspólnym mianownikiem, co można również stwierdzić na podstawie obliczonych wartości błędu średniokwadratowego przedstawionych w tabeli 2.5. Wyniki dla procedury reidentyfikacji z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów i metody zmiennych instrumentalnych oznaczono odpowiednio jako LSM i IVM. Dzięki zastosowaniu metody zmiennych instrumentalnych udało się uzyskać nieco lepsze wyniki identyfikacji niż w przypadku metody najmniejszych kwadratów.

**Tabela 2.4.** Zidentyfikowane parametry modeli w porównaniu z rzeczywistymi wartościami.

Opis	Model	$a_{k0}$	$a_{k1}$	$a_{k2}$	$a_{k3}$	$b_k$ 10
rzecz. system	SISO <sub>1</sub>	1	15	0.2	1	1
	SISO <sub>2</sub>	1	2	1	1	1
model MISO	SISO <sub>1</sub>	1	3,2376	1,1535	1,4350	0,5717
	SISO <sub>2</sub>	1	3,2376	1,1535	1,4350	0,9794
reident. LSM	SISO <sub>1</sub>	1	11,0049	0,6699	2,7804	0,8258
	SISO <sub>2</sub>	1	1,5680	0,9139	0,5813	0,9686
reident. IVM	SISO <sub>1</sub>	1	14,8727	4,5519	8,2527	0,9614
	SISO <sub>2</sub>	1	1,8610	0,9924	0,9080	0,9814





**Rys. 2.8.** Porównanie symulowanych wyjść dla zidentyfikowanych modeli.

**Tabela 2.5.** Obliczone wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy wyjściem systemu a symulowanymi wyjściami modeli.

Metoda	Wartość MSE
ident. MISO	$5,6927 \times 10^{-2}$
reident. LSM	$4,5332 \times 10^{-3}$
reident. IVM	$1,1129 \times 10^{-3}$



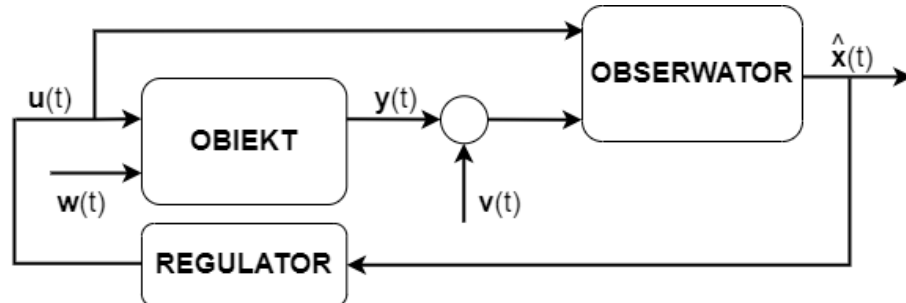
### 3. Obserwatory stanu

Zaawansowane algorytmy sterowania zazwyczaj wymagają informacji o stanie procesu. W większości rzeczywistych sytuacji mierzone jest jedynie wyjście systemu. Stan obiektu może być odtwarzany z wykorzystaniem algorytmu obserwatora, tak jak przedstawiono na rysunku 3.1.

Systemu liniowy jest opisany równaniami stanu:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + w(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + v(t),\end{aligned}\tag{3.1}$$

gdzie:  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $m < n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$ ,  $w(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $v(t) \in \mathbb{R}^m$ . Sygnały  $w(t)$  i  $v(t)$  są zakłóceniami oddziałującymi na stan obiektu i na jego wyjście. Odtwarzany stan obiektu oznaczono jako  $\hat{x}(t)$ . Oprócz odtwarzania stanu, obserwatory mogą również służyć filtracji szumów lub identyfikacji parametrów systemu [2].



Rys. 3.1. Schemat układu regulacji z obserwatorem stanu.

Jeżeli stan układu  $x(t_0)$  w chwili początkowej  $t_0$ , może zostać jednoznacznie określony na podstawie pomiarów wejścia  $u(t)$  i wyjścia  $y(t)$  systemu na przedziale czasu  $[t_0, t]$ , to układ ten jest obserwowalny. W celu sprawdzenia tej własności, można posłużyć się kryterium algebraicznym [58]. Macierz obserwowalności układu stacjonarnego ma postać:

$$M = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}.\tag{3.2}$$

System (3.1) jest obserwowalny, wtedy i tylko wtedy, jeżeli  $\text{rank}(M) = n$ .

### 3.1. Obserwatory asymptotyczne

Asymptotyczny obserwator stanu dla systemu (3.1) ma postać równania różniczkowego (3.3), którego rozwiązanie  $\hat{x}(t)$  startuje z przyjętego stanu początkowego  $\hat{x}(t_0)$  i nadąża za stanem rzeczywistym  $x(t)$ . Macierz  $\mathbf{G}$  jest macierzą wzmocnień obserwatora:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{GC})\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}y(t), \quad \hat{x}_0 = \hat{x}(t_0). \quad (3.3)$$

Błąd estymacji  $\epsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  asymptotycznie dąży do 0, jeżeli macierz  $(\mathbf{A} - \mathbf{GC})$  jest asymptotycznie stabilna. Wskaźnik jakości dla obserwatora może zostać zdefiniowany jako:

$$J_{obs} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E}(\epsilon^T(t) \mathbf{W}(t) \epsilon(t)), \quad (3.4)$$

gdzie:  $\mathbf{W}(t)^T = \mathbf{W}(t) > 0$ .

Problem doboru optymalnej macierzy obserwatora  $\mathbf{G}$ , dla której minimalizowany jest wskaźnik jakości (3.4), został opisany przez Kalmana dla systemów dyskretnych [59], jak również dla systemów z czasem ciągłym (wraz z Bucy) [60]. Założono, że procesy stochastyczne  $w(t)$  i  $v(t)$  są białymi szumami gaussowskimi o wartościach średnich  $\mathbb{E}(w(t)) = 0$  i  $\mathbb{E}(v(t)) = 0$  oraz macierzach kowariancji  $\mathbb{E}(w(t)w^T(t)) = \mathbf{R}$  i  $\mathbb{E}(v(t)v^T(t)) = \mathbf{Q}$ . Procesy te są wzajemnie niezależne -  $\mathbb{E}(w(t)v^T(t)) = 0$ . Nieznany warunek początkowy  $x(t_0)$  ma rozkład gaussowski z zerową wartością średnią. Jego macierz kowariancji ma postać:  $\mathbf{P}(t_0) = \mathbb{E}(x(t_0)x^T(t_0))$ . Optymalna wartość macierzy  $\mathbf{G}$  może być wyliczona jako:

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1}. \quad (3.5)$$

Macierz kowariancji  $\mathbf{P}(t)$  jest rozwiązaniem różniczkowego równania Ricattiego:

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}^T - \mathbf{P}(t)\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}, \quad (3.6)$$

z warunkiem początkowym  $\mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0$ . Jeżeli zostanie założona dodatnia półokreśloność macierzy  $\mathbf{P}(0)$ , a para macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{C}$  będzie obserwowalna, to rozwiązanie to zmierza asymptotycznie do stałego rozwiązania, które może być wyliczone z wykorzystaniem algebraicznego równania Ricattiego:

$$\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (3.7)$$

Inny sposób optymalnego doboru macierzy wzmocnień obserwatora  $\mathbf{G}$ , pozwalający na kształtowanie dynamiki zamkniętego układu regulacji, został przedstawiony przez Luenbergera w pracy [61]. W tej samej pracy zaprezentowano także ideę obserwatora zredukowanego rzędu o wymiarze mniejszym niż  $n$ .

### 3.2. Dokładne obserwatory stanu

Przedstawione w poprzednim podrozdziale algorytmy obserwatorów asymptotycznych sprawdzają się w wielu rozwiązaniach. Należy jednak pamiętać o ograniczeniach z nimi związanych. System ze

sprężeniem zwrotnym musi być asymptotycznie stabilny, a początkowa estymata stanu powinna być bliska jego rzeczywistej wartości, tak żeby błąd odtwarzania stanu możliwie szybko zmierzał do zera. Istotne jest również działanie zakłóceń stanu, ponieważ w równaniu różniczkowym nawet chwilowe wystąpienie zakłóceń wpływa na jego późniejsze rozwiązanie. W niektórych problemach, takich jak diagnostyka systemów lub sterowanie czasooptymalne [2], istotna jest znajomość dokładnego stanu obiektu w danej chwili. Również zadania czasu rzeczywistego wymagają pewności odtworzenia stanu w zadanym z góry czasie. Wykorzystanie obserwatorów asymptotycznych nigdy takiej pewności nie daje.

Rzeczywista wartość stanu obiektu może zostać odtworzona z wykorzystaniem dokładnych obserwatorów stanu na zadanym skończonym przedziale czasu  $[0, T_{OB}]$ . W pracach [2, 62] zostały wyprowadzone formuły dla dwóch obserwatorów całkowych tego typu, pozwalających na odtwarzanie zarówno stanu początkowego  $x(0)$ , jak również końcowego  $x(T_{OB})$  dla systemu liniowego opisanego równaniem (3.1). W przeciwieństwie do przedstawionego poprzednio filtra Kalmana, do syntezy przedstawionych obserwatorów nie są niezbędne informacje o oddziałujących na obiekt i jego wyjście zakłóceniach, więc funkcje  $w(t)$  i  $v(t)$  nie występują w przedstawionych poniżej formułach. Zamiast tego można wyprowadzić formuły na obserwatory odtwarzające stan dokładnie i dodatkowo znaleźć wśród nich obserwator posiadający minimalną normę. W tym sensie taki obserwator jest optymalny spośród innych obserwatorów dokładnych, ponieważ można go interpretować jako najbardziej odporny na zakłócenia addytywne (oszacowanie dotyczy zakłóceń znormalizowanych do kuli jednostkowej bez względu na ich kształt). W tym celu należy przyjąć pewne założenia matematyczne, np. dotyczące przynależności funkcji  $u(t)$ ,  $y(t)$  i ewentualnych zakłóceń do przestrzeni  $L^2[0, T_{OB}]$ .

Poniżej zostanie wyprowadzona formuła dla obserwatora stanu początkowego  $x(0)$ , dla działania którego potrzebne są przebiegi sygnałów wejścia  $u(t)$  i wyjścia  $y(t)$  na zadanym przedziale  $[0, T_{OB}]$ .

Wyjście systemu (3.1) może być zapisane jako:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0) + \mathbf{C} \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{B}u(s)ds. \quad (3.8)$$

Po lewostronnym pomnożeniu obydwu stron równania przez  $e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T$ , ma ono postać:

$$e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{y}(t) = e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0) + e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{B}u(s)ds. \quad (3.9)$$

Macierz  $e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t}$  jest nieosobliwa  $\forall t > 0$ . Całkując równanie obustronnie w przedziale  $[0, T_{OB}]$ , otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \int_0^{T_{OB}} e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{y}(t) dt &= \int_0^{T_{OB}} e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0) dt \\ &+ \int_0^{T_{OB}} \left[ e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{B}u(s)ds \right] dt. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dla uproszczenia obliczeń, wprowadzono symetryczną macierz Grama  $\mathbf{M}_0 = \int_0^{T_{OB}} e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t} dt$ . Wyliczona wartość stanu początkowego:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{M}_0^{-1} \int_0^{T_{OB}} e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{y}(t) dt - \mathbf{M}_0^{-1} \int_0^{T_{OB}} \left[ e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T \mathbf{C} \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-s)} \mathbf{B}u(s)ds \right] dt. \quad (3.11)$$

W celu wyłączenia sterowania poza podwójną całkę, zmienia się kolejność całkowania, a równanie zostaje przekształcone do postaci:

$$x(0) = \int_0^{T_{OB}} M_0^{-1} e^{A^T t} C^T y(t) dt - \int_0^{T_{OB}} \left[ \int_s^{T_{OB}} M_0^{-1} e^{A^T t} C^T C e^{A(t-s)} dt \right] B u(s) ds. \quad (3.12)$$

Wzór ten można również zapisać za pomocą dwóch operatorów macierzowych:

$$x(0) = \int_0^{T_{OB}} \bar{G}_1(t) y(t) dt + \int_0^{T_{OB}} \bar{G}_2(s) u(s) ds, \quad (3.13)$$

gdzie:

$$\bar{G}_1(t) = M_0^{-1} e^{A^T t} C^T,$$

$$\bar{G}_2(s) = M_0^{-1} \left[ \int_s^{T_{OB}} e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt \right] e^{-A s} B.$$

Poniżej zostanie wyprowadzona formuła dla obserwatora stanu końcowego  $x(T_{OB})$ , dla działania którego również potrzebne są przebiegi sygnałów wejścia  $u(t)$  i wyjścia  $y(t)$  na zadanym przedziale  $[0, T_{OB}]$ . Formuła ta może być uzyskana w analogiczny sposób jak dla obserwatora stanu początkowego. Wyjście systemu (3.1) może być w tym przypadku zapisane jako:

$$y(t) = C e^{-A(T_{OB}-t)} x(T_{OB}) - C \int_t^{T_{OB}} e^{A(t-s)} B u(s) ds. \quad (3.14)$$

Podobnie jak poprzednio, obie strony równania są mnożone lewostronnie przez macierz  $e^{-A^T(T_{OB}-t)} C^T$  i scałkowane na przedziale  $[0, T_{OB}]$ :

$$x(T_{OB}) = \int_0^{T_{OB}} M_{T_{OB}}^{-1} e^{-A^T(T_{OB}-t)} C^T y(t) dt + \int_0^{T_{OB}} M_{T_{OB}}^{-1} \left[ e^{-A^T(T_{OB}-t)} C^T C \int_t^{T_{OB}} e^{A(t-s)} B u(s) ds \right] dt, \quad (3.15)$$

gdzie:

$$M_{T_{OB}} = \int_0^{T_{OB}} e^{-A^T(T_{OB}-t)} C^T C e^{-A(T_{OB}-t)} dt = e^{-A^T T_{OB}} M_0 e^{-A T_{OB}}.$$

Po zmianie granic całkowania:

$$x(T_{OB}) = \int_0^{T_{OB}} M_{T_{OB}}^{-1} e^{-A^T(T_{OB}-t)} C^T y(t) dt + \int_0^{T_{OB}} M_{T_{OB}}^{-1} \left[ \int_0^s e^{-A^T(T_{OB}-t)} C^T C e^{A(t-s)} dt \right] B u(s) ds. \quad (3.16)$$

Również w przypadku obserwatora stanu końcowego, ostateczną formułę można zapisać z wykorzystaniem dwóch operatorów macierzowych:

$$x(T_{OB}) = \int_0^{T_{OB}} G_1(t) y(t) dt + \int_0^{T_{OB}} G_2(s) u(s) ds, \quad (3.17)$$

gdzie:

$$\mathbf{G}_1(t) = \mathbf{M}_{T_{OB}}^{-1} e^{-\mathbf{A}^T(T_{OB}-t)} \mathbf{C}^T = e^{\mathbf{A}^T T_{OB}} \mathbf{M}_0^{-1} e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C}^T,$$

$$\mathbf{G}_2(t) = \mathbf{M}_{T_{OB}}^{-1} \left[ \int_0^t e^{-\mathbf{A}^T(T_{OB}-s)} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}(s-t)} ds \right] \mathbf{B} = e^{\mathbf{A}^T T_{OB}} \mathbf{M}_0^{-1} \left[ \int_0^t e^{\mathbf{A}^T s} \mathbf{C}^T \mathbf{C} e^{\mathbf{A}s} ds \right] e^{-\mathbf{A}t} \mathbf{B}.$$

Podane powyżej formuły na obserwatory stanu początkowego i końcowego są dwoma przykładowymi formami, spośród nieskończenie wielu innych form obserwatorów całkowych odtwarzających stan dokładnie. Dobór macierzy  $\mathbf{G}_1$  i  $\mathbf{G}_2$  wpływa na wielkość normy obserwatora, która w przypadku obecności zakłóceń w pomiarach wejścia i wyjścia systemu, reprezentuje też wielkość wpływu zakłóceń wyjścia i sterowania na dokładność odtwarzania stanu. Dla przypadku pomijalnych zakłóceń, obserwatory całkowe (3.13) i (3.17) odtwarzają stan dokładnie. Teoria konstrukcji optymalnych algorytmów obserwatorów całkowych została opisana w pracach [2, 63].





## 4. Proces kondycjonowania szkła

Szkło jest tworzywem o bardzo dużym znaczeniu gospodarczym. Obecnie największym sektorem przemysłu szklarskiego w Unii Europejskiej jest produkcja szkła opakowaniowego. Proces produkcji szkła jest dość skomplikowany pod względem chemicznym i fizycznym. Polega na stopieniu zestawu szklarskiego, składającego się z kilku podstawowych surowców takich jak: piasek (główne źródło  $SiO_2$ ), soda kalcynowana (główne źródło topnika - tlenku sodu  $Na_2O$ ), siarczan sodu (środek klarujący i utleniający oraz źródło  $Na_2O$ ), węglan potasu ( $K_2CO_3$  - topnik stosowany tylko dla niektórych rodzajów szkieł), związki metali dodawane w celu zmiany właściwości szkła (np.  $CaCO_3$  w postaci wapienia lub kredy powoduje zwiększenie odporności chemicznej), stłuczka szklana (rozbite szkło, pochodzące z własnych zasobów huty lub z zewnątrz, dodawane w celu obniżenia temperatury topnienia), a następnie odpowiednim przygotowaniu masy szklarskiej tak, aby nadawała się ona do dalszej obróbki [7]. Cała procedura wiąże się z wieloma wyzwaniami technologicznymi, w tym także związanymi ze sterowaniem.

W rozdziale zostanie krótko opisany przebieg całego procesu topienia, a także będzie przedstawiona budowa instalacji do produkcji szkła. W dalszej części rozdziału opisane zostaną podejścia stosowane podczas tworzenia matematycznych modeli procesu kondycjonowania szkła, jak również wybrane rozwiązania systemów sterowania procesem.

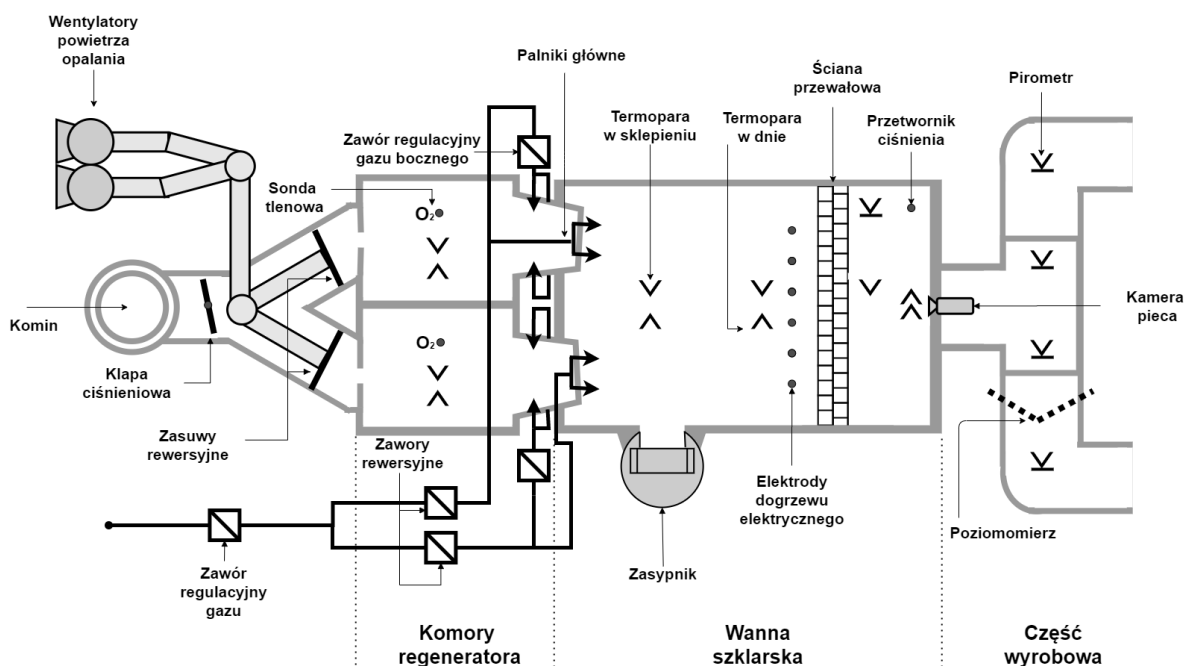
### 4.1. Instalacja wytopu szkła

Proces produkcji szkła może zostać podzielony na kilka etapów [7]:

- Topienie zestawu szklarskiego - wymienione poprzednio surowce są dostarczane do wanny szklarskiej, gdzie zachodzi proces ich topienia. Wymagana temperatura w zakresie  $1300^{\circ}C$ - $1550^{\circ}C$  jest zazwyczaj uzyskiwana w wyniku spalania gazu ziemnego lub oleju opałowego. Często pomocniczo stosuje się dogrzew elektryczny dodatkowo wymuszający krążenie prądów konwekcyjnych w topiącym się zestawie, co pozwala zapewnić stałą jednorodność szkła. Szkło przebywa w piecu przez przynajmniej 24 godziny. W przypadku wysokich wymagań odnośnie jakości produktów czas ten jest dużo dłuższy.

- Klarowanie - ma na celu pozbycie się pęcherzy z rozpuszczonej masy szklarskiej. Podczas podgrzewania zestawu szklarskiego materiały uwalniają wilgoć, jak również rozkładają się, co powoduje wydzielanie gazów. W czasie tak zwanego klarowania pierwotnego, uformowane pęcherze unoszą się ku górze i są wydalone poza stop szklany.
- Homogenizacja - polega na mieszaniu się poszczególnych frakcji szkła w celu uzyskania jego wysokiej jednorodności.
- Rafinacja - rozpuszczanie pęcherzy pozostałych po fazie klarowania. Ta faza nazywana jest również klarowaniem wtórnym. Odbywa się podczas kontrolowanego schładzania szkła.
- Kondycjonowanie - stanowi końcową fazę procesu. Wyrównywana jest różnica temperatur pomiędzy frakcjami szkła. Szkło nabywa odpowiednią lepkość i temperaturę przed formowaniem. Odbywa się głównie w zasilaczach szklarskich.

#### 4.1.1. Piec szklarski



Rys. 4.1. Schemat pieca szklarskiego.

Poszczególne etapy procesu mają miejsce w różnych częściach instalacji. Trzy pierwsze z nich zachodzą wewnątrz pieca szklarskiego. Na rysunku 4.1 został przedstawiony typowy piec U-płomienny, podobny do wykorzystywanego w zakładzie z którego pochodzą dane historyczne użyte w pracy. Jest to piec regeneracyjny składający się z wanny szklarskiej i dwóch komór regeneratora [64]. Taki układ pozwala na odzyskanie znacznej ilości ciepła ze spalin i wykorzystanie go w celu ogrzania tłoczonego powietrza opalania. W tym celu, co pewien zadany czas, następuje rewersja, czyli zmiana stron opalania pieca. W danej chwili czasu gaz jest tłoczony tylko przez palniki po jednej stronie pieca (lewej lub

prawej), a drugą stroną wydostają się spaliny, które po drodze ogrzewają komorę regeneratora. Podczas rewersji, która trwa zazwyczaj kilkadziesiąt sekund, żadna ze stron pieca nie jest opalana, a przestrzeń ogniowa jest wentylowana. We wspomnianej instalacji zmiana stron opalania następowała co pół godziny.

System sterowania piecem szklarskim składa się z kilku osobnych pętli regulacji nadzorowanych przez operatora:

- Regulacja poziomu szkła - zapewnienie stałego poziomu szkła w wannie szklarskiej, z dokładnością do 0,1 mm, jest niezbędne dla prawidłowego procesu produkcji szkła. Poziom szkła jest mierzony w części wyrobowej, najczęściej za pomocą poziomomierza laserowego. Na tej podstawie regulowana jest prędkość zasypnika dostarczającego zestaw szklarski do wanny.
- Regulacja ciśnienia w piecu - odbywa się za pomocą kłapy ciśnieniowej zamontowanej przed kominem. Istotnym problemem, często uwzględnianym w systemach sterowania piecami szklarskimi, są wahania ciśnienia i związane z nimi wahania poziomu szkła podczas rewersji.
- Regulacja przepływu powietrza opalania - szybkość obrotowa wentylatora opalania (w normalnych warunkach pracuje tylko jeden wentylator, a drugi jest rezerwowym) jest dostrajana tak, aby utrzymać zadany stosunek mieszanki gazowo-powietrznej albo zadany przepływ powietrza. Często stosuje się dodatkową korektę dla wartości zadanej uwzględniając pomiar tlenu w spalinach [65].
- Regulacja przepływu gazu głównego - na podstawie zadanego przepływu ustawiany jest stopień otwarcia zaworu regulacyjnego gazu.
- Regulacja przepływu gazu bocznego - na podstawie zadanego przepływu ustawiany jest stopień otwarcia zaworów regulacyjnych gazu bocznego. Dodatkowe, niewielkie palniki w komorach regeneratora mają na celu zmniejszyć zawartość tlenków azotu w spalinach.
- Regulacja temperatury w piecu - temperatura w piecu jest regulowana na podstawie średniej ważonej temperatur zmierzonych przez termopary i pirometry zamontowane w sklepieniu pieca. Regulator temperatury jest nadrzędny w stosunku do regulatora przepływu gazu.

Pozostałe urządzenia, nadzorowane przez operatora, to wentylatory chłodzenia basenu i przepływu, dogrzew elektryczny lub *bubbling* (instalacja wprowadzająca do szkła pęcherze powietrza, która pozwala wymusić występowanie określonych prądów wewnątrz wanny szklarskiej). W przypadku większości systemów sterowania, każda z pętli regulacji jest oparta o pojedynczy regulator PID. Nadzór nad procesem technologicznym wymaga więc dużego doświadczenia i wiąże się z licznymi trudnościami. Problem ten jest dostrzegany przez specjalistów związanych z przemysłem szklarskim [66]. Istnieją jednakże rozwiązania komercyjne, zapewniające zintegrowane sterowanie procesem w oparciu o modele dynamiki [67, 68, 69, 70]. Zostaną one omówione w dalszej części pracy.

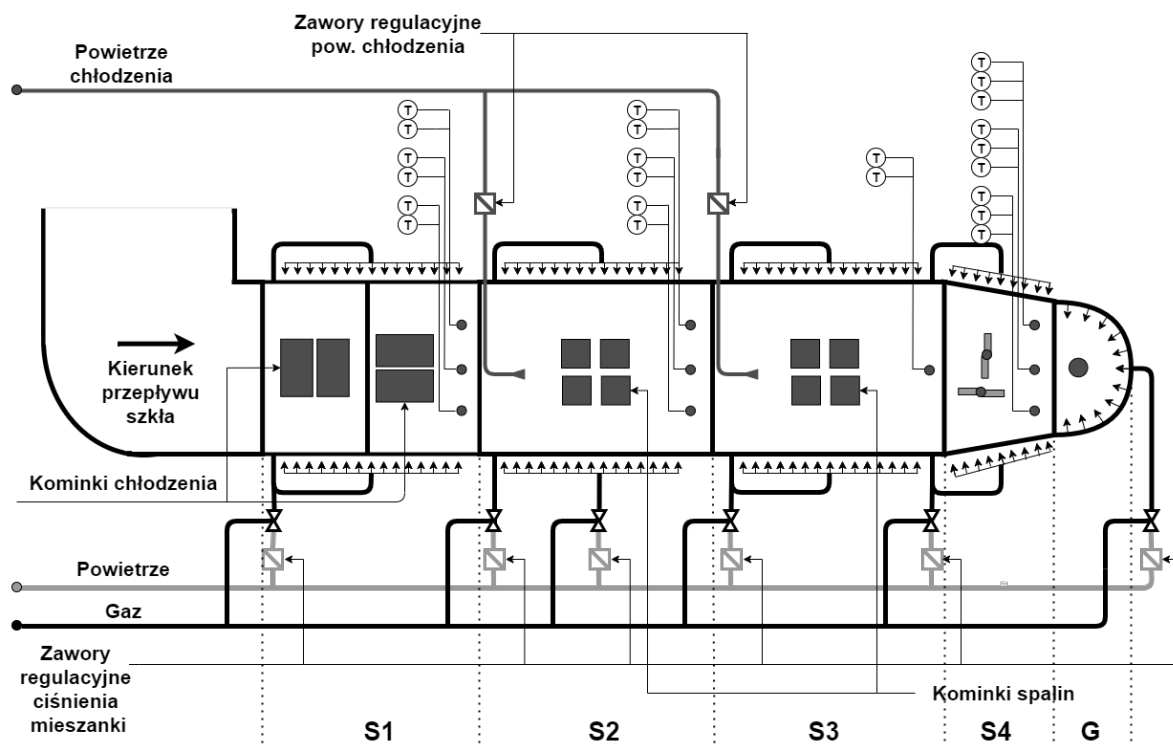
Podczas produkcji szkła, bardzo ważna jest kontrola obecnego rozłożenia zestawu szklarskiego na tafli szkła. Informacja ta jest zapewniana przez kamerę monitorującą przestrzeń ogniową. Na jej podstawie operator podejmuje decyzje o ewentualnej zmianie zadanych wartości poszczególnych pętli regulacji. W literaturze można znaleźć opisy rozwiązań bazujących na metodach analizy obrazu, które mają na celu doradzać operatorowi lub nawet przejąć nadzór nad procesem [70, 71].

Należy pamiętać, że około 70-90% całej energii zużywanej w instalacji jest przeznaczane na opalanie pieca [8]. Z tego powodu, nawet niewielkie usprawnienia systemu sterowania wanny szklarskiej mogą się przyczynić do znacznych oszczędności. Przenoszenie ciepła wewnątrz pieca odbywa się głównie poprzez transmisję promieniowania (w szczególności od sklepienia pieca), jak również od samych palników.

#### 4.1.2. Zasilacze szklarskie

Odrębną część instalacji stanowią zasilacze szklarskie i część wyrobowa, która łączy je z piecem. Są to ceramiczne kanały, w których szkło jest stopniowo ochładzane, tak aby uzyskać pożądane właściwości fizykochemiczne przed fazą formowania. Każdy z zasilaczy stanowi osobną linię technologiczną, gdzie w danym czasie produkowany jest konkretny rodzaj opakowań szklanych. W opisywanej instalacji znajdowały się dwa bliźniacze zasilacze, umiejscowione tak jak na rysunku 4.1. Parametrem, który charakteryzuje pracę pojedynczego zasilacza, jak i całej instalacji jest wydobywanie, czyli waga szkła wyprodukowanego w ciągu doby. Parametr ten jest bardzo ważny na etapie projektowania nowej instalacji. Dla opisywanych zasilaczy, w obserwowanym okresie czasu, wydobywanie zmieniało się w zakresie 45-80 t/24h. Należy wspomnieć, że w większości instalacji parametr ten nie jest w żaden sposób mierzony. Wartość wydobywania jest obliczana i zapamiętywana na podstawie nastaw automatów formujących i może być uznana za wiarygodną jedynie dla ustalonych warunków pracy. Informacja ta jest najczęściej podawana z opóźnieniem. Podczas zmian punktów pracy zasilacza, wydobywanie jest zazwyczaj zmieniane wielokrotnie, ale te zmiany często nie są logowane w bazie danych.

Na rysunku 4.2 został przedstawiony zasilacz szklarski składający się z czterech stref i głowicy. Podział na strefy z oddzielnymi regulatorami umożliwia utrzymanie zadanego profilu temperatury szkła przepływającego przez zasilacz. Zwykle przyjmuje się, że spadek temperatury powinien być największy na początku zasilacza i maleć wraz z jego długością. Taki sposób sterowania pozwala na uniknięcie widocznych pęcherzy w produkowanych wyrobach [8]. Z tego powodu, strefy różnią się długością i zainstalowanymi urządzeniami. Każda z nich jest też sterowana w nieco inny sposób. We wszystkich strefach są zamontowane wzdłużnie palniki gazowe. Niektóre z nich są dodatkowo wyposażone w urządzenia chłodzące szkło. Temperatura roztopionego szkła jest mierzona przez termopary. Dzięki termoparom wielopunktowym, operator ma możliwość zadania wag dla poszczególnych pomiarów stanowiących sygnał wejściowy dla regulatora temperatury. W większości przypadków, pod uwagę brany jest jedynie sygnał z ostatniego punktu pomiarowego najbliższej powierzchni szkła. Kolejne strefy analizowanego zasilacza opisano poniżej:



Rys. 4.2. Schemat zasilacza szklarskiego.

- Strefa 1. - temperatura szkła jest kontrolowana przez dwa niezależne regulatory. Regulator chłodzenia kontroluje kominki, które otwierając się na boki, powodują radiacyjne schładzanie tafli szkła. Regulator ogrzewania dobiera ciśnienie mieszanki gazowo-powietrznej zgodnie z zadaną temperaturą. Podczas normalnej pracy zasilacza, w tej strefie dochodzi do największego spadku temperatury szkła.
- Strefa 2. - dwa oddzielne regulatory ogrzewania pozwalają niezależnie ogrzewać prawą i lewą część strefy. Takie rozwiązanie pozwala na wyrównanie temperatur strug szkła, które nierównomiernie wychładzają się na zakręcie łączącym część wyrobową z zasilaczem. Regulator chłodzenia zmienia pozycję zaworu zamontowanego na rurze doprowadzającej powietrze chłodzenia do sklepienia zasilacza. Widoczny na rysunku kominiek spalin ma na celu głównie zapewnienie odpowiedniego ciśnienia wewnątrz strefy.
- Strefa 3. - dwa regulatory: chłodzenia i ogrzewania odpowiadają za sterowanie zaworem mieszanki i zaworem powietrza chłodzenia. W przeciwieństwie do strefy 2., ciśnienie mieszanki jest regulowane dla lewej i prawej strony za pomocą pojedynczego zaworu regulacyjnego.
- Strefa 4. - zawiera pojedynczy regulator temperatury sterujący pojedynczym zaworem regulacyjnym mieszanki. W tej strefie są też zamontowane trzy potrójne termopary (łącznie 9 punktów pomiarowych). Zmierzone wartości dają informację o temperaturach szkła w całym przekroju zasilacza i pozwalają na wyliczenie jednorodności termicznej szkła. Jest to ważny technologicznie

parametr, często uznawany za wskaźnik jakości dla systemu sterowania zasilaczem. W analizowanym zasilaczu, w ostatniej strefie, są również zainstalowane mieszadła, które powodują mieszanie szkła w celu poprawy jednorodności termicznej.

- Głowica - Jest to końcowa część zasilacza opalana podobnie jak poprzedzające strefy. Nie ma tam jednak regulatora temperatury, a jedynie regulator ciśnienia mieszanki. W głowicy zamontowany jest wytłocznik, który wyciska krople szkła trafiające następnie do formy.

Podobnie jak w przypadku pieca, sterowanie tą częścią instalacji polega na kontrolowaniu wielu pętli regulacji tak, aby uzyskać właściwy profil temperatury wzdłuż zasilacza. Największe problemy występują w momencie zmian produkowanego asortymentu. W tym czasie produkcja jest przerywana aż do czasu przebrojenia głowicy zasilacza i ustalenia nowych wartości zadanych temperatur w strefach. Sytuacja taka stawia także duże wymagania regulatorom temperatury. Bardzo często zdarza się, że pętle PID dostrojone do tłumienia zakłóceń w stanie ustalonym, nie gwarantują wystarczającej jakości sterowania dla nadążania za wartością zadaną. Kontrolowane procesy charakteryzują się znacznymi opóźnieniami, co powoduje konieczność zmniejszenia wzmocnień regulatorów [72]. Z tego powodu, zmiana punktów pracy instalacji często odbywa się w trybie manualnym. Ciśnienie mieszanki opalania i nastawy urządzeń chłodzących są wtedy zmieniane bezpośrednio przez operatorów, z pominięciem pętli regulacji.

## 4.2. Matematyczne modele procesu kondycjonowania

Jeżeli zostanie przyjęte założenie, że rozpuszczone szkło jest nieściśliwym doskonale lepkiem płynem newtonowskim, to jego pęd może zostać opisany za pomocą równań cząstkowych Naviera-Stokesa, podobnie zmiany temperatury można opisać za pomocą równania transportowego ciepła, a zmiany masy z wykorzystaniem równania bilansu mas.

### 4.2.1. Trójwymiarowy model CFD

Wspomniany powyżej układ trzech cząstkowych równań różniczkowych (PDE) jest szeroko stosowany dla opisywanego problemu, np. dla przypadku trójwymiarowego został zaprezentowany w pracach [9, 73] i może zostać wyprowadzony korzystając z zasad zachowania energii, pędu i masy.

Dla masy jednostkowej równania te mają poniższą postać:

- równanie transportu ciepła:

$$\frac{d(\rho c_p T)}{dt} = \nabla \cdot \lambda \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q}_r + S_e - \rho \mathbf{v} \cdot \nabla (c_p T), \quad (4.1)$$

- równanie Naviera-Stokesa:

$$\frac{d(\rho \mathbf{v})}{dt} = \nabla \cdot [\eta \nabla \mathbf{v} + \eta (\nabla \mathbf{v})^T] + \rho \mathbf{g} - \nabla p - \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}, \quad (4.2)$$

– równanie zachowania masy dla cieczy nieściśliwej:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \quad (4.3)$$

gdzie:  $\rho$  - gęstość szkła,  $[\frac{kg}{m^3}]$ ,  $\mathbf{v}$  - wektor prędkości szkła,  $[\frac{m}{s}]$ ,  $p$  - ciśnienie oddziałujące na szkło  $[\frac{kg}{ms^2}]$ ,  $\eta$  - dynamiczna lepkość szkła (zależna od temperatury)  $[\frac{kg}{ms}]$ ,  $\mathbf{g}$  - wektor przyspieszenia ziemskiego  $[\frac{m}{s^2}]$ ,  $c_p$  - pojemność cieplna szkła  $[\frac{J}{kgK}]$ ,  $T$  - temperatura szkła  $[K]$ ,  $\lambda$  - przewodność cieplna szkła  $[\frac{J}{msK}]$ ,  $\mathbf{q}_r$  - strumień ciepła radiacyjnego (zależny od temperatury)  $[\frac{J}{m^2s}]$ ,  $S_e$  - dyssypacja energii dogrzewu elektrycznego  $[\frac{J}{m^3s}]$ , operator gradientu  $\nabla = \left( \frac{d}{dx} \quad \frac{d}{dy} \quad \frac{d}{dz} \right)$ .

W równaniu (4.1) zmiana energii jest równa sumie czynników odpowiadających za przewodzenie ciepła, radiację i energię dostarczoną przez dogrzew elektryczny. Uwzględniane są również straty energii wynikające z konwekcji. W równaniu (4.2) zmiana przepływu szkła wynika z odkształcenia cieczy pod wpływem działających sił lepkości, działania grawitacji, zmian ciśnienia w cieczy i konwekcji pędu. Postać ostatniego równania (4.3) wynika z faktu że roztopione szkło jest cieczą nieściśliwą, więc jego gęstość jest stała.

W równaniach występują parametry zależne od temperatury szkła  $T$ . W przypadku dynamicznej lepkości  $\eta$ , ten związek jest modelowany przez równanie Vogela-Fulchera-Tammanna:

$$\eta = \kappa_1 e^{\kappa_2 - \kappa_3 / (T - T_0)}, \quad (4.4)$$

gdzie:  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  i  $T_0$  są stałymi zależnymi od rodzaju szkła.

Wpływ temperatury  $T$  na strumień radiacyjny wyraża się przez tzw. aproksymację Rosselanda:

$$q_r = \left( \frac{16n_r^2 \sigma_B T^3}{3\alpha} \right), \quad (4.5)$$

gdzie:  $n_r$  to współczynnik załamania ośrodka,  $\sigma_B$  to stała Boltzmana,  $\alpha$  to współczynnik absorpcji. Warto zwrócić uwagę, że strumień ciepła przenoszonego przez radiację zmienia się wraz z trzecią potęgą temperatury szkła, co oznacza że rozwiązanie powyższych równań może być bardzo wrażliwe na niedokładności modelu i błędy numeryczne. Jeżeli wszystkie powiązania pomiędzy wielkościami występującymi w równaniach (4.1) - (4.3) miałyby być uwzględnione podczas symulacji, to muszą być one traktowane jako układ równań. Modele tego typu są najczęściej dyskretyzowane i rozwiązywane numerycznie z wykorzystaniem metod obliczeniowej mechaniki płynów (CFD) [74].

#### 4.2.2. Uproszczony model jednowymiarowy

Nieco mniej skomplikowane podejście, pozwalające na symulację temperatury szkła w strefach zasilacza, zostało zaproponowane w pracach [75, 76, 77, 78, 79, 80]. Autorzy wykorzystują inną postać równania transportu ciepła [81], z uwzględnieniem tylko jednego wymiaru:

$$c_p \rho \frac{dT(x, t)}{dt} + c_p \rho v(t) \frac{dT(x, t)}{dx} - \lambda \frac{d^2 T(x, t)}{dx^2} = S_{\Sigma}(t), \quad (4.6)$$

gdzie:  $x \in [0, l]$ ,  $l$  - długość strefy zasilacza,  $T$  - rozkład temperatury szkła wzdłuż strefy zasilacza,  $\rho$  - gęstość szkła,  $v$  - prędkość szkła,  $c_p$  - pojemność cieplna szkła,  $\lambda$  - przewodność cieplna szkła,

$S_{\Sigma}$  - ciepło dostarczane z zewnątrz lub odbierane. Dla procesu kondycjonowania liczba Pécleta, oznaczająca stosunek strumienia konwekcyjnego do strumienia dyfuzyjnego masy, jest duża większa niż 1. W związku z tym, czynnik odpowiedzialny za dyfuzję może być w równaniu pominięty.

O ile układ równań przedstawionych poprzednio może służyć do symulacji procesu w każdej części instalacji produkcji szkła, to pojedyncze równanie transportu ciepła może zostać wykorzystane przy założeniu, że przepływ szkła jest laminarny, a pojemność cieplna i gęstość szkła są stałe dla danego przedziału temperatur. Pozwala to na wykorzystanie opisanego podejścia jedynie dla części wyrobowej i zasilaczy, gdzie szkło cały czas się przemieszcza w jednym zadanym kierunku bez większych zawirowań, obecnych w przypadku topienia szkła wewnątrz pieca. Podejście to nie uwzględnia także przekazywania ciepła za pomocą radiacji, co jest bardzo istotne podczas procesu topienia zestawu w piecu.

### 4.2.3. Trudności związane z zastosowaniem modeli do celów sterowania

W podrozdziale przedstawiono dwa modele matematyczne, które mogą posłużyć do symulacji rozkładu temperatur podczas procesu kondycjonowania. Obydwa rozwiązania zostały opracowane na podstawie znajomości zjawisk fizycznych zachodzących podczas procesu produkcji szkła. Stworzone na podstawie wymienionych modeli symulacje mogą być przeprowadzane za pomocą środowisk pozwalających na numeryczne rozwiązywanie równań cząstkowych. Takie podejście nie zawsze jest możliwe do zastosowania w systemach sterowania, gdzie bardzo istotne są wymagania czasu rzeczywistego, a czas symulacji w którym może zostać obliczone wyjście modelu powinien być co najmniej 100 razy krótszy niż w przypadku rzeczywistego procesu [73]. Ten problem został także zauważony przez autorów publikacji [82]. Opracowali oni model dynamiki zasilacza w postaci równań cząstkowych, który mógłby być wykorzystany do celów regulacji predykcyjnej, ale wymagałoby to zastosowania długiego horyzontu predykcji, ze względu na czas potrzebny do przeprowadzenia symulacji.

W następnym podrozdziale zostaną opisane uproszczone modele procesu w kontekście możliwego zastosowania w algorytmach sterowania procesem. W przeciwieństwie do modeli opisanych poprzednio, często nie mają one interpretacji fizycznej, ale zazwyczaj dobrze się sprawdzają przy syntezie zaawansowanych regulatorów.

## 4.3. Wykorzystanie modeli procesu w algorytmach sterowania

Jak już poprzednio wspomniano, w większości instalacji, strefy zasilacza są sterowane niezależnie od siebie za pośrednictwem regulatorów PID o jednym wejściu i jednym wyjściu. Problem zaawansowanej regulacji dla procesu kondycjonowania jest jednak istotny, na co zwrócono uwagę w pracy [10]. Wskazano tam, że regulatory predykcyjne mogą być implementowane we wszystkich trzech głównych obszarach instalacji (wanna szklarska, część wyrobowa, zasilacze). O ile w przypadku wanny szklarskiej i zasilaczy najistotniejszą zaletą tego typu regulatora jest możliwość łatwego sterowania obiektami MISO, o tyle w przypadku części wyrobowej, dodatkowo istotna jest kwestia sprzężeń pomiędzy sąsiednimi zasilaczami, np. przyjęcie zbyt dużej wartości zadanej temperatury na wejściu jednego z nich może



spowodować, że w przypadku innych linii nie będzie możliwe spełnienie wymagań produkcyjnych. Ten problem można uwzględnić przy konstrukcji wskaźnika jakości dla regulatora.

Idealny system sterowania procesem kondycjonowania powinien realizować dwa zadania:

- Wyznaczanie optymalnego profilu temperatury dla danego punktu pracy instalacji, np. wyliczenie wartości zadanych temperatur jakie powinny zostać ustawione w kolejnych strefach zasilacza lub optymalnych punktów pracy urządzeń wykonawczych.
- Utrzymywanie zadanej temperatury szkła przez sterowanie palnikami gazowymi i innymi urządzeniami wykonawczymi w odpowiedzi na zakłócenia lub zmieniające się warunki pracy.

Wymagania techniczne i teoretyczna analiza dwóch możliwych rozwiązań dla takiego zaawansowanego systemu sterowania zostały przeanalizowane w pracy [4].

### 4.3.1. Redukcja modeli CFD

Jak wiadomo, praktycznie wszystkie zaawansowane algorytmy sterowania procesami wykorzystują jakąś formę modelu kontrolowanego obiektu. W przypadku procesu kondycjonowania, najbardziej naturalne wydaje się skorzystanie z przedstawionych poprzednio modeli w postaci równań cząstkowych. Jak już poprzednio wspomniano, ich rozwiązanie wymaga dużej mocy obliczeniowej i czasu, co często czyni je niemożliwymi do bezpośredniego wykorzystania w rzeczywistych aplikacjach systemów sterowania. Sposoby redukcji modeli CFD zostały przedstawione w pracach [73, 83, 84, 85].

W pierwszym kroku opisywanej metody, na podstawie symulacji modelu CFD, tworzona jest macierz symulowanych temperatur  $\mathbf{T}_{snap}$ . Zdykretyzowane elementy siatki modelu  $\xi$  są opisywane przez trzy współrzędne. Przyjęto, że siatka składa się z  $L$  elementów. Zmienna  $\tilde{T}(\xi_l, t_k)$  opisuje symulowaną wartość temperatury w punkcie  $\xi_l$  w chwili  $t_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ :

$$\mathbf{T}_{snap} = \begin{bmatrix} \tilde{T}(\xi_1, t_1) & \dots & \tilde{T}(\xi_1, t_K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{T}(\xi_L, t_1) & \dots & \tilde{T}(\xi_L, t_K) \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Macierz (4.7) może być przedstawiona w innej formie, wykorzystując rozkład według wartości osobliwych (SVD):

$$\mathbf{T}_{snap} = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Sigma} \mathbf{\psi}^T, \quad (4.8)$$

gdzie  $\mathbf{\Phi}$  i  $\mathbf{\psi}$  to macierze ortogonalne, a  $\mathbf{\Sigma}$  to macierz diagonalna.

Macierz  $\mathbf{\Phi}$  można zapisać w postaci kolumnowej  $\mathbf{\Phi} = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_L]$ , gdzie wektory  $\phi_i$  są ortonormalne. Wartości temperatur we wszystkich symulowanych punktach w danej chwili czasu można przedstawić jako:

$$\mathbf{T}(t_k) = \sum_{i=1}^L a_i(t_k) \phi_i = \sum_{i=1}^n a_i(t_k) \phi_i + \epsilon_T(t_k), \quad (4.9)$$

gdzie:  $n \leq L$ ,  $\epsilon_T(t_k) = \sum_{i=n+1}^L a_i(t_k) \phi_i$ ,  $a_i$  - współczynniki Fouriera. Wyrażenie  $\epsilon_T(t)$  oznacza błąd wynikający z uwzględnienia tylko  $n$  składników we wzorze. Celem właściwego rozkładu ortogonalnego

(POD) jest takie dobranie wektorów bazy  $\Phi$ , aby minimalizować błąd przybliżenia wartości temperatury w przypadku wyboru jedynie  $n$  pierwszych wektorów bazy. W tym celu, wektory  $\phi_i$ , związane z wartościami osobliwymi  $\sigma_i$ , dobiera się tak aby:  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_L > 0$ . Należy zwrócić uwagę, że wektory  $\phi_i$  przedstawiają rozłożenie temperatur w przestrzeni, a parametry  $a_i$  opisują zmiany w czasie. W opisywanym przypadku, wektor  $\phi_1$  odpowiada największej wartości osobliwej  $\sigma_1$  i odnosi się do najbardziej dominującej składowej opisującej charakterystykę rozkładu temperatur w czasie dla danego zbioru danych z  $T_{snap}$ . Należy zwrócić uwagę, że wyznaczony baza ortogonalna  $\Phi_n$  jest zależna od wyników konkretnego eksperymentu, jednak przy odpowiednim doborze danych, uzyskane wyniki dobrze opisują zachowanie procesu również podczas innych eksperymentów. Wartości tworzące wektor współczynników  $\mathbf{a}$ , przy uwzględnieniu jedynie  $n$  pierwszych wektorów bazowych, można obliczyć jako:

$$\mathbf{a}(t_k) = \Phi_n^T \mathbf{T}(t_k). \quad (4.10)$$

W następnym kroku metody, proponowana jest struktura modelu i szukana jest relacja pomiędzy wejściami procesu  $u(t_k)$ , a parametrami  $a_i(t)_{i=1}^n$ , tak aby przewidzieć zmiany wartości współczynników Fouriera w zależności od zadanego sygnału sterującego  $u(t_k)$ . W pracach [73, 83, 84] zastosowano w tym celu klasyczne metody identyfikacji systemów, natomiast w pracy [85] posłużono się metodą projekcji Galerkin. Po uzyskaniu opisu procesu w postaci równań stanu, model może zostać łatwo użyty np. do syntezy regulatora predykcyjnego [73, 83, 84] lub regulatora LQR [85].

### 4.3.2. Algorytmy oparte o jednowymiarowy model fizyczny

Autorzy artykułów [75, 76, 77, 78, 79, 80] wykorzystywali zaprezentowany poprzednio model, opisany przez równanie (4.6), w różnych zadaniach związanych ze sterowaniem procesem kondycjonowania szkła. Wyjściowy model jest traktowany jako nieliniowy, ponieważ zakłada się że prędkość szkła  $v(t)$  może się zmieniać w czasie symulacji, wraz ze zmianą wydobycia szkła w zasilaczu. Dużą zaletą takiego podejścia jest fakt, że wszystkie parametry występujące w cząstkowym równaniu różniczkowym są identyfikowane podczas eksperymentów dla konkretnej instalacji.

Artykuły [75, 76, 77, 78] opisują syntezę regulatora ze sprzężeniem w przód (*feedforward*) dla celów optymalnej zmiany dwóch punktów pracy instalacji. W pracach [79, 80] dodatkowo wzbogacono układ sterowania strefą zasilacza o sprzężenie zwrotne (*feedback*), którego celem jest tłumienie zakłóceń wynikających przede wszystkim ze zmian wydobycia szkła podczas pracy i błędów modelu.

W pracy [75] poruszono dodatkowo pierwszy z problemów wymienionych na początku podrozdziału, czyli wyznaczanie optymalnych punktów pracy instalacji w stanie ustalonym. W tym celu wyliczone zostały odpowiedzi skokowe temperatur w kolejnych strefach zasilacza. Przy założeniu, że czas takich odpowiedzi dąży do nieskończoności, równania różniczkowe zostały sprowadzone do algebraicznych. Wyznaczenie optymalnych wartości przepływu gazu, przy uwzględnieniu ograniczeń sterowania, sprowadza się w takim wypadku do problemu programowania liniowego.

### 4.3.3. Wykorzystanie wielomianów ortogonalnych

Autorzy artykułu [86] zaprezentowali rezultaty aplikacji regulatora predykcyjnego do sterowania zasilaczem złożonym z trzech stref. Ich podejście wyróżnia się sposobem modelowania procesu w oparciu o autorską metodę DMT. Model obiektu z czasem ciągłym  $g(t)$  jest przybliżany przy użyciu szeregu  $N$  ortogonalnych funkcji Laguerre'a:

$$g(t) = \sum_{i=1}^{i=N} c_i l_i(t), \quad (4.11)$$

gdzie:  $c_i$  -  $i$ -ty współczynnik dla funkcji Laguerre'a.

Funkcje Laguerre'a są wielomianami ortonormalnymi zdefiniowanymi jako:

$$l_i(t) = \sqrt{2p} \frac{e^{pt}}{(i-1)!} \frac{d^{i-1}}{dt^{i-1}} (t^{i-1} e^{-2pt}), \quad (4.12)$$

gdzie:  $i = 1, \dots, N$ ,  $p$  - biegun funkcji Laguerre'a. Autorzy wskazują, że istotną zaletą przyjętego podejścia jest możliwość modelowania obiektów posiadających duże stałe czasowe.

Opisany system jest w stanie dokonać ponownej identyfikacji modeli procesu. Jest to konieczność wynikająca ze zmiennych warunków pracy - przede wszystkim zmian wydobycia szkła i różnych typów produkowanych opakowań. Największą korzyścią opisanego rozwiązania było znaczne przyspieszenie procedury zmiany punktu pracy instalacji, co jest szczególnie istotne przy krótkich seriach produkcyjnych.

### 4.3.4. Inne modele procesu kondycjonowania

Podobnie jak w przypadku innych procesów przemysłowych, również kondycjonowanie szkła może być opisane za pomocą modeli dyskretnych zidentyfikowanych w oparciu o przeprowadzone eksperymenty. W pracy [72] przedstawiono syntezę regulatorów GPC zastępujących pętle PID w poszczególnych strefach zasilacza. Zastosowano autoregresyjne modele ze średnią ruchomą, co pozwoliło rozwiązać główne problemy związane z regulacją PID, wynikające z dużych opóźnień występujących w obiekcie.

Przykład wykorzystania logiki rozmytej dla analizowanego procesu został opisany w pracy [87]. Zaletą takiego podejścia jest brak konieczności posiadania matematycznego modelu procesu. Jest on niejako zastępowany przez zbiór reguł opisujących zachowanie obiektu. Reguły te są tworzone w oparciu o wiedzę i doświadczenie operatorów sterujących procesem.

### 4.3.5. Rozwiązania komercyjne

Wśród różnych implementacji zaawansowanych metod sterowania procesem, należy również wspomnieć o rozwiązaniach komercyjnych, wykorzystywanych w niektórych zakładach. Pozwalają one na całościowe podejście do problemu sterowania produkcją szkła. W przypadku aplikacji Expert System, dostarczanej przez firmę Glass Service [67, 68, 69, 70], wskaźnikiem jakości sterowania, na podstawie którego są podejmowane decyzje np. o zmianie wartości zadanych temperatur w strefach zasilacza, jest

jednorodność szkła obliczana przy pomocy macierzy termopar (3 termopary trypunktowe tworzące 9 punktów pomiarowych) umieszczonych w ostatniej strefie. Według informacji producenta, wykorzystywany jest algorytm regulatora predykcyjnego w połączeniu z podejściem wynikającym z logiki rozmytej. Potrzebne dla celów sterowania modele są uzyskiwane w oparciu o procedury identyfikacji na podstawie danych procesowych i mogą podlegać ponownej identyfikacji. Wspomniane rozwiązanie pozwala również na sterowanie innymi elementami instalacji wytopu szkła. W jego trzeciej wersji dołączono możliwość kontroli położenia linii zestawu szklarskiego w piecu na podstawie obrazu z kamery [70]. Niestety, w przytoczonych artykułach nie są podane szczegółowe informacje na temat stosowanych algorytmów, a bardziej skupiono się na uzyskanych rezultatach po zastosowaniu aplikacji w różnych zakładach zajmujących się produkcją szkła.

Innym rozwiązaniem komercyjnym, oferowanym przez firmę Siemens, jest produkt GlassExpert [88]. Podobnie jak w poprzednim przypadku, umożliwia on sterowanie zarówno procesem topienia w piecu, jak i procesem kondycjonowania szkła w części wyrobowej i zasilaczach. Wykorzystuje regulację predykcyjną dla zmieniających się modeli procesu. Również w tym przypadku autorzy nie podają szczegółowych informacji na temat sposobu implementacji poszczególnych funkcjonalności. Jest oczywistym, że każda aplikacja tworzy swoiste skomplikowane środowisko obliczeniowe, a jej wdrożenie dla danej instalacji wiąże się z dużymi kosztami i znacznym nakładem pracy.

## 5. Model symulacyjny strefy zasilacza

Podczas pracy nad algorytmami sterowania, które zostaną opisane w dalszej części pracy, ważna jest możliwość przetestowania działania stworzonych rozwiązań. W tym celu dokonano syntezy modeli strefy zasilacza opisanych cząstkowymi równaniami różniczkowymi, podobnie jak w pracach [75, 76, 77, 78, 79, 80]. Jak już wspomniano w poprzednim rozdziale, podejście to ma szereg ograniczeń, ale wydaje się wystarczające dla analizowanego problemu. Wartości parametrów występujących w równaniach cząstkowych wyznaczono w oparciu o zarejestrowane dane procesowe. Za symulację procesu w środowisku MATLAB odpowiada zewnętrzny *solver*. Rozwiązanie takie sprawdza się podczas testów *off-line*, jednak z uwagi na czas obliczeń, trudne byłoby jego zastosowanie w rzeczywistym systemie sterowania. Budowa wspomnianego symulatora może być traktowana jako dodatkowy wkład naukowy w sumaryczne wyniki objęte tą pracą.

Poniżej zostaną szczegółowo opisane dwa zastosowane modele PDE stref zasilacza w postaci cząstkowych równań różniczkowych, wraz z przedstawieniem procedury identyfikacji ich parametrów. Otrzymane wyniki symulacyjne zostaną porównane z rzeczywistymi danymi procesowymi.

### 5.1. Założenia modelu PDE

Do symulacji dynamiki strefy zasilacza posłużono się opisanym wcześniej równaniem cząstkowym (4.6). Na jego podstawie można dokonać symulacji temperatur szkła wewnątrz strefy, przy uwzględnieniu poniższych założeń [79]:

- zasilacz szklarski jest dłuższy niż szerszy [89],
- przepływ szkła wewnątrz zasilacza jest laminarny [90],
- różnice temperatur wewnątrz pojedynczej strefy są na tyle małe, że właściwości fizyczne szkła wewnątrz niej można uznać za stałe,
- podczas transportu ciepła wewnątrz zasilacza pomijana jest dyfuzja i radiacja.

Równanie typu PDE dla transportu ciepła (5.1) przedstawione w pracy [79], jest podobne do równania (4.6):

$$c_p \rho A \frac{dT(x, t)}{dt} - c_p \rho A v(t) \frac{dT(x, t)}{dx} + k_1 T(x, t) = k_2 u(x, t), \quad (5.1)$$

gdzie:  $x \in [0, l]$ ,  $l$  - długość strefy zasilacza,  $T$  - rozkład temperatury szkła wzdłuż strefy zasilacza,  $\rho$  - gęstość szkła,  $v$  - prędkość szkła,  $c_p$  - pojemność cieplna szkła,  $A$  - powierzchnia przekroju poprzecznego strefy zasilacza,  $u$  - sterowanie w postaci dostarczanego ciepła. Obydwa równania nieco różnią się od siebie. Po pierwsze, nowe równanie nie było podzielone stronami przez wartość  $A$ . Usunięty został także składnik odpowiedzialny za dyfuzję. Stała  $k_1$  definiuje jak szybko wychładza się szkło, natomiast stała  $k_2$  to wzmocnienie mówiące, jak sterowanie (np. w postaci ciśnienia mieszanki gazowo-powietrznej) wpływa na temperaturę szkła. Przeciwnie skierowany jest także wektor prędkości szkła  $v$ .

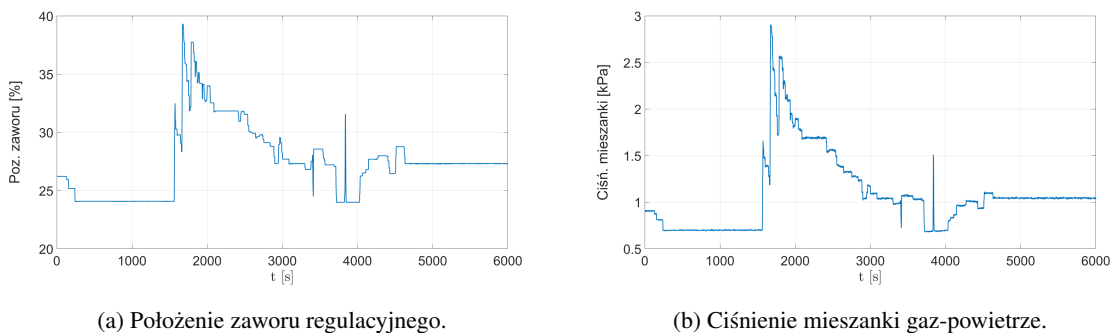
Przy założeniu, że parametry  $c_p$ ,  $\rho$  i  $A$  są stałe, można podzielić przez nie obydwie strony równania. Uprozczone równanie ma postać:

$$\frac{dT(x, t)}{dt} - v(t)\frac{dT(x, t)}{dx} + K_1T(x, t) = K_2u(x, t). \quad (5.2)$$

Nowe stałe  $K_1$  i  $K_2$  mogą być interpretowane odpowiednio jako odwrotność stałej czasowej procesu i wzmocnienie sygnału sterującego. Warunek brzegowy, pozwalający na uwzględnienie wpływu temperatury z poprzedniej strefy  $w(t)$  na obecną temperaturę, można zdefiniować jako:

$$T(0, t) = w(t). \quad (5.3)$$

Funkcja  $u(x, t)$  opisuje jak energia pochodząca ze spalania gazu oddziałuje w poszczególnych fragmentach strefy zasilacza. W artykule [80] założono, że sterowanie jest podawane jako procent otwarcia zaworu regulacyjnego mieszanki, natomiast funkcja definiująca rozkład przestrzenny sterowania podlega identyfikacji. W prezentowanych poniżej eksperymentach i dalszej części pracy jako wejście sterujące uznano ciśnienie mieszanki gazowo-powietrznej.



(a) Położenie zaworu regulacyjnego.

(b) Ciśnienie mieszanki gaz-powietrze.

**Rys. 5.1.** Zależność pomiędzy położeniem zaworu regulacyjnego mieszanki a ciśnieniem mieszanki gazowo-powietrznej.

Jak łatwo zaobserwować na rysunku 5.1, dla analizowanej instalacji, występuje ścisła zależność pomiędzy tymi dwiema wielkościami. Przyjęcie ogólnego założenia, że ilość dostarczonej do układu energii zależy w sposób liniowy od położenia zaworu regulacyjnego (podobnie jak w pracy [80]) lub ciśnienia mieszanki, jest uproszczeniem rzeczywistości. Stosunek ilości powietrza do gazu jest zawsze stały, nawet jeżeli zmienia się ciśnienie mieszanki (odpowiada za to osobny zawór na panelu gazowym). Przyjęto więc, że dla niewielkich zmian tego parametru, proporcjonalnie zmienia się ilość gazu doprowadzonego do instalacji gazowej i powiązana z nią ilość powietrza dostarczanego przez wentylator opalania.

Drugim istotnym założeniem, które może wpływać na dokładność modelu, jest przyjęcie takiego samego oddziaływania sterowania  $u(x, t)$  w każdym z punktów rozmieszczonych wzdłuż strefy zasilacza. Jak pokazują jednak przedstawione poniżej wyniki symulacji, pomimo tych uproszczeń, zidentyfikowane modele dość dobrze oddają rzeczywistość.

## 5.2. Zależność szybkości przepływu szkła od wydobywania

W równaniu (5.2) występuje składnik  $v(t)$  odpowiadający za szybkość przepływu szkła w zasilaczu. Jak już wcześniej wspomniano, w analizowanej instalacji nie jest mierzone wydobywanie szkła ani szybkość jego przepływu.

W pracy [8] podano, że minimalny czas przebywania szkła w zasilaczu (czas rezydencji) wynosi około 40 *min*, a maksymalny czas nie powinien być dłuższy niż 1,5 wartości minimalnej. W tej samej pracy podano także, że minimalna szybkość przepływu szkła podczas kondycjonowania wynosi około  $2,22 \frac{mm}{s}$  i rośnie wraz z wydobywaniem w przybliżeniu liniowo, natomiast w artykule [79] wartości tego parametru oszacowano w przedziale  $2-4 \frac{mm}{s}$ .

Dla modelowanego zasilacza, nie było możliwości przeprowadzenia czynnych eksperymentów identyfikacyjnych. Aby uzyskać zależność szybkości przepływu szkła  $v$  od wydobywania  $g$ , podawanego w tonach na dobę, wykorzystano zakłócenia widoczne podczas pomiarów temperatury w kolejnych strefach zasilacza. Znając odległości pomiędzy termoparami, uzyskano poniższe równanie:

$$v(g) = 0.0344 \cdot g + 1.236. \quad (5.4)$$

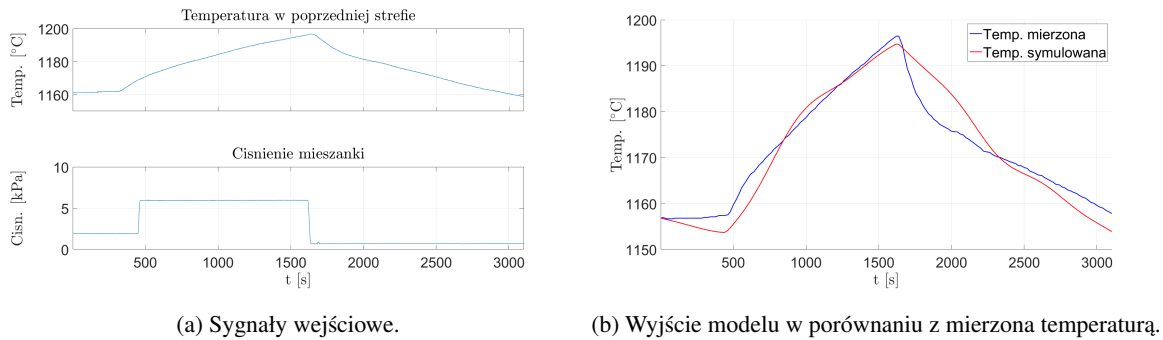
Otrzymana zależność jest przybliżona, jednak wyliczone wartości szybkości minimalnej  $2,784 \frac{mm}{s}$  (przy wydobywaniu  $45 \frac{t}{24h}$ ) i szybkości maksymalnej  $3,988 \frac{mm}{s}$  (przy wydobywaniu  $80 \frac{t}{24h}$ ) mieszczą się w podanym poprzednio zakresie wielkości rzeczywistych.

## 5.3. Strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki

Podstawowa postać modelu odnosi się do strefy zasilacza wyposażonej w palniki gazowe sterowane pojedynczym zaworem regulacyjnym. W zasilaczu przedstawionym na rysunku 4.2 taki układ posiada ostatnia czwarta strefa. Parametry modelu zostały dobrane w oparciu o dane procesowe zebrane dla tej części zasilacza.

Jak już poprzednio wspomniano, nie było możliwe przeprowadzenie czynnych eksperymentów identyfikacyjnych dla rzeczywistego obiektu, jednak dostępne były zgromadzone dane pomiarowe dla instalacji technologicznej, z wykorzystaniem których dokonano procedury identyfikacji. Parametry modeli zostały wyznaczone przy wykorzystaniu procedury *fminsearch* z pakietu MATLAB na drodze wielokrotnych symulacji. Minimalizowany wskaźnik wartości to kwadrat różnicy pomiędzy rzeczywistym przebiegiem mierzonej temperatury w zasilaczu, a wynikami symulacji modelu PDE dla temperatury na końcu zasilacza  $T(l, t)$ . Procedura ta została przeprowadzona dla ustalonego punktu pracy, przy stałym wydobywaniu szkła równym  $46,02 \frac{t}{24h}$ . Sygnały wejściowe dla eksperymentu, jak również wyniki

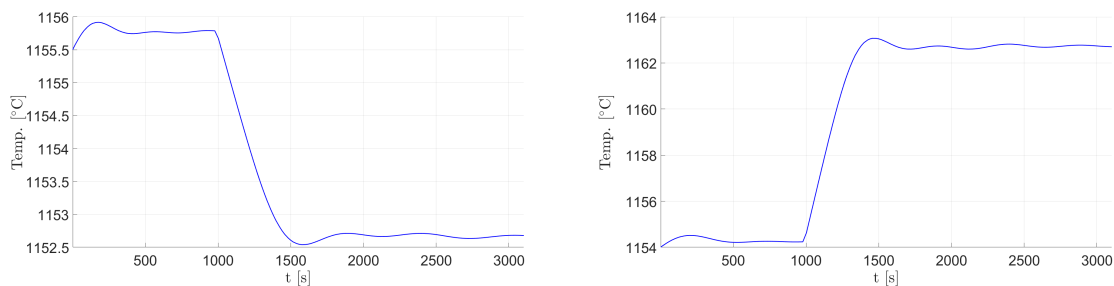
symulacji w porównaniu z rzeczywistymi przebiegami temperatur przedstawiono na rysunku 5.2. Zidentyfikowane parametry modelu są widoczne w tabeli 5.1. Odpowiedź układu (zmiany temperatury szkła na końcu strefy) na skok ciśnienia mieszanki, jak również na spadek wydobywania zaprezentowano na rysunku 5.3.



**Rys. 5.2.** Dane historyczne użyte do identyfikacji modelu PDE z pojedynczym sterowaniem i porównanie odpowiedzi modelu z temperaturą mierzoną.

**Tabela 5.1.** Zidentyfikowane wartości parametrów modelu PDE z pojedynczym sterowaniem.

Wartość parametru	
$K_1$	$K_2$
$3,3224 \times 10^{-5}$	$8,7945 \times 10^{-3}$



$[80, 35 \frac{t}{24h} - 36, 74 \frac{t}{24h}]$ .

$[2kPa - 5kPa]$ .

**Rys. 5.3.** Odpowiedź wyjścia modelu PDE z pojedynczym sterowaniem na spadek wydobywania szkła i skok ciśnienia mieszanki.

## 5.4. Strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i zaworem chłodzenia

W przypadku drugiego z analizowanych typów stref zasilacza, oprócz palników gazowych, dodatkowo zamontowano pojedynczy zawór regulacyjny powietrza chłodzenia. W celu rozróżnienia tych

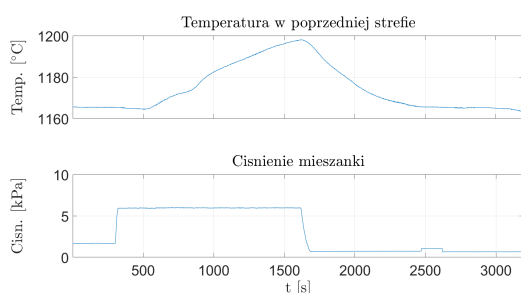


dwóch sygnałów sterujących, oznaczono je odpowiednio jako  $u_1(x, t)$  i  $u_2(x, t)$ . Otwarcie zaworu  $u_2(x, t)$ , podawane w procentach, wpływa na szybsze wychładzanie powierzchni szkła. Przyjęto, że zmiana wartości współczynnika odpowiedzialnego za wychładzanie strefy w zależności od położenia zaworu chłodzenia, jest aproksymowany przez funkcję kwadratową. W tym celu w równaniu (5.5) dodano dwa dodatkowe współczynniki  $K_3$  i  $K_4$ :

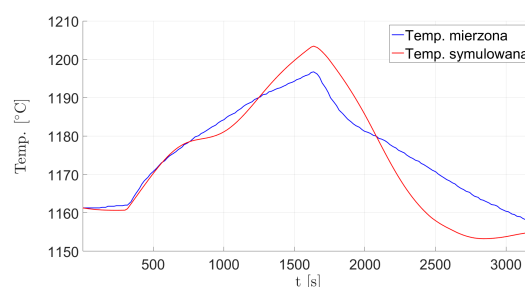
$$\frac{dT(x, t)}{dt} - v(t) \frac{dT(x, t)}{dx} + K_1(K_3 u_2(x, t)^2 + K_4 u_2(x, t) + 1)T(x, t) = K_2 u_1(x, t). \quad (5.5)$$

Wartości tych parametrów zostały zidentyfikowane w dodatkowym eksperymencie. Również w przypadku drugiego rodzaju sterowania, przyjęto założenie, że położenie zaworu chłodzenia tak samo wpływa na temperaturę szkła wzdłuż całej strefy zasilacza.

Podobnie jak poprzednio, współczynniki modelu PDE dobrano na drodze symulacji. W pierwszym eksperymencie, podczas którego położenie zaworu chłodzenia było utrzymywane na stałym minimalnym poziomie, zostały zidentyfikowane parametry  $K_1$  i  $K_2$ . Stałe wydobyć szkła dla zasilacza było równe  $75,1 \frac{t}{24h}$ . Wyniki symulacji są widoczne na rysunku 5.4.



(a) Sygnały wejściowe.



(b) Wyjście modelu w porównaniu z mierzoną temperaturą.

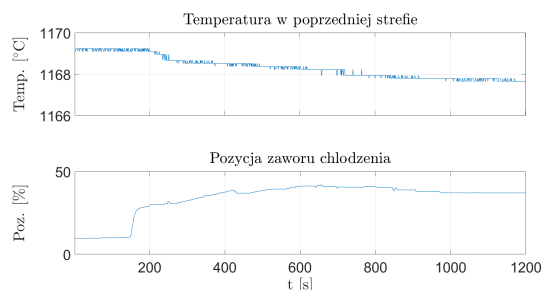
**Rys. 5.4.** Dane historyczne użyte do identyfikacji modelu PDE z podwójnym sterowaniem i porównanie odpowiedzi modelu z temperaturą mierzoną - 1. eksperyment.

W drugim eksperymencie oszacowano wartości parametrów  $K_3$  i  $K_4$ , na podstawie reakcji układu na dużą zmianę położenia zaworu chłodzenia, przy minimalnej wartości ciśnienia mieszanki. Stałe wydobyć szkła dla zasilacza było równe  $74,67 \frac{t}{24h}$ . Otrzymane rezultaty symulacji przedstawiono na rysunku 5.5.

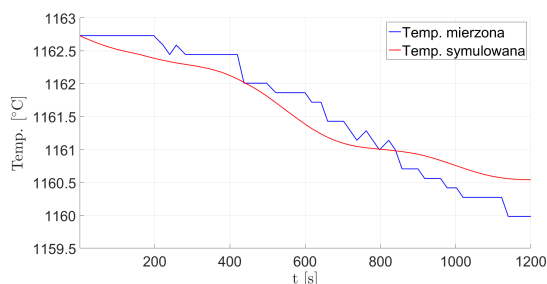
**Tabela 5.2.** Zidentyfikowane wartości parametrów modelu PDE z podwójnym sterowaniem.

Wartość parametru			
$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
$2,7935 \times 10^{-5}$	$1,1686 \times 10^{-2}$	$6,7271 \times 10^{-5}$	$-6,5094 \times 10^{-4}$

Odpowiedź układu (zmiany temperatury szkła na końcu strefy) na skok ciśnienia mieszanki, przy stałym minimalnym położeniu zaworu chłodzenia, jak również na spadek wydobyć zaprezentowano na rysunku 5.6.

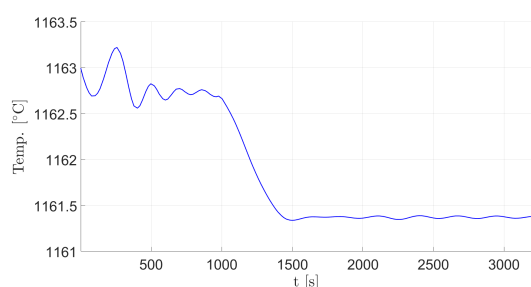


(a) Sygnały wejściowe.

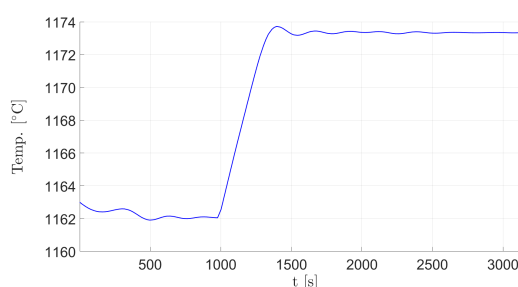


(b) Wyjście modelu w porównaniu z mierzoną temperaturą.

**Rys. 5.5.** Dane historyczne użyte do identyfikacji modelu PDE z podwójnym sterowaniem i porównanie odpowiedzi modelu z temperaturą mierzoną - 2. eksperyment.



(a) Odpowiedź wyjścia modelu na spadek wydobywania szkła  $[80, 35 \frac{t}{24h} - 36, 74 \frac{t}{24h}]$ .



(b) Odpowiedź wyjścia modelu na skok ciśnienia mieszanki  $[2kPa - 5kPa]$ .

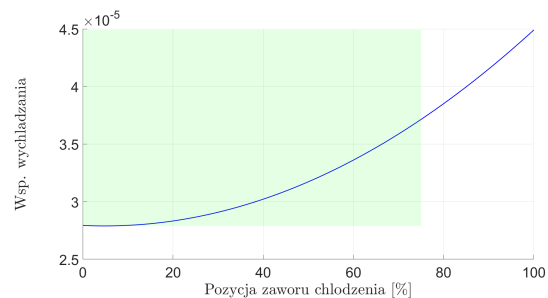
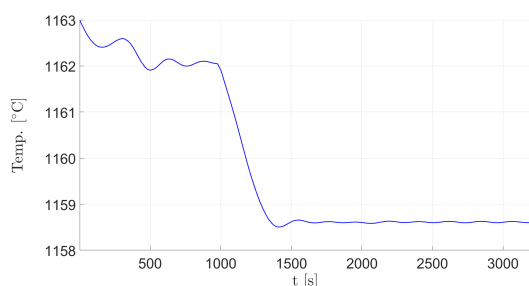
**Rys. 5.6.** Odpowiedź wyjścia modelu PDE z podwójnym sterowaniem na skok ciśnienia mieszanki i spadek wydobywania szkła.

Zmiany temperatury szkła po skokowej zmianie położenia zaworu chłodzenia, jak również zależność wartości współczynnika odpowiedzialnego za oddawanie ciepła, w zależności od położenia zaworu chłodzenia, przedstawiono na rysunku 5.7. Obszar rzeczywistych parametrów pracy, dla wykresu funkcji aproksymującej współczynnik wychładzania, zaznaczono na zielono.

## 5.5. Weryfikacja zidentyfikowanych modeli

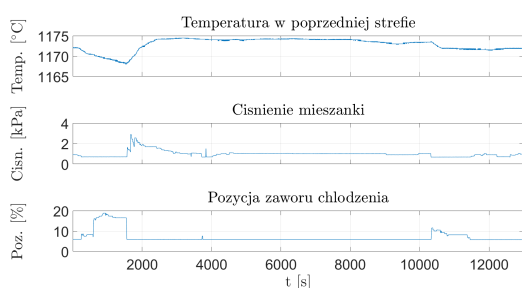
Aby zweryfikować poprawność stworzonych modeli, przeprowadzone zostały kolejne eksperymenty symulacyjne. Tym razem posłużono się innym zestawem danych, niż te dla których zidentyfikowano parametry modeli. Z dostępnych danych historycznych, wybrano przedział w którym wystąpiły znaczące zmiany sygnałów sterujących, ale wydobywanie szkła pozostawało cały czas stałe i wynosiło  $54,08 \frac{t}{24h}$ . Sygnały sterujące dla obydwu stref zasilacza przedstawiono na rysunku 5.8, natomiast rezultaty symulacji w porównaniu z rzeczywistymi pomiarami na rysunku 5.9. Wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy wynikami symulacji, a wyjściem rzeczywistego systemu, przedstawiono w tabeli 5.3.

Jak łatwo zauważyć, otrzymane modele PDE dość dobrze odzwierciedlają zachowanie układu. W obydwu przypadkach błąd średniokwadratowy był znacznie mniejszy od 1. Wyniki te można uznać

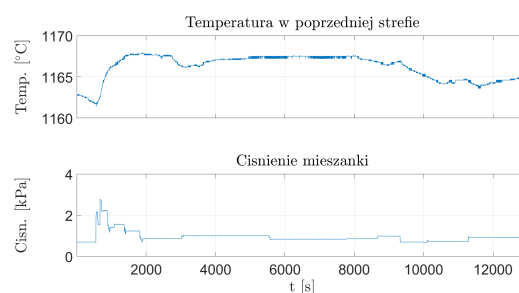


(a) Odpowiedź wyjścia modelu na skok pozycji zaworu powietrza chłodzenia [5% – 75%]. (b) Zależność współczynnika wychładzania od pozycji zaworu chłodzenia.

**Rys. 5.7.** Odpowiedź wyjścia modelu PDE z podwójnym sterowaniem na zmianę położenia zaworu chłodzenia i zależność współczynnika wychładzania od położenia zaworu chłodzenia.



(a) Sygnały wejściowe - strefa 3.



(b) Sygnały wejściowe - strefa 4.

**Rys. 5.8.** Sygnały wejściowe dla obydwu stref użyte podczas eksperymentów symulacyjnych dla weryfikacji modeli PDE.

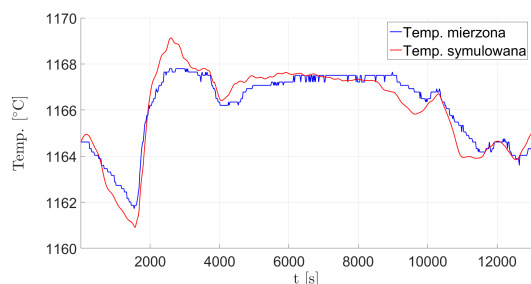
**Tabela 5.3.** Wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy wynikami symulacyjnymi a danymi rzeczywistymi dla eksperymentów weryfikacyjnych modeli PDE.

Wartość MSE	
Strefa 3.	Strefa 4.
0,3327	0,5166

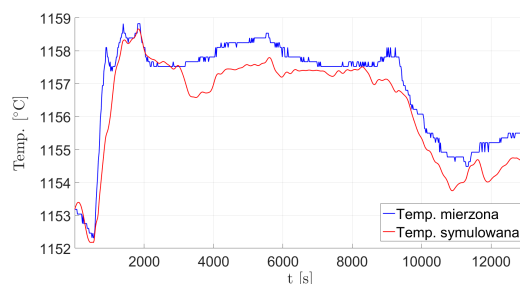
za satysfakcjonujące, zwłaszcza że przeprowadzenie eksperymentów identyfikacyjnych na prawdziwym obiekcie nie było możliwe. Wszystkie etapy syntezy opisywanych modeli zostały przeprowadzone w oparciu o zarejestrowane uprzednio dane historyczne.

## 5.6. Implementacja algorytmów symulacji

W celu przeprowadzania symulacji fizycznego procesu, za pomocą stworzonych modeli dynamiki strefy zasilacza, konieczne jest wykorzystanie pakietu umożliwiającego rozwiązywanie cząstkowych



(a) Wyniki symulacji - strefa 3.



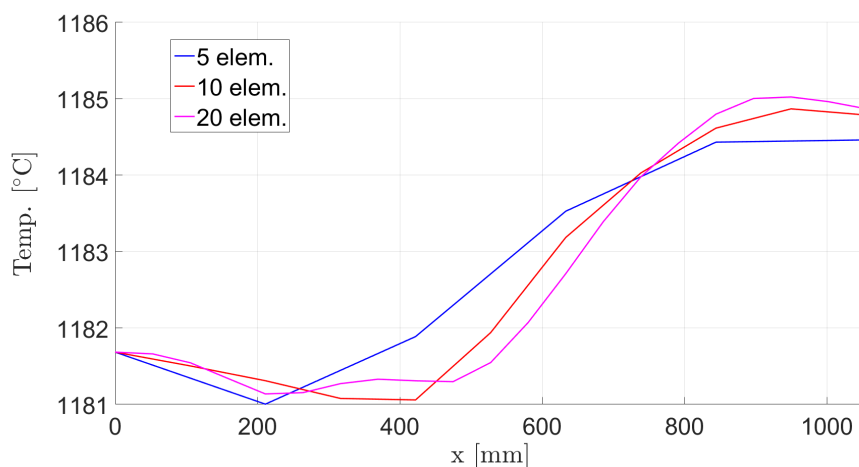
(b) Wyniki symulacji - strefa 4.

**Rys. 5.9.** Wyniki eksperymentów symulacyjnych modeli PDE.

równań różniczkowych. W przeprowadzonych eksperymentach użyte zostało licencjonowane oprogramowanie FEATool Multiphysics [91], głównie ze względu na łatwą integrację ze środowiskiem MATLAB.

W dalszej części pracy, ze względu na przyjęty algorytm identyfikacji procesu, symulacja procesu zwykle odbywa się w interwałach czasowych o stałej długości. W każdej dyskretnej chwili czasu, dla której rozwiązywane jest równanie, konieczne jest uwzględnienie warunku brzegowego, definiowanego przez temperaturę szkła w poprzedniej strefie zasilacza. Dla zerowej chwili symulacji, w danym interwale, należy również wziąć pod uwagę warunek początkowy, który opisuje rozkład temperatur wzdłuż symulowanej strefy zasilacza. Ogólny przebieg procedury symulacji przedstawiono jako algorytm 3.

Istotną kwestią jest również dobór właściwego czasu dyskretyzacji i liczba elementów siatki modelu. W analizowanym jednowymiarowym przypadku, parametr ten definiuje na ile odcinków jest dzielona strefa zasilacza. Obydwie wspomniane wielkości pozwalają na uzyskanie dokładniejszych rozwiązań, jednak istotnie zwiększają konieczny czas symulacji. Na rysunku 5.10 przedstawiono symulowane rozłożenie temperatur wzdłuż ostatniej strefy zasilacza, o długości 1055 mm, dla różnej liczby elementów siatki modelu.

**Rys. 5.10.** Porównanie rozkładu temperatury wewnątrz strefy zasilacza dla różnej liczby elementów siatki modelu PDE.

---

**Algorytm 3** Symulacja modelu PDE.

---

**Krok 1.**

- Ustaw numer obecnego interwału  $i = 1$  i liczbę interwałów symulacji  $n_{sim}$ .
- Dokonaj interpolacji wielomianowej temperatur wzdłuż strefy zasilacza na podstawie podanych temperatur początkowych we wszystkich strefach zasilacza i pomiaru z części wyrobowej na wejściu danego zasilacza w celu uzyskania rozkładu temperatury w strefie.

**Krok 2.****if**  $i \leq n_{sim}$  **then**

- Dokonaj symulacji dla obecnego interwału z wykorzystaniem warunku początkowego i warunków brzegowych.
- Zwiększ numer kolejnego interwału:  $i = i + 1$ .

**else**

Zakończ symulację.

**end if****Krok 3.**

- Dokonaj interpolacji temperatur dla strefy zasilacza w celu uzyskania warunku początkowego dla następnego kroku symulacji.
- Przeprowadź ewentualne procedury identyfikacji modeli i zmiany parametrów pracy regulatora (np. zmiana nastaw PID lub strojenie regulatora predycyjnego).
- Przejdź do **Kroku 2**.

---

W eksperymentach symulacyjnych przyjęto, że o ile nie zaznaczono inaczej, siatka modelu składa się z 10 elementów, a czas dyskretyzacji to 10 sekund. Zastosowana liczba elementów siatki może wydawać się bardzo niewielka, szczególnie w porównaniu z rozwiązaniami przeznaczonymi dla modeli CFD, gdzie liczba zdyskretyzowanych komórek jest liczona w tysiącach. Pomimo to, podczas modelowania stosunkowo prostego zjawiska, jakim jest proces kondycjonowania szkła, takie podejście pozwala na symulowanie różnych profili rozłożenia temperatur w zależności od sterowania i zakłóceń, co można zaobserwować na rysunku 5.10, przy jednoczesnym zapewnieniu dużej szybkości symulacji. W przypadku gęstszego podziału siatki, kształt otrzymanej trajektorii rozkładu temperatury byłby podobny, a czas potrzebny na uzyskanie wyników znacząco dłuższy.



## 6. Algorytm identyfikacji procesu

Przyjęte podejście do zadania identyfikacji zostało w dużej mierze wymuszone przez charakter procesu kondycjonowania szkła i narzucone ograniczenia technologiczne. Ze względu na brak możliwości przeprowadzenia czynnych eksperymentów identyfikacyjnych, opracowana została metoda, która w czasie rzeczywistym, na podstawie zarejestrowanych danych historycznych, pozwala na otrzymanie liniowych modeli dynamiki procesu o parametrach skupionych. Przyjęte założenia są również istotne ze względu na potencjalne zastosowanie opracowanej metody w przemyśle, gdzie zmieniające się warunki pracy i częsty brak informacji o podstawowych warunkach prowadzenia procesu (jak np. aktualne wydobywanie lub właściwości fizykochemiczne produkowanego szkła) wymuszają ciągłą adaptację wykorzystywanych modeli dynamiki. Efekty badań nad zastosowaniem opisanego algorytmu dla procesu kondycjonowania szkła zostały opublikowane w pracach [30, 92, 93, 94]. W pracy [95] wykorzystano otrzymane w opisany sposób modele podczas syntezy regulatora predykcyjnego.

### 6.1. Ogólne założenia procedury identyfikacji

Tak jak wspomniano we wstępie, stworzona procedura opiera się na kilku założeniach wynikających z charakteru procesu technologicznego:

- Okno identyfikacji jest podzielone na interwały o stałej zadanej długości, dla których przeprowadzane są procedury identyfikacji procesu. Takie podejście umożliwia łatwą implementację w systemach czasu rzeczywistego, ponieważ pozwala np. na zastosowanie bufora cyklicznego, który przechowuje w pamięci dane pomiarowe dla zadanej liczby ostatnich przedziałów.
- Modele dynamiki procesu są identyfikowane w pobliżu znalezionej punktu pracy. Obecny punkt pracy może zmieniać się w czasie identyfikacji, jeżeli możliwe jest znalezienie przedziału w którym wyjście systemu i jego pochodne są prawie stałe.
- Parametry identyfikowanych modeli liniowych mogą się zmieniać, jeżeli obecny zestaw nie pozwala na dokładne odzwierciedlenie dynamiki procesu. Nowe modele są otrzymywane na podstawie danych procesowych pojawiających się w trakcie symulacji lub dla rzeczywistego przebiegu procesu. Z powodu niewielkich zmian wartości zmiennych wejściowych i wyjściowych, nie wszystkie przedziały z danymi procesowymi nadają się do przeprowadzenia procedury identyfikacji. Konieczne jest wprowadzenie kryterium pozwalającego zdefiniować, czy dla danego

przedziału możliwe jest otrzymanie wiarygodnego modelu procesu. Z tego samego powodu, algorytmy wykorzystujące ideę przesuwnego lub rozszerzającego się okna identyfikacji [14, 35] nie sprawdziłyby się zbyt dobrze w opisywanym przypadku.

## 6.2. Reprezentacja modeli procesu o parametrach skupionych

Jak już wcześniej wspomniano, w pracy wykorzystywane są liniowe modele dynamiki procesu z czasem ciągłym o parametrach skupionych. W celu identyfikacji tych parametrów posłużono się opisaną poprzednio metodą funkcji modulujących. Ze względu na konieczność przeprowadzania symulacji z uwzględnieniem niezerowego warunku początkowego, modele mają postać równań stanu. Macierze występujące w równaniach stanu zostały utworzone z wykorzystaniem zidentyfikowanych parametrów modelu i mają poniższą postać:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -\frac{a_{k0}}{a_{kn}} \\ 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & -\frac{a_{kn-2}}{a_{kn}} \\ 0 & \dots & 1 & -\frac{a_{kn-1}}{a_{kn}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \frac{b_{k \ 10}}{a_{kn}} & \dots & \frac{b_{k \ K_k 0}}{a_{kn}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{b_{k \ 1n-1}}{a_{kn}} & \dots & \frac{b_{k \ K_k n-1}}{a_{kn}} \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

$(n \times n)$   $(n \times K_k)$

Oznaczenia dla poszczególnych parametrów identyfikowanych podsystemów są analogiczne, jak w rozdziale 2:  $K$  - liczba wejść systemu MISO,  $K_S$  - liczba identyfikowanych podsystemów,  $K_k$  - liczba wejść dla  $k$ -tego podsystemu, gdzie  $k = 1, \dots, K_S$ ,  $a_{kn}$  - parametr przy  $n$ -tej pochodnej wyjścia dla transmitancji  $k$ -tego podsystemu,  $b_{k \ lm}$  - parametr przy  $m$ -tej pochodnej  $l$ -tego wejścia  $k$ -tego podsystemu, gdzie  $l = 1, \dots, K_k$ .

Oprócz macierzy dla pojedynczych podsystemów, podczas obserwacji stanu i sterowania, wykorzystywane są macierze  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  reprezentujące cały model MISO. W przypadku, gdy nie jest wykorzystywana opisana poprzednio procedura reidentyfikacji, mają one postać:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_{K_S}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{B}_{K_S} \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

$(n \times n)$   $(n \times \sum_{k=1}^{K_S} K_k)$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

$(1 \times n)$   $(1 \times \sum_{k=1}^{K_S} K_k)$

Jeżeli jednak zostanie zastosowana wspomniana procedura i uda się uzyskać modele podsystemów z różnymi mianownikami, wtedy blokowa macierz stanu, tworzona przez modele podsystemów z różnymi mianownikami, ma formę:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_{K_S} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{B}_{K_S} \end{bmatrix},$$

$(K_S \cdot n \times K_S \cdot n)$   $(K_S \cdot n \times \sum_{k=1}^{K_S} K_k)$



$$\mathbf{C} = \left[ \begin{array}{c} \left[ 0 \quad \dots \quad 1 \right] \\ \vdots \\ \left[ 0 \quad \dots \quad 1 \right] \end{array} \right]_{(1 \times K_S \cdot n)}, \quad (6.3)$$

$$\mathbf{D} = \left[ \begin{array}{c} 0 \quad \dots \quad 0 \\ \vdots \\ 0 \quad \dots \quad 0 \end{array} \right]_{(1 \times \sum_{k=1}^{K_S} K_k)}$$

W dalszej części pracy, w przypadkach wykorzystania algorytmu reidentyfikacji, przyjęto zasadę podziału całego modelu dynamiki strefy zasilacza na dwa podsystemy. Pierwszym z nich jest model SISO, gdzie wejściem jest temperatura szkła w poprzedniej strefie zasilacza, natomiast drugi z modeli (SISO lub MISO w zależności od typu strefy zasilacza) reprezentuje wpływ wejść sterujących na temperaturę w danej strefie. Taki podział pozwala na zmniejszenie rozmiaru macierzy stosowanej podczas wyznaczania stanu systemu i wyliczania sterowań regulatora, dzięki czemu możliwe jest uniknięcie problemów numerycznych, a system w postaci (6.3) jest obserwowalny nawet wtedy, gdy zostanie dokonana reidentyfikacji tylko jednego podsystemu.

### 6.3. Opis algorytmu identyfikacji

Procedura identyfikacji procesu działa dla otrzymywanych na bieżąco danych procesowych, tworzących nowe interwały o szerokości  $T$ . Jak już poprzednio wspomniano, do syntezy modeli procesu konieczne jest uprzednie znalezienie punktu pracy dla którego linearyzowany będzie model. Procedura jego znajdowania, która również opiera się na metodzie funkcji modulujących, została przedstawiona w formie algorytmu 4. Kolejne punkty pracy są oznaczane jako  $t_{0i}$ , gdzie  $i = 1, 2, \dots$

---

#### Algorytm 4 Procedura znajdowania punktu pracy

---

**Dane wej.:** wektory zmodulowanych sygnałów wyjściowych:  $\mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_n$ , długość przedziału dla którego jest szukany punkt pracy  $lin_{len}$ , próg wartości sygnałów poniżej którego definiowany jest punkt pracy  $lin_{tr}$ , szerokość nośnika użytej funkcji modulującej  $h_{lin}$

**Dane wyj.:** znaleziony punkt pracy:  $t_{0j}$

**if**  $\frac{\sum_{t_c - lin_{len}}^{t_c} y_i(t_c)}{lin_{len}} < lin_{tr} \quad \forall i = 1, \dots, n$ , gdzie  $t_c = lin_{len}, \dots, t$  **then**

**return**  $t_{0j} = t_c - \lfloor \frac{lin_{len}}{2} \rfloor + h_{lin}$

**else**

**return**  $t_{0j} = \infty$

**end if**

---

W przypadku znalezienia nowego punktu pracy, sprawdzane jest, czy dla zadanej liczby ostatnich interwałów możliwa jest identyfikacja modelu procesu. Dla każdego z zapisanych interwałów, wyznaczana jest wartość korelacji pomiędzy sygnałami wejściowymi a wyjściem systemu. Jeżeli dla danego wejścia systemu uda się znaleźć interwały, dla których moduł obliczonej wartości korelacji jest większy od zadanego progu  $corr_{tr}$ , zwiększana jest liczba potencjalnych wejść modelu. Gdy liczba potencjalnych wejść jest większa od wartości  $inputs_{min}$ , może zostać przeprowadzona procedura identyfikacji. Oznacza to, że jest możliwa sytuacja, w której wpływ tylko niektórych sygnałów wejściowych procesu

jest modelowany w danej chwili. Ma to swoje uzasadnienie, np. dla strefy ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia. Przy zwiększaniu temperatury zadanej, położenie zaworu chłodzenia ma wartość minimalną i nie zmienia się. Nie ma więc potrzeby uwzględniać tego oddziaływania podczas syntezy modelu. Dopiero gdy pojawią się nowe dane, ze znacznymi zmianami sygnałów sterujących, można na ich podstawie uzyskać modele dynamiki dla odpowiednich wejść całego systemu w nowym punkcie pracy. Testowanych jest kilka modeli dla różnych zestawów parametrów funkcji modulujących. Model z najmniejszym wskaźnikiem jakości jest używany podczas dalszej symulacji i ewentualnej reidentyfikacji.

Długości poszczególnych przedziałów identyfikacji mogą się różnić. Pierwszy model jest otrzymywany dla  $n_{ident}$  interwałów, z których pierwszy zawiera punkt pracy  $t_{01}$ . Jeżeli zapisane dane nie nadają się do przeprowadzenia identyfikacji, model jest uzyskiwany dla większej liczby przedziałów. Parametr  $n_{ident}$  nie powinien być zbyt duży, żeby zminimalizować czas w którym nie jest jeszcze dostępny żaden model procesu, ale zbyt mała jego wartość może powodować duże niedokładności podczas symulacji odpowiedzi rzeczywistego obiektu. Pierwszy model jest uzyskiwany dla zerowych warunków początkowych, więc możliwe jest zastosowanie opisanej w podrozdziale 2.4 procedury reidentyfikacji w celu uzyskania modeli z różnymi macierzami stanu. W przypadku znalezienia kolejnego punktu pracy  $t_{0j}$ , możliwa jest identyfikacja nowego modelu liniowego w jego pobliżu dla  $n_{nident}$  interwałów. Wartość  $n_{nident}$  powinna być mniejsza niż  $n_{ident}$ , aby nowy model mógł być możliwie szybko użyty do celów przewidywania wyjścia systemu lub sterowania. Z tego samego powodu, do ponownej identyfikacji używane są również dane poprzedzające punktu pracy  $t_{0j}$ . Żeby obliczyć wartość wskaźnika jakości  $E(y, y_{sim})$ , definiowanego jak w równaniu (2.62), jako całka z kwadratu różnicy błędu pomiędzy symulowanym wyjściem systemu a danymi rzeczywistymi dla  $n_{nident}$  ostatnich interwałów, konieczne jest zastosowanie obserwatora stanu początkowego w formie zaprezentowanej w podrozdziale 3.2. Otrzymywane podczas tej procedury modele mają wspólne mianowniki. W przypadku pojawienia się nowych danych, wartości parametrów identyfikowanych systemów mogą zostać uaktualnione, jeżeli różnica między symulacją a wyjściem procesu przekracza wartość parametru  $reident_{tr}$ . Założono, że maksymalny horyzont dla którego jest to możliwe to  $n_{reident}$ . Oprócz uzyskania modeli procesu dla większej ilości danych, możliwe jest również „rozdzielenie” systemu MISO, żeby uzyskać modele z różnymi macierzami stanu, w przypadku gdy przedział identyfikacji obejmuje punkt pracy. Wskaźnikiem jakości, na podstawie którego oceniana jest jakość każdego modelu procesu, jest zawsze całka z kwadratu różnicy błędu pomiędzy jego symulowanym wyjściem a danymi rzeczywistymi.

Wielokrotne przeprowadzanie symulacji odpowiedzi obiektu w kolejnych interwałach czasowych wymaga znajomości warunków początkowych modeli procesów, które są wyliczane przy wykorzystaniu dokładnego obserwatora stanu końcowego. Kolejne chwile czasu, na końcu  $i$ -tego interwału  $t_i$ , dla obecnego punktu pracy  $t_{0j}$ , dla których jest obliczana wartość stanu można zapisać jako:

$$t_i = t_{0j} + i \cdot T - (t_{0j} \text{ modulo } T), \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (6.4)$$

Okno obserwacji  $T_{OB}$  może być szersze od długości pojedynczego interwału  $T$ , co może być korzystne ze względu na uwarunkowania numeryczne. Wzór na wartość stanu końcowego ma postać:

$$\mathbf{x}(t_i) = \int_{t_i - T_{OB}}^{t_i} \mathbf{G}_1(T_{OB} - t_i + t)y(t)dt + \int_{t_i - T_{OB}}^{t_i} \mathbf{G}_2(T_{OB} - t_i + t)u(t)dt. \quad (6.5)$$

Formuły pozwalające wyznaczyć macierze  $\mathbf{G}_1(t)$  i  $\mathbf{G}_2(t)$  podano w podrozdziale 3.2. Zakładając, że sygnały sterujące są znane z góry, symulacja „w przód” może służyć przewidywaniu przyszłego zachowania wyjścia całego systemu. W przypadku procesu kondycjonowania, pewnym utrudnieniem może być wejście zakłócające w postaci mierzonej temperatury w poprzedniej strefie zasilacza. Jeżeli jednak czas  $T$ , dla którego jest dokonywana prognoza, jest krótszy niż opóźnienie transportowe pomiędzy dwoma strefami, to z góry znane są wszystkie wejścia procesu i mogą one zostać wykorzystane do przewidywania jego zachowania dla wskazanego odcinka czasu. Cała opisana powyżej procedura identyfikacji procesu została dodatkowo przedstawiona w formie algorytmu 5.

---

**Algorytm 5** Algorytm identyfikacji procesu
 

---

**Krok 1.**

- Ustaw numer obecnego interwału  $i = 1$ .

**Krok 2.**

- Sprawdź, czy w obecnym interwale można zdefiniować nowy punkt pracy.

**Krok 3.**

**if** zidentyfikowano model procesu **then**

- Przeprowadź symulację wyjścia systemu dla nowego modelu.

**if** wartość wsk.  $E$  dla ostatniego  $i$ -tego interwału  $> reident_{tr}$  **then**

- Dokonaj ponownej identyfikacji obecnego modelu.

**if** wartość wsk.  $E$  dla nowego modelu  $<$  wartość wsk.  $E$  dla modelu akt. **then**

- Zapamiętaj parametry nowego modelu.

**end if**

**end if**

- Wyznacz wartość stanu zapamiętanego modelu dla  $i$ -tego interwału.

**else**

**if** znaleziono punkt pracy **then**

**if**  $i \geq n_{ident}$  **then**

**if** korelacja sygnałów  $\geq corr_{tr}$  dla  $\geq inputs_{min}$  wejść **then**

- Przeprowadź identyfikację modelu procesu.
- Przeprowadź symulację wyjścia systemu dla modelu.
- Zapamiętaj model i punkt pracy.
- Wyznacz wartość stanu modelu dla  $i$ -tego interwału.

**end if**

```

    else
        – Przejdź do Kroku 5.
    end if
end if
end if
Krok 4.
if zidentyfikowano model procesu and znaleziono punkt pracy dla ostatnich  $n_{nident}$  interwałów then
    if korelacja sygnałów  $\geq corr_{tr}$  dla  $\geq inputs_{min}$  wejść then
        – Przeprowadź identyfikację nowego modelu procesu.
        – Przeprowadź symulację wyjścia systemu dla nowego modelu.
        if wartość wsk.  $E$  dla nowego modelu < wartość wsk.  $E$  dla modelu aktualnego then
            – Zapamiętaj nowy model i punkt pracy.
            – Wyznacz wartość stanu zapamiętanego modelu dla  $i$ -tego interwału.
        end if
    end if
end if
Krok 5.
– Zwiększ numer interwału  $i \leftarrow i + 1$ .
– Przejdź do Kroku 2.

```

---

## 6.4. Eksperymenty dla historycznych danych procesowych

Algorytm został przetestowany dla danych historycznych pochodzących z rzeczywistej instalacji produkcji szkła, dla dwóch ostatnich stref zasilacza. Pierwsza z nich (trzecia strefa na schemacie 4.2) jest wyposażona w regulator ciśnienia mieszanki i regulator chłodzenia, sterujący położeniem zaworu powietrza chłodzenia. Druga ze stref (czwarta na schemacie 4.2) jest wyposażona jedynie w regulator ciśnienia mieszanki. Dla obydwu części zasilacza zidentyfikowane są dwa modele dynamiki:  $SY S_1$  (SISO), dla którego wejściem jest temperatura w poprzedniej strefie i  $SY S_2$  (SISO lub MISO), dla którego wejściami są sygnały sterujące. Przewidywany przebieg temperatury dla danej strefy jest równy sumie symulowanych wyjść obydwu podsystemów. W przypadku podsystemu  $SY S_1$ , uwzględniane jest opóźnienie transportowe zależne od podanego wydobycia, wyliczone na podstawie równania (5.4), przy uwzględnieniu długości danej strefy. Jego wartość wynosiła około 700 – 850 s w przypadku dłuższej strefy trzeciej i około 275 – 400 s w przypadku krótszej strefy czwartej. Są to wartości większe od przyjętej długości interwału  $T$ , dzięki czemu zarejestrowane sygnały mogą być użyte podczas symulacji przewidywanych zmian temperatury dla danego przedziału. Eksperymenty przeprowadzono dla wybranych czterech zestawów rzeczywistych danych (dla obydwu stref) odzwierciedlających typowe przebiegi zmiennych procesowych odpowiadających zmianie produkowanego wyrobu. W dwóch pierwszych przypadkach zadane wartości temperatur szkła były wyraźnie zwiększane, a w dwóch kolejnych zmniejszane. Parametry algorytmu identyfikacji dla przeprowadzonych eksperymentów przedstawiono w tabeli

6.1, natomiast parametry metody funkcji modulujących w tabelach 6.2 i 6.3. W obydwu przypadkach było 10 możliwych zestawów parametrów. Zestaw zerowy nie służył do identyfikacji procesu, a jedynie do poszukiwania punktu pracy. Dla otrzymanych modeli wykorzystywana była procedura reidentyfikacji opisana w podrozdziale 2.4 z wykorzystaniem metody Gaussa-Seidla dla przyjętych wartości:  $iter_{max} = 10$ ,  $iter_{GS} = 5$ . Parametry zidentyfikowanych w czasie eksperymentów modeli przedstawiono w załączniku A. We wszystkich eksperymentach, do identyfikacji modelu początkowego, została wykorzystana metoda funkcji modulujących z wektorem ograniczeń  $\theta$ , złożonym z samych zer i wartości 1 dla współczynnika odpowiadającego najwyższej pochodnej mianownika transmitancji.

**Tabela 6.1.** Parametry algorytmu identyfikacji wraz z wartościami dla przeprowadzonych eksperymentów z wykorzystaniem danych historycznych.

Parametr	Opis	Wartość
$T$	szerokość pojedynczego interwału	250 s
$T_{OB}$	szerokość interwału obserwacji	500 s
$n_{ident}$	min. liczba interwałów potrzebnych do identyfikacji pierwszego modelu	8
$n_{nident}$	liczba interwałów potrzebnych do identyfikacji kolejnych modeli	4
$n_{reident}$	max. liczba interwałów potrzebnych do poprawy obecnego modelu	16
$reident_{tr}$	próg wskaźnika jakości $E(y, y_{sim})$ dla ponownej identyfikacji modelu	250
$corr_{tr}$	próg korelacji sygnałów dla identyfikacji modeli	0,5
$inputs_{min}$	min. liczba sygnałów wej. powyżej progu korelacji dla identyfikacji modeli	2
$lin_{tr}$	próg śr. wartości zmodulowanych sygnałów dla znajdowania punktu pracy	0,04
$lin_{len}$	długość interwału dla znajdowania punktu pracy	100

Rezultaty przeprowadzonych eksperymentów przedstawiono w postaci wykresów 6.5-6.12 i tabel z wartościami zidentyfikowanych parametrów modeli (umieszczonych w załączniku A). Na wykresach zaprezentowano rzeczywiste przebiegi temperatur mierzonych w strefach zasilacza w porównaniu z symulowaną odpowiedzią obiektu dla kolejnych interwałów o szerokości  $T$ . Z wyjątkiem pierwszych przedziałów, zaznaczonych na zielono, dla których jeszcze nie został zidentyfikowany żaden model dynamiki, symulowaną temperaturę można traktować jako prognozę zmian temperatury w oknie o długości  $T$  dla nowego interwału. Przedziały, w których obowiązywały różne modele (różniące się punktem pracy i strukturą), zaznaczono innymi kolorami, natomiast interwały w których po raz pierwszy użyto do symulacji modeli z ponownie identyfikowanymi parametrami (bez zmiany punktu pracy ani struktury) oznaczono literami  $R$ . Kolejne znalezione punkty pracy opisano jako  $t_{0i}$  i wyróżniono przerywanymi liniami. Dla każdego z eksperymentów, na rysunkach 6.1-6.4, przedstawiono zarejestrowane wartości wydobywania szkła. Należy pamiętać, że wartości te nie pochodzą z pomiarów, ale zostały podane przez operatora, przez co nie zawsze są wiarygodne. Zgodnie z przyjętą wartością  $inputs_{min}$ , podaną w tabeli 6.1, identyfikowane modele muszą uwzględniać przynajmniej dwa wejścia rzeczywistego systemu. Dlatego w przypadku strefy ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, zawsze uwzględniane są wszystkie

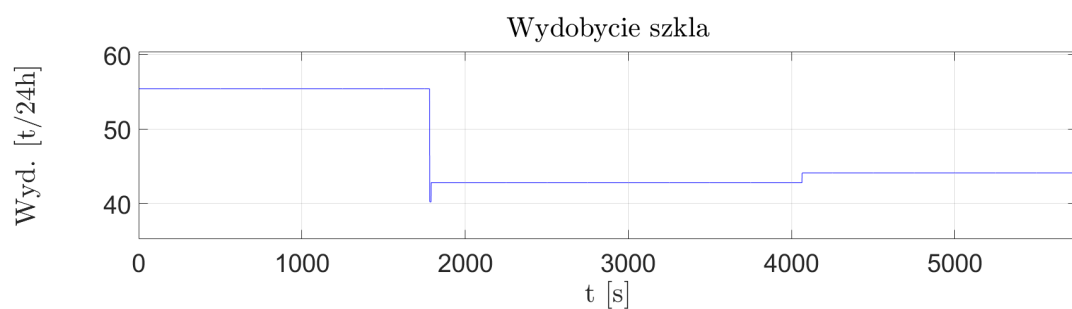
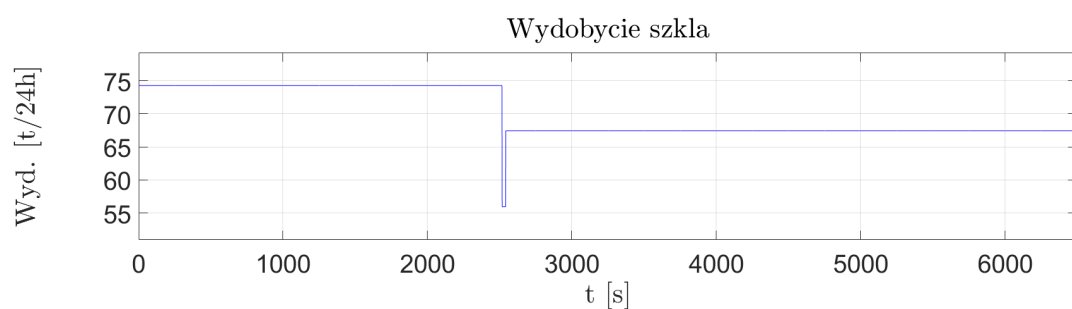
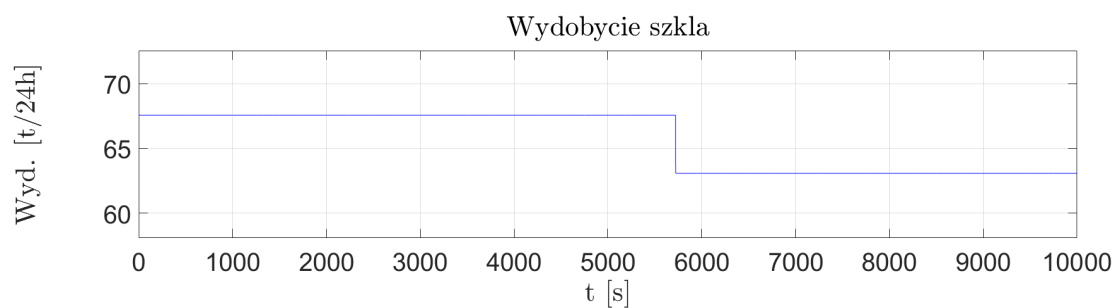
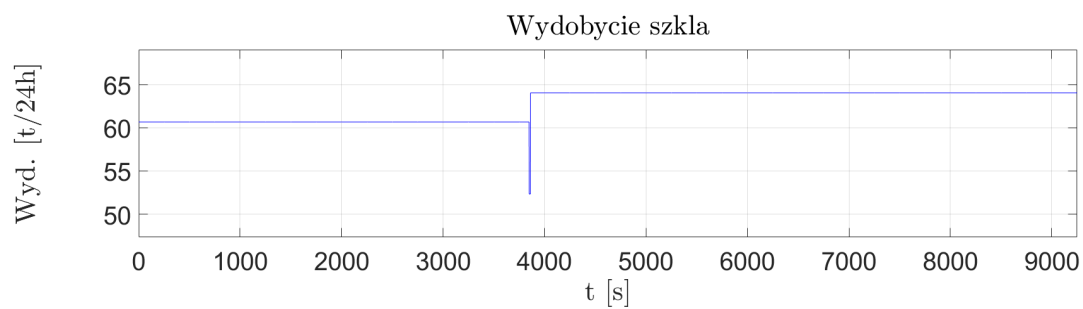
**Tabela 6.2.** Zestawy parametrów identyfikowanych modeli użytych podczas procedury identyfikacji dla strefy ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

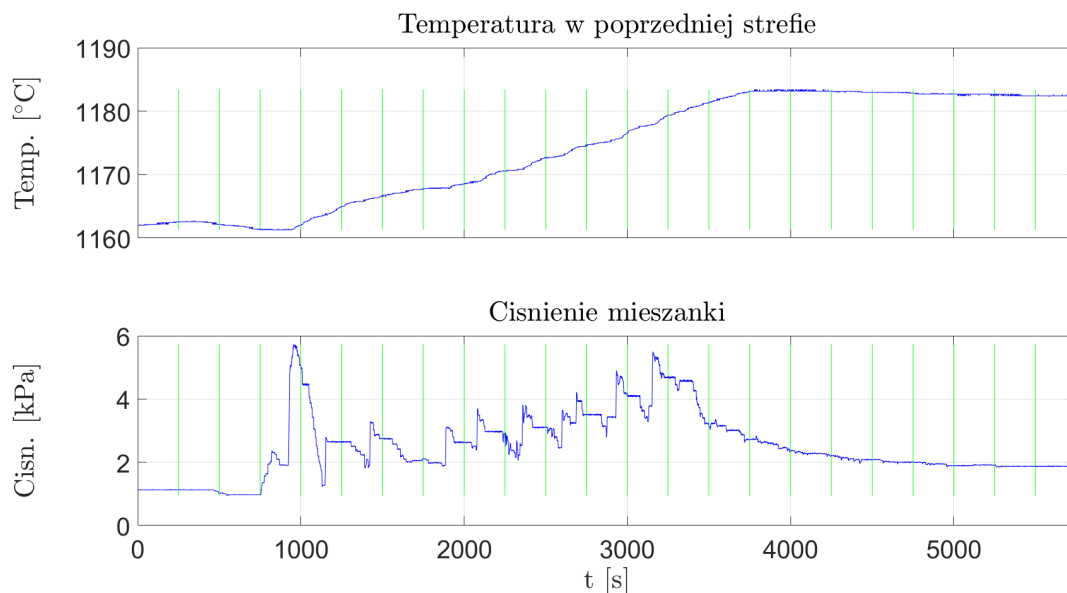
Nr zestawu	Parametry f. modulujących			Parametry modelu	
	$N$	$M$	$h$	$n$	$m$
0	4	5	50	4	-
1	5	6	150	3	0
2	5	6	100	3	0
3	3	4	100	2	0
4	3	4	150	2	0
5	3	4	50	2	0
6	5	6	150	3	1
7	5	6	100	3	1
8	3	4	100	2	1
9	3	4	150	2	1
10	3	4	50	2	1

**Tabela 6.3.** Zestawy parametrów identyfikowanych modeli użytych podczas procedury identyfikacji dla strefy ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i zaworem chłodzenia.

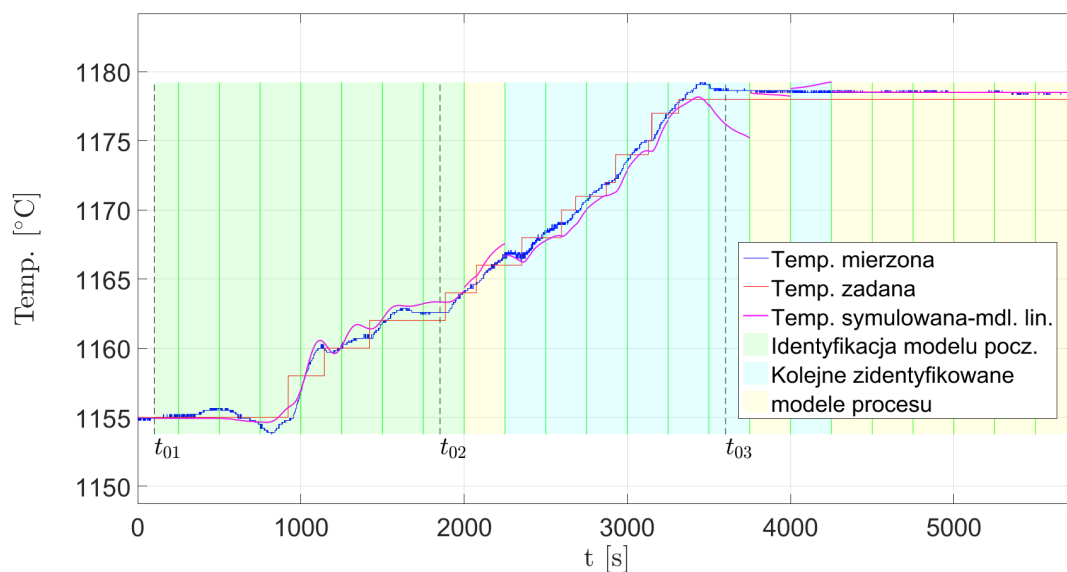
Nr zestawu	Parametry f. modulujących			Parametry modelu	
	$N$	$M$	$h$	$n$	$m$
0	4	5	50	4	-
1	5	6	150	3	0
2	5	6	100	3	0
3	3	4	100	2	0
4	3	4	150	2	0
5	5	6	200	2	0
6	5	6	150	3	1
7	5	6	100	3	1
8	3	4	100	2	1
9	3	4	150	2	1
10	5	6	200	2	1

sygnały wejściowe, natomiast dla strefy z zaworem chłodzenia jedno z wejść systemu może nie być brane pod uwagę.

**Rys. 6.1.** Zmiany wydobywania szkła - 1. zestaw danych.**Rys. 6.2.** Zmiany wydobywania szkła - 2. zestaw danych.**Rys. 6.3.** Zmiany wydobywania szkła - 3. zestaw danych.**Rys. 6.4.** Zmiany wydobywania szkła - 4. zestaw danych.



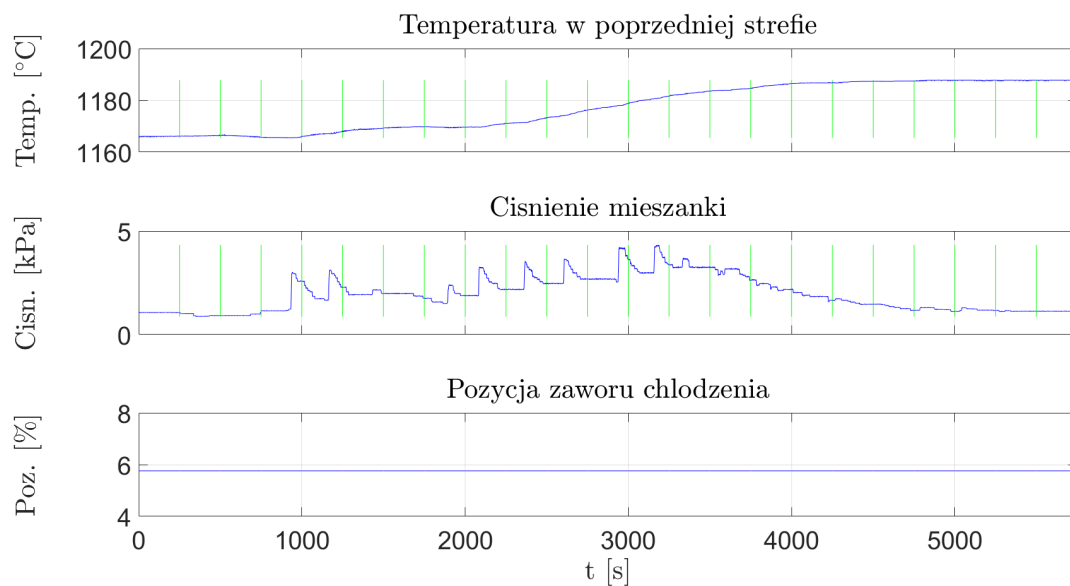
(a) Wejścia modelu.



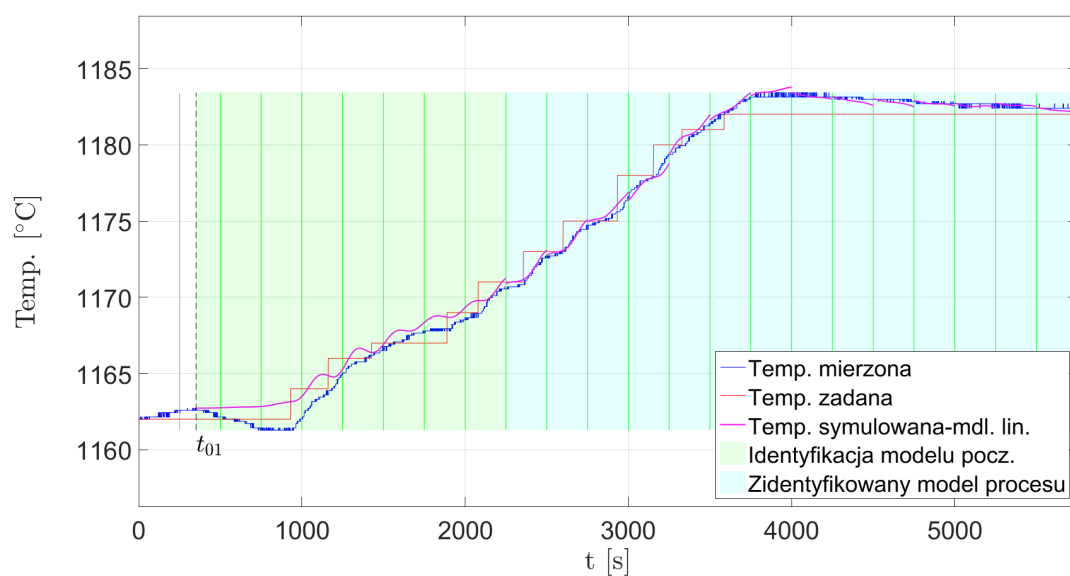
(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

**Rys. 6.5.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.



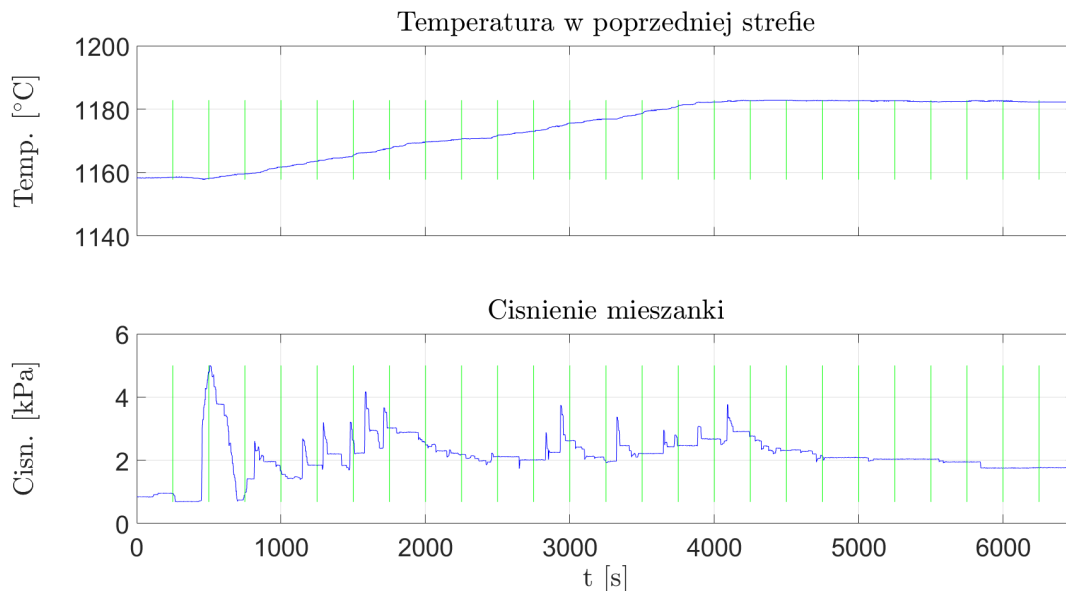


(a) Wejścia modelu.

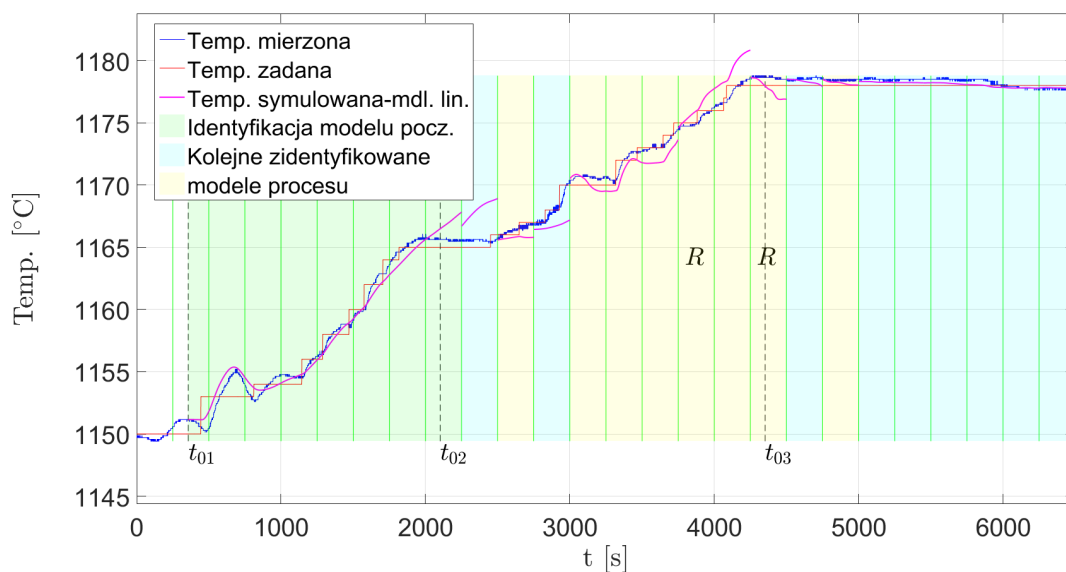


(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

**Rys. 6.6.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną -1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

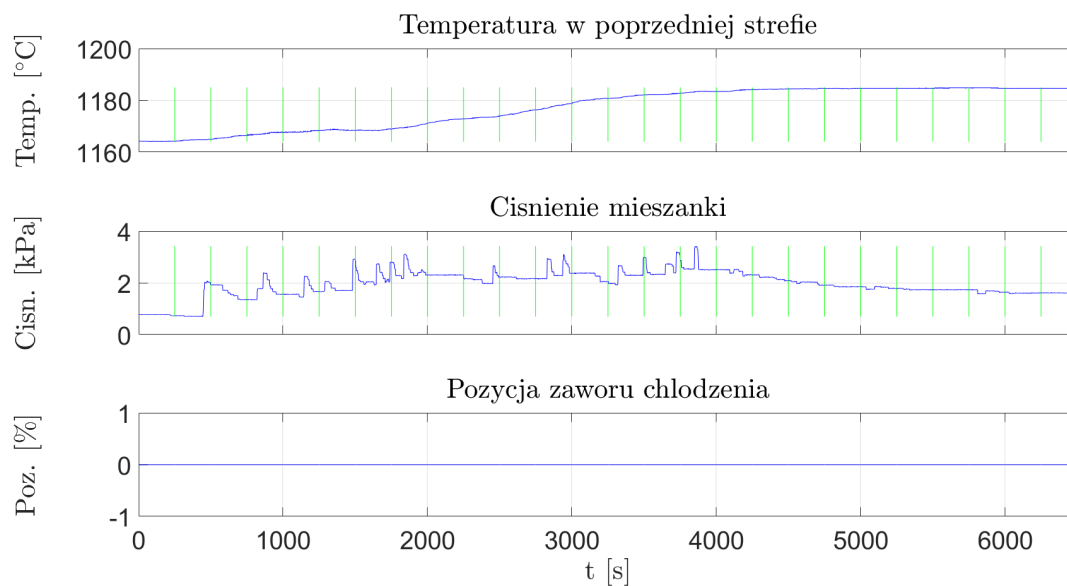


(a) Wejścia modelu.

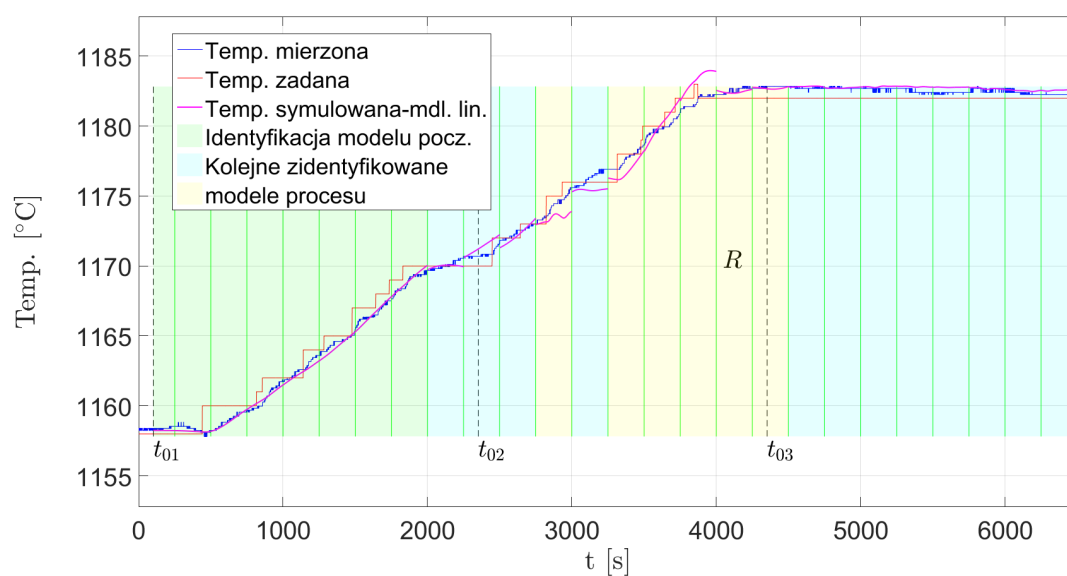


(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

**Rys. 6.7.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

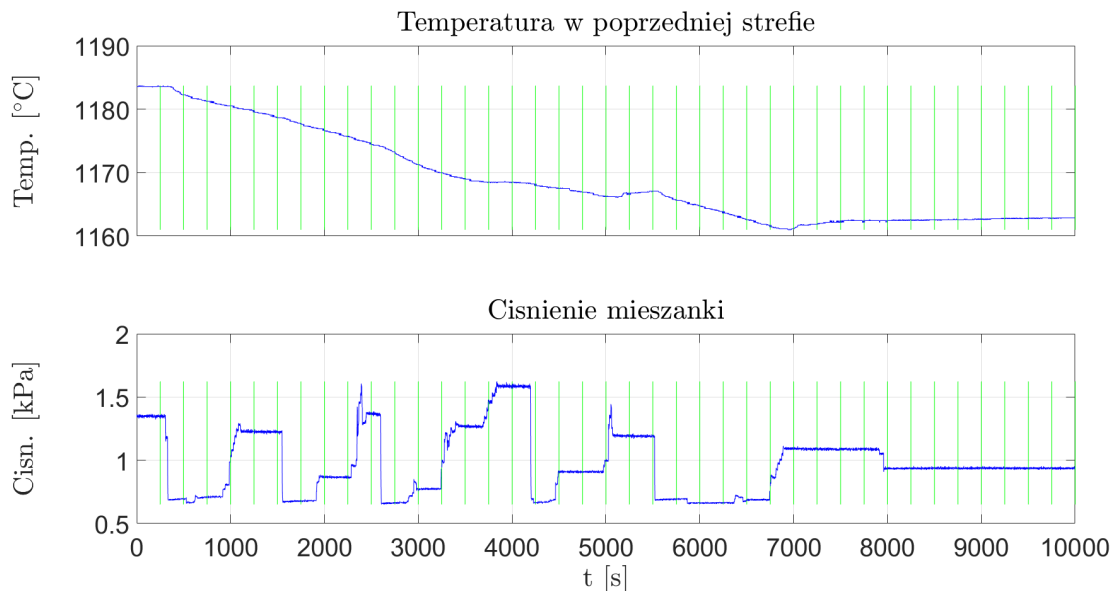


(a) Wejścia modelu.

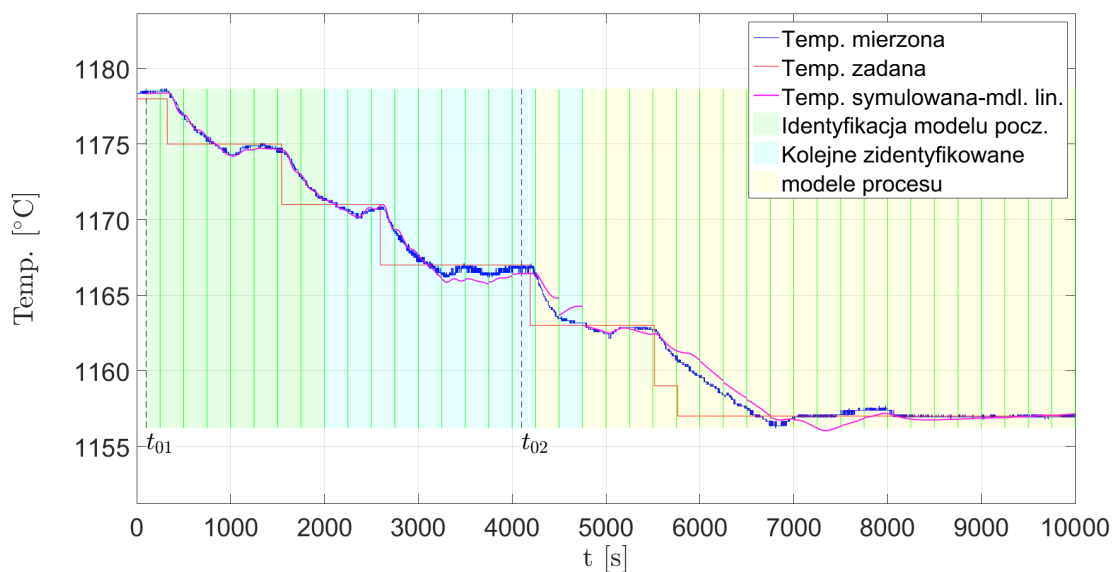


(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

**Rys. 6.8.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

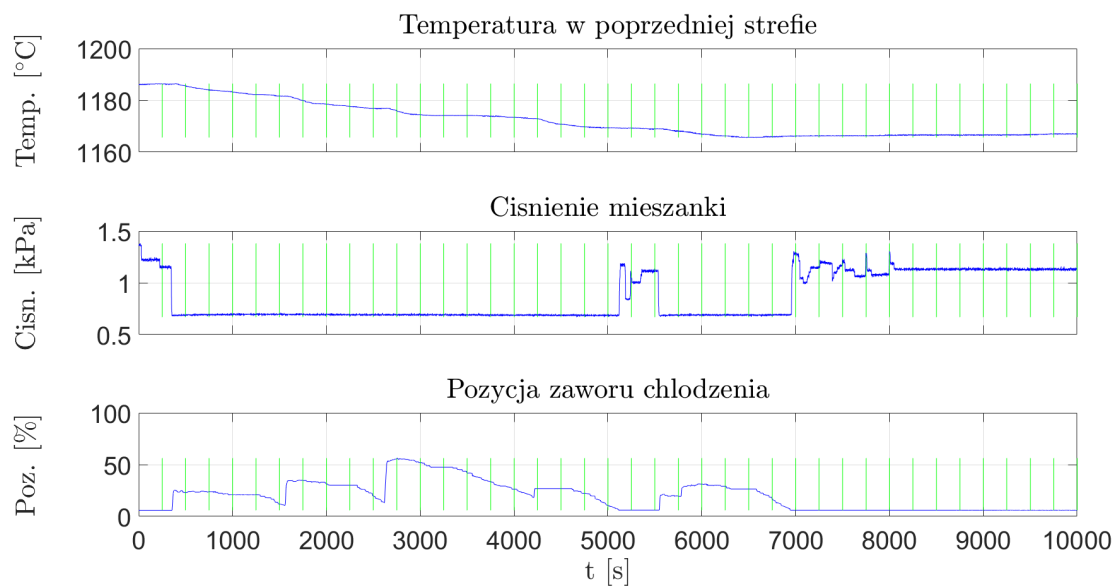


(a) Wejścia modelu.

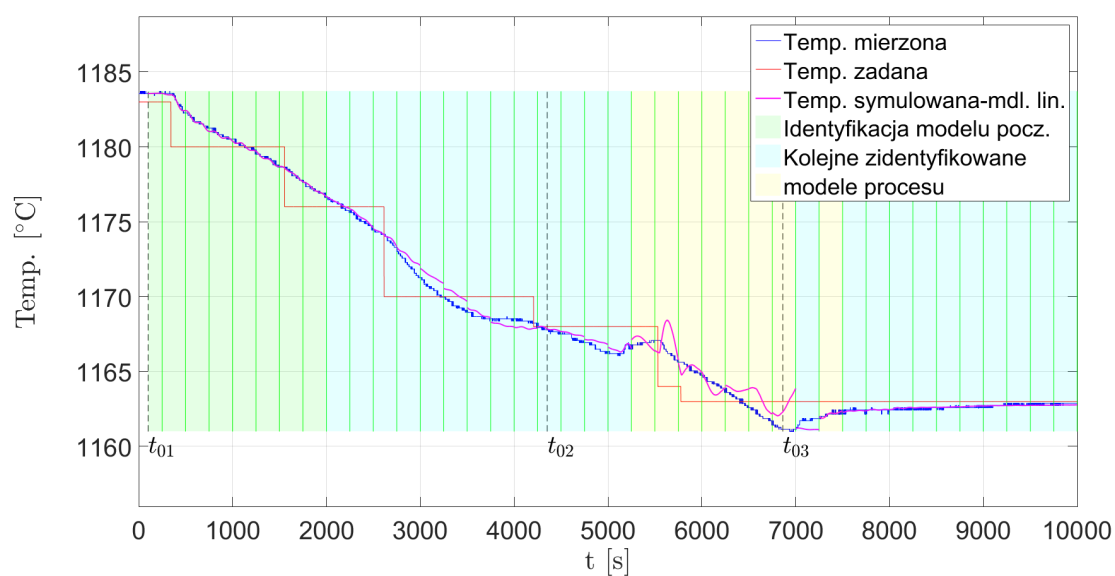


(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

**Rys. 6.9.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 3. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

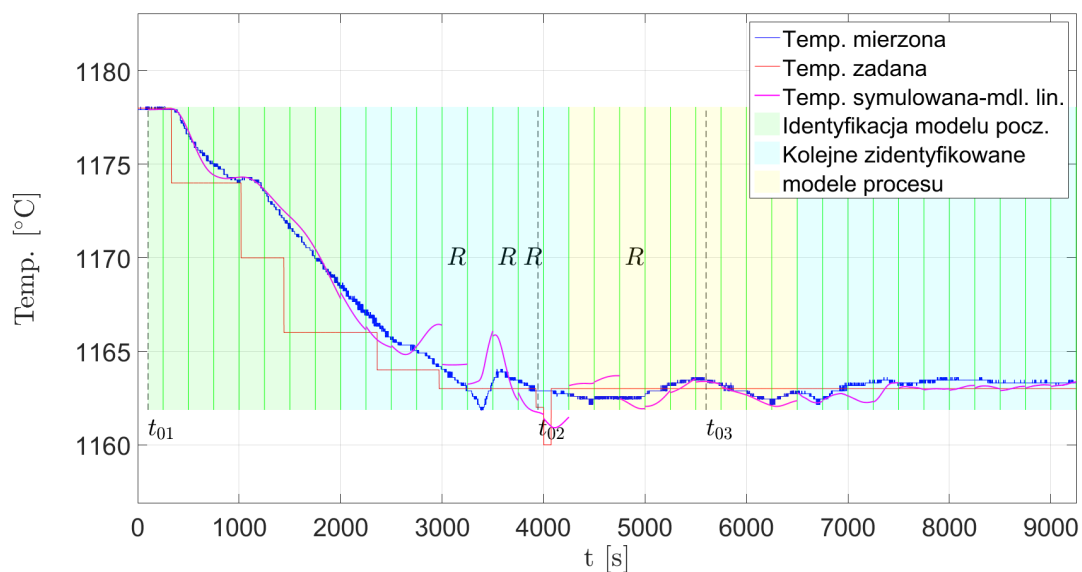
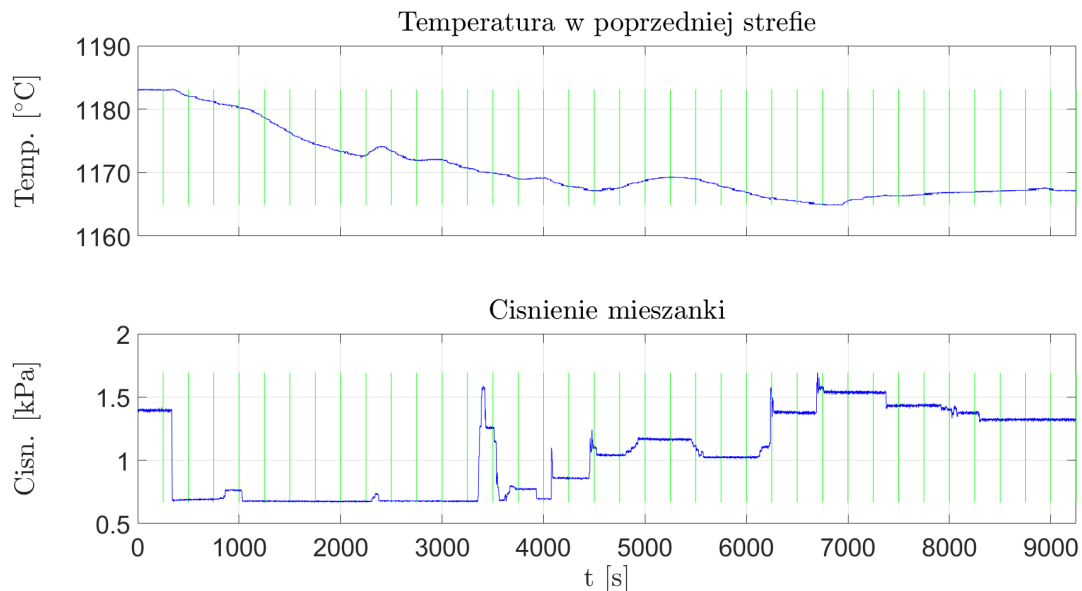


(a) Wejścia modelu.

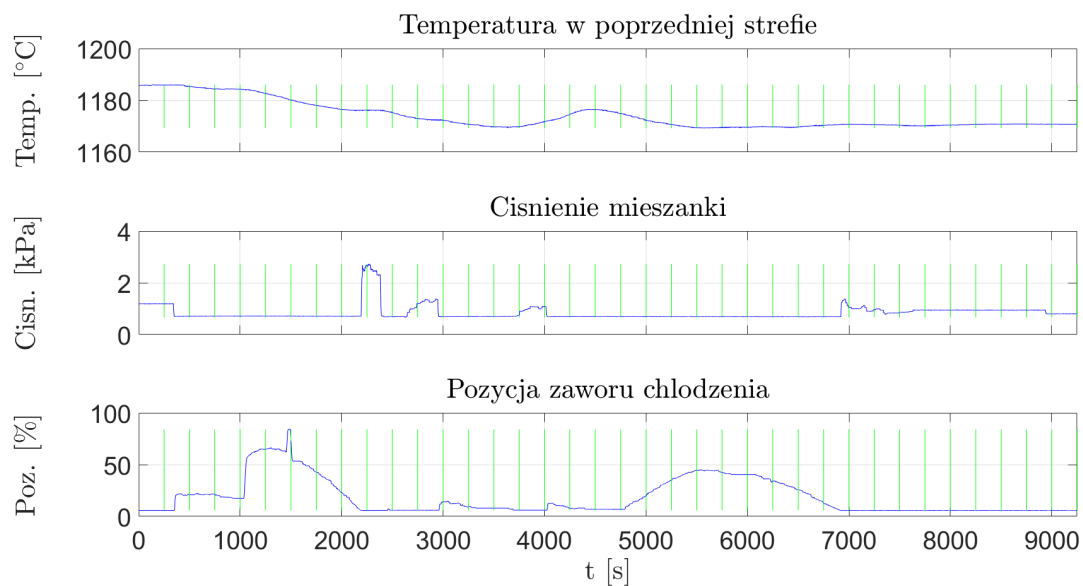


(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

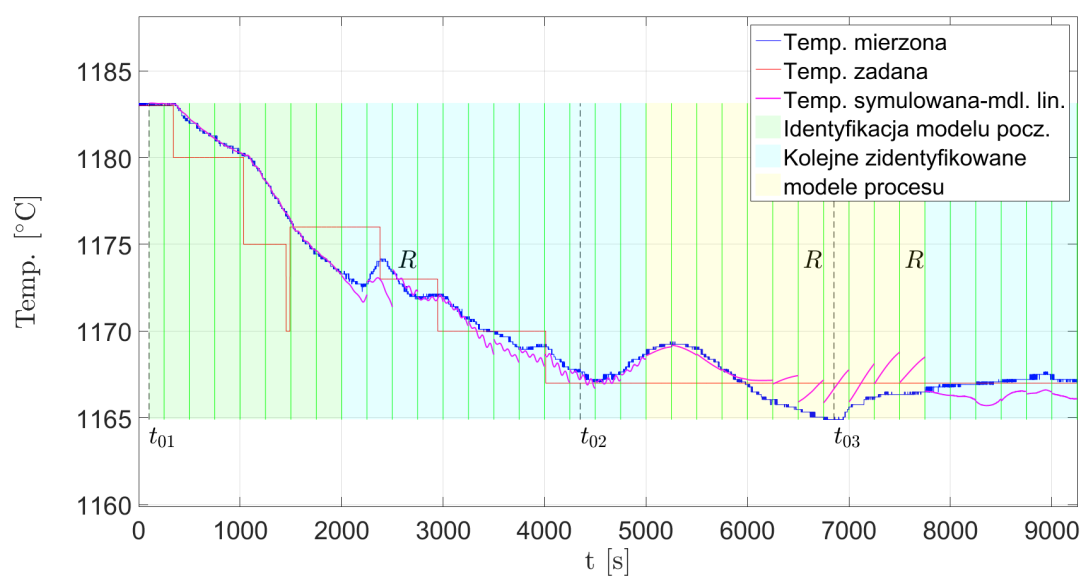
**Rys. 6.10.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 3. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.



**Rys. 6.11.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 4. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.



(a) Wejścia modelu.



(b) Mierzona temperatura w porównaniu z symulowaną odpowiedzią modelu.

**Rys. 6.12.** Sygnały wejściowe i symulowana odpowiedź modelu w porównaniu z temperaturą mierzoną - 4. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

## 6.5. Podsumowanie eksperymentów

Wartości błędu średniokwadratowego, pomiędzy symulowaną odpowiedzią modelu a mierzoną temperaturą, dla przeprowadzonych eksperymentów, przedstawiono w tabeli 6.4. We wszystkich przypadkach wartość tego parametru była mniejsza od 1, co można uznać za dobry wynik. Dla wielu przypadków okazało się, że opisana poprzednio procedura reidentyfikacji pozwoliła na uzyskanie lepszych wyników symulacyjnych, dzięki wykorzystaniu modeli bez wspólnej macierzy stanu podsystemów.

Dla strefy z dwoma wejściami sterującymi (sterowane ciśnienie mieszanki i położenie zaworu chłodzenia) można zaobserwować sytuacje, w których model mógł być zidentyfikowany tylko dla dwóch wejść. W przypadku zmian wartości sygnału dla trzeciego z wejść systemu, widoczne są wyraźne rozbieżności pomiędzy symulowanym wyjściem a mierzoną temperaturą, co można zaobserwować np. dla trzeciego zestawu danych na rysunku 6.10. Po znalezieniu nowego punktu pracy i przeprowadzeniu identyfikacji systemu dla wszystkich trzech wyjść, jakość predykcji ulega zdecydowanej poprawie. Można jednak wyciągnąć wniosek, że zależność pomiędzy położeniem zaworu powietrza chłodzenia a temperaturą szkła jest wyraźnie nieliniowa i stąd wynikają problemy z synteza modelu liniowego, który byłby właściwy dla szerokiego zakresu warunków pracy.

W przypadku niektórych interwałów zostały uzyskane modele z niewłaściwymi wartościami parametrów, np. ujemne wartości wzmocnienia dla modelu temperatury w poprzedniej strefie lub dodatnie dla modelu z wejściem w postaci położenia zaworu chłodzenia. Pomimo tego, że możliwe było dość dokładne odzwierciedlenie dynamiki procesu, wykorzystanie takich modeli do syntezy algorytmów sterowania mogłoby skutkować utratą stabilności. Dlatego też w przypadku implementacji zaawansowanych regulatorów, korzystających z modeli procesu, konieczna jest uprzednia weryfikacja uzyskanych wyników.

**Tabela 6.4.** Porównanie wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy temperaturą mierzoną a wynikami symulacji dla przeprowadzonych eksperymentów z wykorzystaniem danych historycznych.

Nr zestawu danych	Strefa	
	Strefa z pojedynczym sterowaniem	Strefa z podwójnym sterowaniem
1	$9,34 \times 10^{-2}$	$3,61 \times 10^{-1}$
2	$5,47 \times 10^{-1}$	$4,22 \times 10^{-2}$
3	$4,05 \times 10^{-2}$	$6,21 \times 10^{-2}$
4	$3,91 \times 10^{-1}$	$2,18 \times 10^{-1}$



## 7. Sterowanie predykcyjne

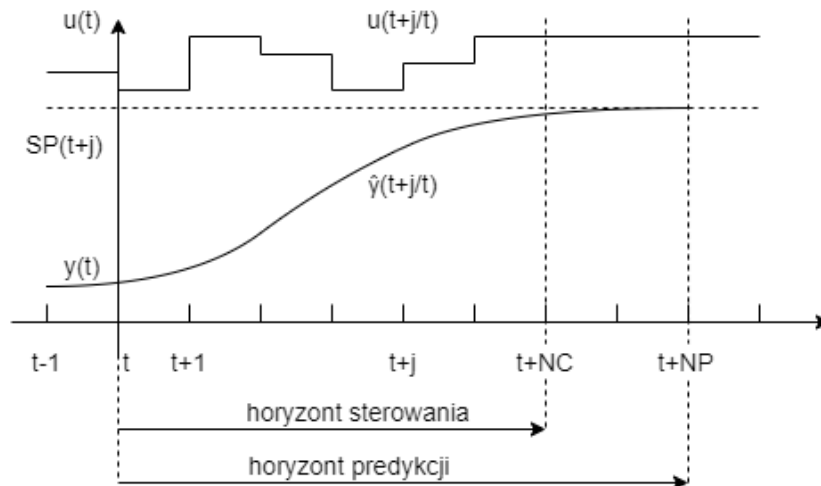
Sterowanie predykcyjne (MPC) jest jedną z metod zaawansowanego sterowania procesami przemysłowymi. Opiera się na wykorzystaniu modelu dynamiki obiektu w celu wyliczenia przyszłych sterowań. Idea sterowania predykcyjnego jest w istocie praktyczną realizacją techniki sterowania optymalnego, najczęściej w czasie dyskretnym [96]. Istnieje wiele algorytmów regulacji predykcyjnej, które różnią się między sobą między innymi: rodzajem stosowanych modeli procesu, założonym typem zakłóceń, możliwością uwzględnienia ograniczeń sygnałów wejściowych i wyjściowych. Zazwyczaj jednak dla wszystkich algorytmów predykcyjnych można sformułować trzy cechy wspólne [97]:

- wykorzystanie modelu systemu do przewidywania zmian jego wyjścia dla zadanego horyzontu optymalizacji,
- wyliczanie sekwencji zmian sygnałów sterujących tak, aby zminimalizować zadany wskaźnik jakości,
- zastosowanie przesuwanego horyzontu - w kolejnych krokach algorytmu horyzont sterowania przesuwana się do przodu, tylko pierwsza z wyliczonych wartości sygnałów wejściowych jest podawana na wejście obiektu.

Idea działania regulatora predykcyjnego została przedstawiona na rysunku 7.1. W bieżącej chwili czasu  $t$ , wyznaczany jest ciąg sterowań  $u(t + j/t)$ , tak aby błąd pomiędzy wartością zadaną  $SP(t + j)$  a przewidywanym wyjściem systemu  $y(t + j)$  był jak najmniejszy. Zakłada się, że horyzont predykcji obejmuje  $N_p$  próbek wprzód, ale tylko dla  $N_c$  próbek zmieniany jest sygnał sterujący. Sterowanie od próbki  $N_c + 1$  do końca horyzontu predykcji ma stałą wartość. Ważną cechą modeli liniowych, szeroko wykorzystywaną w algorytmach predykcyjnych, jest zasada superpozycji. Przewidywane wyjście systemu jest zapisywane jako suma dwóch trajektorii - pierwsza z nich (trajektoria swobodna) zależy od przeszłych wejść i wyjść systemu i początkowej wartości sterowań, natomiast druga od przyszłych przyrostów wartości sterowań będących zmiennymi decyzyjnymi.

### 7.1. Najważniejsze algorytmy MPC

Najważniejsze algorytmy predykcyjne przedstawiono w pracach [5, 96, 97, 98, 99, 100]. Zostaną one krótko przedstawione poniżej:



Rys. 7.1. Idea regulacji predykcyjnej.

- Regulator DMC - wykorzystuje nieparametryczny model obiektu w postaci zarejestrowanej odpowiedzi skokowej. Może być wykorzystany dla obiektów stabilnych. Parametrami strojenia regulatora są horyzont sterowania oraz współczynniki kar. Zaletą algorytmu jest możliwość łatwej implementacji sprzężenia w przód, np. w celu kompensacji mierzonych zakłóceń.
- Regulator MAC - wykorzystuje model obiektu w postaci odpowiedzi impulsowej. Może być stosowany dla obiektów stabilnych. Parametrami strojenia są horyzont predykcji, współczynniki kar i współczynnik zmiany sygnału sterującego. Zadana trajektoria referencyjna jest przefiltrowana, tak aby uniknąć nagłych zmian wartości zadanej.
- Regulator PFC - może używać modeli w różnej postaci, ale najczęściej stosowane są dyskretne równania stanu. Może być zastosowany dla niestabilnych i nieliniowych obiektów. Sygnał sterujący jest modelowany przez zbiór funkcji bazowych. Wartości trajektorii referencyjnej powinny pokrywać się z przewidywanym wyjściem systemu tylko w zadanych punktach przecięcia. Najważniejszym parametrem dla regulatora tego typu jest współczynnik określający przebieg trajektorii referencyjnej, dzięki któremu można uzyskiwać bardziej lub mniej agresywną odpowiedź w przypadku zakłóceń.
- Regulator EPSAC - obiekt jest opisany przez model w postaci transmitancji dyskretnej. Horyzont sterowania wynosi 1, co oznacza że wyliczana jest tylko pojedyncza próbka sterowania. Wartość ta może zostać obliczona analitycznie. Strojenie regulatora odbywa się przez dobór horyzontu predykcji, współczynników wagowych i wielomianu filtrującego dla wyjścia systemu używanych podczas obliczania wartości wskaźnika jakości.
- Regulator EHAC - stosowany jest model systemu w postaci transmitancji dyskretnej bez zakłóceń. Najczęściej zakłada się, że wyliczane sterowanie jest zmieniane tylko w pierwszej próbce, a później utrzymuje się na stałym poziomie. Zależy ono jedynie od wartości zadanej, przewidywanego

wyjścia systemu i aktualnych parametrów modelu, dzięki czemu regulator tego typu może łatwo współpracować z modelem identyfikowanym *on-line*. Jedynym parametrem strojenia jest horyzont predykcji.

- Regulator GPC - bazuje na dyskretnym modelu liniowym CARIMA z modelem zastępczym zakłóceń w postaci wielomianu, którego parametry można dobrać na bazie pomiarów w przypadku gdy zakłócenia są znane. Zazwyczaj jednak, przyjmuje się model zakłóceń w postaci szumu białego i wielomian zerowego stopnia. Wskaźnik jakości jest zadany funkcją kwadratową, której wartość zależy od odchyłek przewidywanego wyjścia systemu od wartości zadanej i kary za przyrosty sterowania. Parametrami strojenia są horyzont sterowania, współczynniki kar i wag. Wylizanie sterowania w kolejnych krokach polega na rekurencyjnym rozwiązywaniu równania diofantycznego.

Najważniejszą różnicą pomiędzy dwoma najbardziej popularnymi algorytmami (DMC i MAC) jest typ wykorzystywanego modelu splotowego. W pierwszym przypadku używa się odpowiedzi skokowej obiektu, a zmiennymi decyzyjnymi są kolejne przyrosty wartości sterowania. Dla regulatora MAC, który wykorzystuje odpowiedź impulsową, optymalizacji podlegają wartości odchyłek sterowania od wartości odniesienia (w punkcie linearyzacji) w kolejnych chwilach czasu. Regulator DMC jest częściej stosowany, ponieważ na ogół koszty sterowania bardziej miarodajnie można ocenić przez sumę kwadratów jego przyrostów niż przez sumę kwadratów całych odchyłek.

Jak łatwo zauważyć, popularne algorytmy regulacji predykcyjnej bazują najczęściej na modelach liniowych. W przypadku rzeczywistych procesów przemysłowych, które są nieliniowe, zazwyczaj z powodzeniem można zastosować linearyzację w pobliżu danego punktu pracy. W pracy [101], gdzie opisano najważniejsze problemy związane z regulacją MPC, zwrócono uwagę, że algorytmy wykorzystujące linearyzację modelu procesu jako jedyne zostały zastosowane w rzeczywistych aplikacjach przemysłowych na szerszą skalę. Autorzy artykułu [102] w swoim przeglądzie komercyjnych rozwiązań regulatorów predykcyjnych wskazali tylko jedno rozwiązanie (pakiet NOVA-NLC) bazujące na modelach w pełni nieliniowych uzyskanych na podstawie fizycznych zasad zachowania masy i energii. Inne pakiety wykorzystują modele liniowe, z ewentualnie dodaną częścią nieliniową, uzyskane dzięki identyfikacji albo implementują algorytm PFC.

Ważną klasę algorytmów stanowią rozwiązania wykorzystujące model systemu w postaci równań stanu. Regulatory takie pozwalają na uwzględnienie nie tylko wyjścia systemu, ale całego jego stanu podczas wylizania sterowania. Obecne rozwiązania sprzętowe pozwalają na ich implementację w rzeczywistych systemach sterowania. Dwa regulatory tego typu - jeden wykorzystujący model z czasem dyskretnym i jeden dla modeli z czasem ciągłym zostały zastosowane w systemie sterowania procesem kondycjonowania. Opisy ich działania oraz uzyskane rezultaty zostaną zaprezentowane w dalszej części pracy.

## 7.2. Nieliniowa regulacja predykcyjna

Jak już wspomniano w poprzednim podrozdziale, najczęstsze podejście, stosowane w przypadku rzeczywistych procesów, polega na linearyzacji modelu w sąsiedztwie danego punktu pracy. Gdy takie rozwiązanie jest niewystarczające, podczas syntezy regulatora zastosowane mogą być modele nieliniowe. Największa trudność, jaka pojawia się w tym przypadku, polega na tym, że nie można zastosować podstawowej własności układów liniowych, gdzie odpowiedź systemu na kombinację sygnałów wejściowych może być zapisana jako kombinacja odpowiedzi na poszczególne sygnały. Ponadto, podczas wyliczania sterowania, rozwiązywany jest niewypukły problem optymalizacji. W takim przypadku nie ma gwarancji, że minimum globalne może zostać znalezione, szczególnie gdy są narzucone wymagania czasu rzeczywistego.

W pracy [5] wymieniono kilka podejść stosowanych w nieliniowej regulacji predykcyjnej:

- Regulator MPC z nieliniową optymalizacją (MPC-NO) - sformułowanie problemu optymalizacji jest takie samo jak w przypadku liniowym, z tym że nieliniowy model procesu powoduje, że samo zadanie staje się niewypukłe. Nie istnieją uniwersalne metody pozwalające na znalezienie globalnego rozwiązania takiego problemu z zadaną dokładnością, w określonym z góry czasie. Najczęściej stosowane metody gradientowe zwykle pozwalają na znalezienie minimów lokalnych.
- Regulator MPC z sukcesywną linearyzacją (MPC-NSL) - linearyzacja modelu nieliniowego jest przeprowadzana w każdym kroku próbkowania algorytmu lub rzadziej dla procesów z wolniejszą dynamiką. Możliwe jest wtedy zastosowanie istniejących algorytmów dla modeli liniowych. Pozwalają one uzyskać rozwiązania suboptymalne w sposób niezawodny, co zapewnia wystarczającą jakość sterowania w większości rzeczywistych przypadków.
- Regulator MPC z nieliniową predykcją i linearyzacją (MPC-NPL) - podobnie jak w przypadku liniowym, przewidywana trajektoria wyjścia jest zapisywana jako suma dwóch trajektorii - trajektoria swobodna opiera się na nieliniowym modelu obiektu, natomiast przy syntezie przewidywanej odpowiedzi systemu wykorzystuje się model zlinearyzowany. Podczas obliczenia pierwszej z trajektorii, oprócz znajomości przeszłych wejść i wyjść systemu, należy także założyć początkowe wartości sterowań w kolejnych krokach. W odróżnieniu od algorytmu z modelem liniowym, gdzie przyjmuje się stałe wartości tych sterowań, równe wartościom sygnałów w poprzednim kroku przed predykcją, dla systemów nieliniowych najczęściej stosuje się wartości sterowań obliczone dla optymalnej trajektorii w poprzednim kroku algorytmu. Przyrosty sterowań są wyznaczone w odniesieniu do nieliniowej trajektorii swobodnej, z wykorzystaniem zlinearyzowanego modelu obiektu.

Podczas syntezy powyższych regulatorów często wykorzystuje się sieci neuronowe. Mogą być one użyte do utworzenia uproszczonych modeli obiektu. W porównaniu z klasycznymi modelami wyrowadzonymi na podstawie praw fizyki, które niejednokrotnie wymagają dużego nakładu obliczeniowego,

nieliniowe modele neuronowe mogą być zdecydowanie prostsze i często posiadają istotne właściwości, np. różniczkowalność. W przypadku algorytmów typu MPC-NSL lub MPC-NPL, sieci neuronowe mogą zostać również wykorzystane podczas linearyzacji modeli obiektu. Inne podejście, stosowane we wszystkich trzech typach algorytmów, polega na użyciu reguł sterowania rozmytego. W zależności od typu regulatora, modele Takagi-Sugeno mogą być traktowane jako modele nieliniowe (MPC-NO) lub podlegać linearyzacji z wykorzystaniem istniejących reguł (MPC-NSL lub MPC-NPL).

### 7.3. Algorytm MPC dla obiektów opisanych równaniami stanu z czasem dyskretnym

Algorytm regulacji predykcyjnej dla systemów opisanych równaniami stanu z czasem dyskretnym opisano w pracy [103]. Poniżej zostanie przedstawiony algorytm dla systemów z pojedynczym wyjściem (SISO lub MISO), jakie można uzyskać po dyskretyzacji uzyskanych poprzednio modeli dynamiki stref zasilacza. Dyskretne równanie stanu obiektu ma postać:

$$\begin{aligned}x_m(k+1) &= \mathbf{A}_m x_m(k) + \mathbf{B}_m u(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}_m x_m(k),\end{aligned}\tag{7.1}$$

gdzie:  $x_m(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^K$ ,  $y(k) \in \mathbb{R}$ . Przyjmując dodatkowe zmienne stanu w postaci przyrostów sterowań i stanu:

$$\begin{aligned}\Delta x_m(k) &= x_m(k) - x_m(k-1), \\ \Delta u_m(k) &= u_m(k) - u_m(k-1),\end{aligned}\tag{7.2}$$

można zapisać równanie:

$$\Delta x_m(k+1) = \mathbf{A}_m \Delta x_m(k) + \mathbf{B}_m \Delta u(k),\tag{7.3}$$

Regulator MPC powinien posiadać informację o obecnym wyjściu systemu, dlatego stosuje się powiększony wektor stanu:

$$x(k) = [\Delta x_m(k)^T \quad y(k)]^T.\tag{7.4}$$

Ostatecznie, po uwzględnieniu zależności (7.3) i (7.4) równania stanu używane podczas wyliczania przyszłych sterowań mają postać:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{x(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0 \\ \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{x(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \Delta u(k)\tag{7.5}$$

$$y(k) = \underbrace{[\mathbf{0}_{1 \times n} \quad 1]}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}.$$

W oparciu o model obiektu (7.5) można zapisać przewidywany stan systemu w chwili  $k_i$  na  $N_p$  kroków wprzód:

$$\begin{aligned} x(k_i + 1|k_i) &= \mathbf{A}x(k_i) + \mathbf{B}\Delta u(k_i) \\ x(k_i + 2|k_i) &= \mathbf{A}x(k_i + 1|k_i) + \mathbf{B}\Delta u(k_i + 1) = \mathbf{A}^2x(k_i) + \mathbf{A}\mathbf{B}\Delta u(k_i) + \mathbf{B}\Delta u(k_i + 1) \\ &\vdots \\ x(k_i + N_p|k_i) &= \mathbf{A}^{N_p}x(k_i) + \mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\Delta u(k_i) + \mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\Delta u(k_i + 1) \\ &\quad + \dots + \mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B}\Delta u(k_i + N_c - 1). \end{aligned} \quad (7.6)$$

Przewidywane wyjście systemu można natomiast zapisać w poniższej postaci:

$$\begin{aligned} y(k_i + 1|k_i) &= \mathbf{C}\mathbf{A}x(k_i) + \mathbf{C}\mathbf{B}\Delta u(k_i) \\ y(k_i + 2|k_i) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^2x(k_i) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\Delta u(k_i) + \mathbf{C}\mathbf{B}\Delta u(k_i + 1) \\ &\vdots \\ y(k_i + N_p|k_i) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p}x(k_i) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\Delta u(k_i) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\Delta u(k_i + 1) \\ &\quad + \dots + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B}\Delta u(k_i + N_c - 1). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Jak łatwo zauważyć, wyjście to zależy od aktualnego stanu systemu  $x(k_i)$ , jak również od przyszłych przyrostów wartości sterowań  $\Delta u$ . Można je również zapisać w postaci wektorowej:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}x(k_i) + \Phi\Delta\mathbf{U}, \quad (7.8)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [y(k_i + 1|k_i) \quad y(k_i + 2|k_i) \quad y(k_i + 3|k_i) \quad \dots \quad y(k_i + N_p|k_i)]^T, \\ \Delta\mathbf{U} &= [\Delta u(k_i) \quad \Delta u(k_i + 1) \quad \Delta u(k_i + 2) \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)]^T, \\ \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0}_{1 \times K} & \mathbf{0}_{1 \times K} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times K} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0}_{1 \times K} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times K} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-N_c}\mathbf{B} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Wartość wskaźnika jakości  $J$  zależy od różnicy pomiędzy przyszłym wyjściem systemu a wartością zadaną dla wyjścia, jak również od przyrostów sterowań:

$$J = (\mathbf{R}_S - \mathbf{Y})^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{Y}) + \Delta\mathbf{U}^T \mathbf{R} \Delta\mathbf{U}, \quad (7.9)$$

gdzie wektor wartości zadanych w poszczególnych krokach ma postać:

$$\mathbf{R}_S = \underset{(N_p \times 1)}{[1 \dots 1]^T} r(k_i),$$

natomiast diagonalna macierz  $\mathbf{R}_{K \cdot N_c \times K \cdot N_c}$  definiuje wartości kar za przyrosty sterowań w kolejnych krokach. Zakłada się, że wartość zadana jest stała dla zadanego horyzontu i wynosi  $r(k_i)$ . Podstawiając równanie (7.8) do (7.9), można uzależnić wartość wskaźnika jakości od wyznaczanych przyrostów sterowań:

$$J = (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i))^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i)) - 2\Delta\mathbf{U}^T \Phi^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i)) + \Delta\mathbf{U}^T (\Phi^T \Phi + \mathbf{R}) \Delta\mathbf{U}. \quad (7.10)$$

Pochodna wskaźnika jakości jakości względem  $\Delta u$  może zostać zapisana jako:

$$\frac{\delta J}{\delta \Delta U} = -2\Phi^T(\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i)) + 2(\Phi^T\Phi + \mathbf{R})\Delta U. \quad (7.11)$$

Po uwzględnieniu koniecznego warunku optymalności (zerowanie się pochodnej):

$$\frac{\delta J}{\delta \Delta U} = 0, \quad (7.12)$$

optymalny wektor przyrostów sterowań, bez uwzględnienia ewentualnych ograniczeń, ma postać:

$$\Delta U = (\Phi^T\Phi + \mathbf{R})^{-1}\Phi^T(\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i)). \quad (7.13)$$

## 7.4. Algorytm MPC dla obiektów opisanych równaniami stanu z czasem ciągłym

W poprzednim podrozdziale opisano algorytm regulacji predykcyjnej dla systemów z czasem dyskretnym. Jego zastosowanie dla modeli otrzymanych przy pomocy opisanej poprzednio procedury identyfikacji wymaga dyskretyzacji, co w niektórych przypadkach może skutkować np. utratą stabilności [12]. Istnieją również rozwiązania, w których algorytmy predykcyjne korzystają bezpośrednio z modeli z czasem ciągłym. W pracach [103] i [104] opisano regulator predykcyjny, w którym trajektoria przyszłych sterowań jest modelowana przez szereg funkcji ortogonalnych pomnożonych przez odpowiednie współczynniki.

Aby trajektoria sygnału mogła być zapisana w powyższy sposób, musi być ona ograniczona. Wiadomo, że warunek ten nie jest spełniony przez sygnał sterujący w przypadku oddziaływania stałych zakłóceń lub gdy zmienia się wartość zadana wyjścia obiektu. Z tego powodu, zamiast sygnału sterującego, wyliczana jest jego pierwsza pochodna. Warunek ograniczoności ma wtedy postać:

$$\int_0^\infty \dot{u}(t)^2 dt < \infty. \quad (7.14)$$

Jak już wspomniano, model obiektu jest opisany przez liniowe równania stanu z czasem ciągłym:

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= \mathbf{A}_m x_m(t) + \mathbf{B}_m u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_m x_m(t), \end{aligned} \quad (7.15)$$

gdzie:  $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^K$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}$ . Podobnie jak poprzednio, także w tym przypadku, budowany jest powiększony wektor stanu:

$$x(t) = [z(t)^T \quad y(t)]^T, \quad (7.16)$$

gdzie:  $z(t) = \dot{x}_m(t)$ . Zmodyfikowane równania stanu dla systemu przedstawiono poniżej:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0 \\ \mathbf{C}_m & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{0}_{1 \times K} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \dot{u}(t) \quad (7.17)$$

$$y(t) = \underbrace{[\mathbf{0}_{1 \times n} \quad 1]}_C \begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix}.$$

Jak już wcześniej wspomniano, trajektoria przyszłych sterowań jest modelowana przez szereg funkcji ortogonalnych  $l_1(t), \dots, l_N(t)$ . W algorytmie wykorzystano funkcje Laguerre'a, które można zapisać jako:

$$\mathbf{L}(\tau) = \begin{bmatrix} l_1(\tau) \\ \vdots \\ l_N(\tau) \end{bmatrix} = e^{\mathbf{A}_p \tau} \mathbf{L}(0), \quad (7.18)$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} -p & 0 & \dots & 0 \\ -2p & -p & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -2p & \dots & -2p & -p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}(0) = \sqrt{2p} \underbrace{[1 \dots 1]}_{(N \times 1)}^T.$$

Wartość parametru  $p$  jest przyjmowana arbitralnie.

W pracy, podobnie jak w publikacji [103], przyjęto, że pochodne przyszłych sterowań  $\dot{u}(t)$  są wyliczane zawsze dla przedziału od 0 do  $\tau$ , a nie od  $t_i$  do  $t_i + \tau$ , gdzie  $t_i$  to obecna chwila czasu. Ten zapis może wydawać się nieco mało intuicyjny, ale dzięki niemu staje się jasne, że używana w dalszych obliczeniach macierz  $\phi$  jest tworzona jednokrotnie, a w kolejnych chwilach czasu zmienia się jedynie wektor współczynników  $\boldsymbol{\eta}$ . Przewidywany stan systemu na  $\tau$  sekund do przodu w chwili  $t_i$  można zapisać jako:

$$x(t_i + \tau | t_i) = e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \int_0^\tau e^{\mathbf{A}(\tau-\gamma)} \mathbf{B} \dot{u}(\gamma) d\gamma. \quad (7.19)$$

Wektor pochodnych sterowań składa się z  $K$  kolumn, gdzie  $k$ -ta kolumna dla  $k = 1, \dots, K$ :

$$\dot{u}_k(\tau) \approx \sum_{i=1}^N c_{k_i} l_i(\tau) \approx \mathbf{L}(\tau)^T \boldsymbol{\eta}_k.$$

Wektor parametrów dla  $i$ -tego wejścia sterującego ma postać:

$$\boldsymbol{\eta}_k = [c_{k_1} \dots c_{k_N}]^T.$$

Dla uproszczenia, przyjęto że każdy  $k$ -ty sygnał jest modelowany z użyciem szeregu  $N$  funkcji Laguerre'a. Analogicznie jak wyjście modeli z czasem dyskretnym, stan systemu jest zapisywany jako suma dwóch składników:

$$x(t_i + \tau | t_i) = e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \boldsymbol{\phi}(\tau)^T \boldsymbol{\eta}. \quad (7.20)$$

Pierwszy z nich zależy od obecnego stanu systemu, natomiast drugi od wyliczanych pochodnych sterowania. Macierz sterowania ma formę kolumnową  $\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \dots \mathbf{B}_K]$ , gdzie poszczególne kolumny odpowiadają kolejnym sygnałom sterującym  $1, \dots, K$ . Część trajektorii zależna od przyszłych sterowań może zostać zapisana jako:

$$\boldsymbol{\phi}(\tau)^T = \int_0^\tau e^{\mathbf{A}(\tau-\gamma)} [\mathbf{B}_1 \mathbf{L}(\gamma)^T \dots \mathbf{B}_K \mathbf{L}(\gamma)^T] d\gamma,$$



natomiast wektor szukanych współczynników  $\boldsymbol{\eta}$ , podobnie jak macierz sterowania, składa się z  $K$  kolumn:

$$\boldsymbol{\eta}^T = [\boldsymbol{\eta}_1^T \dots \boldsymbol{\eta}_K^T].$$

Wskaźnik jakości  $J$  dla regulatora z czasem ciągłym, w odróżnieniu od poprzednio rozważanego przypadku z czasem dyskretnym, zależy od całego stanu systemu, a nie tylko od jego wyjścia:

$$J = \int_0^{T_p} x(t_i + \tau|t_i)^T \mathbf{Q} x(t_i + \tau|t_i) + \dot{u}(\tau)^T \mathbf{R} \dot{u}(\tau) d\tau, \quad (7.21)$$

gdzie  $\mathbf{Q}_{n \times n} > 0$  i  $\mathbf{R}_{K \times K} > 0$  są diagonalnymi macierzami wagowymi. W pracy przyjęto, że macierze te są w postaci:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{I}_K. \quad (7.22)$$

W równaniu (7.20) nie pojawia się bezpośrednio wartość zadana dla wyjścia obiektu. W przypadku gdy jest ona niezerowa, ostatnia wiersz wektora stanu  $x(t)$  powinien być równy odchyłce od wartości zadanej:  $y(t) - r(t)$  zamiast  $y(t)$ . Czas predykcji  $T_p$  jest jednym z parametrów strojenia regulatora. Jego wydłużenie zazwyczaj powoduje polepszenie jakości sterowania, natomiast może skutkować znacznym zwiększeniem czasu obliczeń. W odróżnieniu od innych algorytmów predykcyjnych, w opisywanym wariantcie nie występuje inny parametr definiujący, po jakim czasie wartości sterowań nie będą się zmieniać. Podczas strojenia regulatora należy pamiętać, że czas  $T_p$  powinien być wystarczająco długi, tak żeby zapewnić spełnienie poniższego warunku:

$$\dot{u}(\tau) \approx 0 \quad \text{dla} \quad \tau \geq T_p. \quad (7.23)$$

Podobnie jak w poprzednim podrozdziale, wyliczenie optymalnej wartości sterowania bez ograniczeń, wymaga przedstawienia wskaźnika jakości  $J$  w formie zależnej od wyliczanego sterowania. W tym celu wykorzystywana jest własność związana z ortogonalnością funkcji Laguerre'a. Całkę z kwadratu sygnału sterującego można zapisać jako:

$$\int_0^{T_p} \dot{u}_k(\tau)^T \dot{u}_k(\tau) d\tau \approx \int_0^\infty \boldsymbol{\eta}_k^T \mathbf{L}(\tau) \mathbf{L}(\tau)^T \boldsymbol{\eta}_k d\tau = \boldsymbol{\eta}_k^T \boldsymbol{\eta}_k. \quad (7.24)$$

Po podstawieniu zależności (7.20) i (7.24) do równania na wskaźnik jakości (7.21), można uzyskać poniższą formułę:

$$J = \int_0^{T_p} (e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \boldsymbol{\phi}(\tau)^T \boldsymbol{\eta})^T \mathbf{Q} (e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \boldsymbol{\phi}(\tau)^T \boldsymbol{\eta}) d\tau + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{R}_L \boldsymbol{\eta}, \quad (7.25)$$

gdzie blokowa macierz diagonalna  $\mathbf{R}_L$  składa się z  $K$  bloków o rozmiarze  $N \times N$  z wartościami na przekątnych odpowiadającymi karom za przyrosty poszczególnych sygnałów sterujących. Przyjmując pomocnicze zmienne:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} &= \int_0^{T_p} \boldsymbol{\phi}(\tau) \mathbf{Q} \boldsymbol{\phi}(\tau)^T d\tau + \mathbf{R}_L, \\ \boldsymbol{\Psi} &= \int_0^{T_p} \boldsymbol{\phi}(\tau) \mathbf{Q} e^{\mathbf{A}\tau} d\tau, \end{aligned}$$

równanie (7.25) można zapisać jako:

$$J = \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\eta} + 2\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\Psi} x(t_i) + x(t_i)^T \left[ \int_0^{T_p} e^{A^T \tau} \mathbf{Q} e^{A \tau} d\tau \right] x(t_i). \quad (7.26)$$

Uwzględniając konieczny warunek optymalności:

$$\frac{\delta J}{\delta \boldsymbol{\eta}} = 2\boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\eta} + 2\boldsymbol{\Psi} x(t_i) = 0, \quad (7.27)$$

wektor optymalnych parametrów może zostać obliczony jako:

$$\boldsymbol{\eta} = -\boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Psi} x(t_i). \quad (7.28)$$

## 7.5. Ograniczenia na sygnały sterujące w algorytmach MPC

Regulacja predykcyjna jest praktyczną realizacją techniki sterowania optymalnego. W podrozdziałach 7.3 i 7.4 przedstawiono problemy z liniowymi modelami obiektu i kwadratowymi wskaźnikami jakości. W obydwu przypadkach optymalne sterowanie (równania (7.13) i (7.28)) zostało wyliczone jako iloczyn dwóch czynników. Pierwszy z nich można traktować jako wzmocnienie regulatora, natomiast drugi zależy od aktualnej wartości stanu systemu. W pracy [103] pokazano, że wyliczone w powyższy sposób wzmocnienia są bliskie wzmocnieniom regulatora LQR odpowiednio dla przypadku z czasem dyskretnym i ciągłym.

W rzeczywistych problemach sterowania, praktycznie zawsze występują ograniczenia na wartości sygnałów sterujących i ich przyrosty, czasami przyjmuje się także ograniczenia na wyjście sterowanego obiektu. W takich przypadkach nie wystarczy wyliczenie optymalnego wzmocnienia regulatora jak poprzednio, ale należy rozwiązać zadanie optymalizacji. Dla kwadratowego wskaźnika jakości i liniowych ograniczeń wykorzystuje się najczęściej metody programowania kwadratowego [105]. Zadanie optymalizacji z ograniczeniami ma wtedy postać:

$$J = \frac{1}{2} x^T \mathbf{E} x + x^T \mathbf{F},$$

$$\mathbf{M} x \leq \boldsymbol{\gamma}, \quad (7.29)$$

gdzie:  $J$  - wskaźnik jakości,  $x$  - zmienna decyzyjna,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{F}$  - macierze wagowe we wskaźniku jakości,  $\mathbf{M}$  - macierz ograniczeń. Istotną trudnością jest rozwiązanie problemu w czasie rzeczywistym. Problem ten został przedyskutowany w pracach [106, 107]. Sformułowanie ograniczeń w sposób odpowiedni do danego zadania optymalizacji w obydwu opisanych poprzednio przypadkach przedstawiono w dalszej części podrozdziału.

### 7.5.1. Ograniczenia dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym

W przypadku algorytmu MPC z czasem dyskretnym, ograniczenia na wartości sygnałów sterujących w kolejnych próbkach mają postać:

$$\mathbf{U}_{min} \leq \mathbf{U} \leq \mathbf{U}_{max}, \quad (7.30)$$

gdzie:  $U_{min}, U_{max}$  - wektory wartości minimalnych i maksymalnych sygnałów sterujących o  $K \cdot N_c$  elementach,  $K$  - liczba sygnałów wejściowych.

Wartości sygnałów sterujących w każdej kolejnej próbkę można zapisać w poniższy sposób, uwzględniając wartości sygnałów w próbkę poprzedniej:

$$\begin{bmatrix} u(k_i) \\ u(k_i + 1) \\ \vdots \\ u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_K \\ \mathbf{I}_K \\ \vdots \\ \mathbf{I}_K \end{bmatrix}}_{C_1} u(k_i - 1) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_K & \mathbf{0}_K & \mathbf{0}_K & \dots & \mathbf{0}_K \\ \mathbf{I}_K & \mathbf{I}_K & \mathbf{0}_K & \dots & \mathbf{0}_K \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{I}_K & \mathbf{I}_K & \mathbf{I}_K & \dots & \mathbf{I}_K \end{bmatrix}}_{C_2} \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i + 1) \\ \vdots \\ \Delta u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix}. \quad (7.31)$$

Macierze jednostkowe  $\mathbf{I}_K$  i macierze zerowe  $\mathbf{0}_K$  mają wymiary zależne od od liczby sygnałów wejściowych.

Ograniczenia na przyrosty sterowań można sformułować jak poniżej:

$$\Delta U_{min} \leq \Delta U \leq \Delta U_{max}. \quad (7.32)$$

Przyrosty te są wyliczane w każdym z kroków sterowania, dzięki czemu można je łatwo uwzględnić w algorytmie regulacji.

Łącząc obydwie rodzaje ograniczeń, można zapisać nierówność:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}, \quad (7.33)$$

gdzie:

$$M_1 = \begin{bmatrix} -C_2 \\ C_2 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{K \cdot N_c} \\ \mathbf{I}_{K \cdot N_c} \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -U_{min} + C_1 u(k_i - 1) \\ U_{max} - C_1 u(k_i - 1) \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} -\Delta U_{min} \\ \Delta U_{max} \end{bmatrix},$$

$$U_{min} = \underbrace{[\mathbf{I}_K \dots \mathbf{I}_K]^T}_{(K \cdot N_c \times K)} u_{min}, \quad U_{max} = \underbrace{[\mathbf{I}_K \dots \mathbf{I}_K]^T}_{(K \cdot N_c \times K)} u_{max},$$

$$\Delta U_{min} = \underbrace{[\mathbf{I}_K \dots \mathbf{I}_K]^T}_{(K \cdot N_c \times K)} \Delta u_{min}, \quad \Delta U_{max} = \underbrace{[\mathbf{I}_K \dots \mathbf{I}_K]^T}_{(K \cdot N_c \times K)} \Delta u_{max}.$$

Wartości  $u_{min}, u_{max}, \Delta u_{min}, \Delta u_{max}$  mogą mieć formę wektorów kolumnowych o  $K$  wierszach w przypadku kilku sygnałów sterujących. Nierówność (7.33) wraz ze wskaźnikiem jakości (7.10) tworzą zadanie optymalizacji w formie (7.29), które można rozwiązać z wykorzystaniem jednej z metod numerycznych.

### 7.5.2. Ograniczenia dla algorytmu MPC z czasem ciągłym

Ograniczenia na wartość sygnału sterującego, dla przypadku z czasem ciągłym, można zapisać w postaci:

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max}. \quad (7.34)$$

Na podstawie definicji pochodnej, wartość tego sygnału w chwili  $t_i$  można przedstawić jako sumę wartości sygnału w poprzedniej próbkce i jego przyrostu w próbkce obecnej pomnożonego przez czas próbkowania  $\Delta t$ :

$$u(t_i) = u(t_i - \Delta t) + \dot{u}(t_i)\Delta t = u(t_i - \Delta t) + \mathbf{L}(0)^T \boldsymbol{\eta} \Delta t. \quad (7.35)$$

Dla dowolnej chwili czasu  $\tau_i > 0$  można zapisać równanie:

$$\begin{aligned} u(\tau_i) &= u(t_i) + \int_0^{\tau_i} \dot{u}(\gamma) d\gamma = u(t_i) + \int_0^{\tau_i} \mathbf{L}(\gamma)^T \boldsymbol{\eta} d\gamma \\ &= u(t_i) + (\mathbf{L}(\tau_i)^T - \mathbf{L}(0)^T) \mathbf{A}_p^{-T} \boldsymbol{\eta}. \end{aligned} \quad (7.36)$$

Podstawiając zależność (7.35) do nierówności (7.34), można otrzymać ograniczenie dla wartości sygnału sterującego na początku okna optymalizacji w formie:

$$u_{min} - u(t_i - \Delta t) \leq \mathbf{L}(0)^T \boldsymbol{\eta} \Delta t \leq u_{max} - u(t_i - \Delta t). \quad (7.37)$$

Aby otrzymać ograniczenie na amplitudę sygnału sterującego w chwili  $\tau_i$ , można wykorzystać zależności (7.36). Nierówność ma wtedy postać:

$$u_{min} - u(t_i - \Delta t) \leq \mathbf{C}_u \boldsymbol{\eta} \leq u_{max} - u(t_i - \Delta t), \quad (7.38)$$

gdzie:

$$\mathbf{C}_u = \mathbf{L}(0)^T \Delta t + \mathbf{L}(\tau_i)^T \mathbf{A}_p^{-T} - \mathbf{L}(0)^T \mathbf{A}_p^{-T}.$$

Ograniczenia na przyrosty sygnału sterującego mogą być zapisane, podobnie jak poprzednio, jako:

$$du_{min} \leq \dot{u}(t) \leq du_{max}. \quad (7.39)$$

Po zapisaniu pochodnych za pomocą funkcji Laguerre'a, dla czasu  $\tau_i$  można otrzymać nierówności w formie:

$$\begin{aligned} -\mathbf{L}(\tau_i)^T \boldsymbol{\eta} &\leq -du_{min} \\ \mathbf{L}(\tau_i)^T \boldsymbol{\eta} &\leq du_{max}. \end{aligned} \quad (7.40)$$

Tak jak w poprzednim przypadku, ograniczenia na sygnał sterujący dla chwili czasu  $\tau_i$  można zapisać w formie macierzy:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \leq \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}, \quad (7.41)$$

gdzie:

$$M_1 = \begin{bmatrix} -C_u \\ C_u \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} -L(\tau_i)^T \\ L(\tau_i)^T \end{bmatrix},$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} -u_{min} + u(t_i - \Delta t) \\ u_{max} - u(t_i - \Delta t) \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} -du_{min} \\ du_{max} \end{bmatrix}.$$

Analogicznie jak dla przypadku z czasem dyskretnym, ograniczenia (7.41) wraz ze wskaźnikiem jakości (7.26) można przedstawić w formie (7.29). Wartości  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $du_{min}$ ,  $du_{max}$  mogą być wektorami kolumnowymi o liczbie wierszy  $K$  równej liczbie wejść systemu. Wtedy macierze  $M_1$  i  $M_2$  będą miały formę blokową, składając się z bloków w postaci  $-C_u$  i  $C_u$  albo  $-L(\tau_i)^T$  i  $L(\tau_i)^T$  odpowiadających  $k$ -temu sygnałowi wejściowemu, gdzie  $k = 1, \dots, K$ , na przekątnych i pozostałych elementach równych 0.

## 7.6. Kompensacja mierzalnych zakłóceń w algorytmach MPC

Algorytmy opisane w pracach [103, 104] i zaprezentowane w podrozdziałach 7.3 i 7.4 zakładają, że na sterowane systemy nie oddziałują zakłócenia. Założenie to nie jest możliwe do zrealizowania w rzeczywistych systemach sterowania, jednak w przypadku gdy zakłócenia nie są zbyt duże, mogą być one z powodzeniem skompensowane w pętli sprzężenia zwrotnego bez znacznego wpływu na jakość sterowania.

Nieco inna sytuacja występuje w analizowanym przypadku procesu kondycjonowania szkła. Oprócz typowych zakłóceń, na mierzoną temperaturę szkła w danej strefie znacząco wpływa temperatura mierzona w poprzedniej strefie zasilacza. Dzięki wyraźnemu opóźnieniu transportowemu, wynikającemu z niewielkiej prędkości szkła, wartości te są znane z dużym wyprzedzeniem, np. dla interwału o długości 250 sekund, jaki był przyjęty podczas przeprowadzonych poprzednio eksperymentów identyfikacyjnych, już na początku każdego przedziału można oszacować wpływ tego mierzalnego zakłócenia na proces dla całego okna czasowego. Nawet w przypadku, gdyby opóźnienie było zbyt małe, opisane zakłócenia są raczej wolnozmiennie, dzięki czemu z powodzeniem można je aproksymować np. za pomocą wielomianów, a nawet stałych wartości dla krótszych przedziałów.

Opisane zakłócenia mierzalne, dla których możliwa jest identyfikacja modelu dynamiki, są typowe dla wielu procesów przemysłowych. Typowo w takich przypadkach stosuje się kompensację w postaci sprzężenia w przód. W pracy [5] podano formułę pozwalającą na wyliczenie sterowania kompensującego. Zakładając, że wyjście sterowanego obiektu ma postać:

$$y = Gu + G_d\omega, \quad (7.42)$$

gdzie:  $y$  - wyjście obiektu,  $u$  - sterowanie,  $\omega$  - zakłócenia,  $G$  - model dynamiki obiektu w postaci transmitancji,  $G_d$  - model dynamiki toru zakłóceń w postaci transmitancji, korekta sterowania w takim przypadku może zostać wyliczona jako:

$$u_f = -G^{-1}G_d\omega. \quad (7.43)$$

Odwrotność transmitancji obiektu  $G$  musi być stabilna, a sama transmitancja kompensatora fizycznie implementowalna. Dodatkowo opóźnienie dla sygnału sterującego powinno być znacząco mniejsze niż opóźnienie w torze zakłóceń, a transmitancja  $G$  musi być minimalnofazowa. Jak widać, synteza opisanego kompensatora jest dość skomplikowana i wymaga spełnienia wielu dodatkowych warunków. W pracy [108] przeanalizowano nieco prostszy sposób syntezy kompensatorów, przy założeniu że zarówno model procesu, jak i model zakłóceń są opisane za pomocą modeli Strejca. Rozważono kilka możliwych struktur kompensatorów. Najprostszy z nich wykorzystywał jedynie statyczne wzmocnienie sygnału zakłóceń. Inne uwzględniały różnicę opóźnień pomiędzy sygnałami i dynamikę modeli obiektu i toru zakłóceń. Opisany algorytm może być z powodzeniem stosowany w rzeczywistych systemach sterowania, pod warunkiem zastosowania modeli Strejca do jego opisu. W literaturze opisano wiele metod pozwalających na identyfikację tego typu modeli, np. [19]. Próbowano również zastosować wspomnianą metodologię dla procesu kondycjonowania [93], jednak nie zawsze jest możliwe. Dla identyfikowanych *on-line* modeli dość często występują oscylacje i wtedy przebieg aperiodyczny nie jest adekwatny do opisu tego typu dynamiki.

Kompensacja mierzalnych zakłóceń jest prosta do implementacji w przypadku regulatora predykcyjnego DMC. Algorytm opisany w pracy [5] opiera się na zapisie przyszłych wartości zakłóceń w formie przyrostowej, podobnie jak ma to miejsce w przypadku sterowania. Na potrzeby systemu sterowania zasilaczami szklarskimi, podobną modyfikację zastosowano dla regulatorów opisanych w podrozdziałach 7.3 i 7.4. Wyniki eksperymentów dla zmodyfikowanego algorytmu regulatora predykcyjnego z czasem ciągłym, w przypadku zadania kondycjonowania, opisano w pracy [95].

### 7.6.1. Kompensacja zakłóceń dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym

Mierzalne zakłócenia dla regulatora MPC z czasem dyskretnym są uwzględniane przez modyfikację równań stanu (7.1):

$$\begin{aligned}x_m(k+1) &= \mathbf{A}_m x_m(k) + \mathbf{B}_m u(k) + \mathbf{B}_{dm} \omega(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}_m x_m(k),\end{aligned}\tag{7.44}$$

gdzie:  $x_m(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^K$ ,  $y(k) \in \mathbb{R}$ ,  $\omega(k) \in \mathbb{R}$ . Dodatkowa macierz sterowań  $\mathbf{B}_{dm}$  odpowiada za wpływ mierzalnych zakłóceń  $\omega$  na stan obiektu. Podobnie jak w przypadku sygnałów sterujących, mogą być one zapisane w formie przyrostowej:

$$\Delta\omega(k) = \omega(k) - \omega(k-1).\tag{7.45}$$

Równania stanu w formie przyrostowej mają postać:

$$\Delta x_m(k+1) = \mathbf{A}_m \Delta x_m(k) + \mathbf{B}_m \Delta u(k) + \mathbf{B}_{dm} \Delta \omega(k).\tag{7.46}$$

Tak jak poprzednio, dla regulatora predykcyjnego stosuje się powiększony wektor stanu i model w postaci:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{x(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0 \\ \mathbf{C}_m \mathbf{A}_m & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{x(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \Delta u(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dm} \\ \mathbf{C}_m \mathbf{B}_{dm} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_d} \Delta \omega(k) \quad (7.47)$$

$$y(k) = \underbrace{[\mathbf{0}_{1 \times n} \quad 1]}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}.$$

W oparciu o model obiektu (7.47) można zapisać przewidywany stan systemu w chwili  $k_i$  na  $N_p$  kroków wprzód:

$$\begin{aligned} x(k_i + N_p | k_i) &= \mathbf{A}^{N_p} x(k_i) + \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B} \Delta u(k_i) + \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B} \Delta u(k_i + 1) \\ &\quad + \dots + \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B} \Delta u(k_i + N_c - 1) + \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B}_d \Delta \omega(k_i) \\ &\quad + \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B}_d \Delta \omega(k_i + 1) + \dots + \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B}_d \Delta \omega(k_i + N_c - 1). \end{aligned} \quad (7.48)$$

Przewidywane wyjście systemu można natomiast zapisać jako:

$$\begin{aligned} y(k_i + N_p | k_i) &= \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p} x(k_i) + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B} \Delta u(k_i) + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B} \Delta u(k_i + 1) \\ &\quad + \dots + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B} \Delta u(k_i + N_c - 1) + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B}_d \Delta \omega(k_i) \\ &\quad + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B}_d \Delta \omega(k_i + 1) + \dots + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B}_d \Delta \omega(k_i + N_c - 1). \end{aligned} \quad (7.49)$$

Równanie wyjścia w formie macierzowej, dla przypadku z zakłóceniami, ma formę:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F} x(k_i) + \mathbf{\Phi} \Delta \mathbf{U} + \mathbf{\Phi}_d \Delta \mathbf{\Omega}, \quad (7.50)$$

gdzie:

$$\Delta \mathbf{\Omega} = [\Delta \omega(k_i) \quad \Delta \omega(k_i + 1) \quad \Delta \omega(k_i + 2) \quad \dots \quad \Delta \omega(k_i + N_c - 1)]^T,$$

$$\mathbf{\Phi}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \mathbf{B}_d & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{B}_d & \mathbf{C} \mathbf{B}_d & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^2 \mathbf{B}_d & \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{B}_d & \mathbf{C} \mathbf{B}_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B}_d & \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B}_d & \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-3} \mathbf{B}_d & \dots & \mathbf{C} \mathbf{A}^{N_p-N_c} \mathbf{B}_d \end{bmatrix}.$$

Pozostałe zmienne mają formę przedstawioną w podrozdziale 7.3.

Równanie na wskaźnik jakości ma postać:

$$J = (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i) - \Phi_d \Delta \Omega)^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i) - \Phi_d \Delta \Omega) + \Delta U^T (\Phi^T \Phi + \mathbf{R}) \Delta U - 2 \Delta U^T \Phi^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i) - \Phi_d \Delta \Omega). \quad (7.51)$$

Warunkiem koniecznym optymalności jest zerowanie pochodnej wskaźnika jakości względem  $\Delta u$ :

$$\frac{\delta J}{\delta \Delta U} = -2 \Phi^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i) - \Phi_d \Delta \Omega) + 2 (\Phi^T \Phi + \mathbf{R}) \Delta U = 0. \quad (7.52)$$

Optymalny wektor przyrostów sterowań, dla przypadku z mierzalnymi zakłóceniami, ma postać:

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \mathbf{R})^{-1} \Phi^T (\mathbf{R}_S - \mathbf{F}x(k_i) - \Phi_d \Delta \Omega). \quad (7.53)$$

Podczas powyższych obliczeń założono, że model zakłóceń może być opisany taką samą macierzą stanu  $\mathbf{A}$ , jak model dynamiki dla toru sterowań. Założenie to pozwala sformułować problem optymalizacji, jednak jest pewnym uproszczeniem w stosunku do rzeczywistości.

### 7.6.2. Kompensacja zakłóceń dla algorytmu MPC z czasem ciągłym

Jeżeli dla regulatora MPC z czasem ciągłym występują mierzalne zakłócenia, równania stanu (7.15) można zmodyfikować do postaci:

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= \mathbf{A}_m x_m(t) + \mathbf{B}_m u(t) + \mathbf{B}_{dm} \omega(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_m x_m(t), \end{aligned} \quad (7.54)$$

gdzie:  $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^K$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}$ ,  $\omega(t) \in \mathbb{R}$ . Macierz  $\mathbf{B}_{dm}$  opisuje wpływ sygnałów zakłócających na stan systemu. Analogicznie jak w przypadku bez mierzalnych zakłóceń, tworzony jest powiększony wektor stanu i model wykorzystujący pochodne sygnałów wejściowych i wyjściowych:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0 \\ \mathbf{C}_m & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{0}_{1 \times K} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \dot{u}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dm} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_d} \dot{\omega}(t) \quad (7.55)$$

$$y(t) = \underbrace{[\mathbf{0}_{1 \times n} \quad 1]}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix}.$$

Tak jak poprzednio, założono że macierz  $\mathbf{A}$  dla modelu zakłóceń jest taka sama jak w przypadku dynamiki toru sterowania. Przewidywane wyjście systemu z zakłóceniami, na  $\tau$  sekund do przodu w chwili  $t_i$ , można zapisać jako:

$$x(t_i + \tau | t_i) = e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \int_0^\tau e^{\mathbf{A}(\tau-\gamma)} \mathbf{B} \dot{u}(\gamma) d\gamma + \int_0^\tau e^{\mathbf{A}(\tau-\gamma)} \mathbf{B}_d \dot{\omega}(\gamma) d\gamma. \quad (7.56)$$

W odróżnieniu od równania (7.20), dla przewidywanego w chwili  $t_i$  stanu systemu występuje dodatkowy składnik zależny od zakłóceń:

$$x(t_i + \tau | t_i) = e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \phi(\tau)^T \boldsymbol{\eta} + \phi_d(\tau)^T \boldsymbol{\eta}_d, \quad (7.57)$$



gdzie:

$$\phi_d(\tau)^T = \int_0^\tau e^{\mathbf{A}(\tau-\gamma)} \mathbf{B}_d \mathbf{L}(\gamma)^T d\gamma,$$

Nowa forma wskaźnika jakości ma postać:

$$J = \int_0^{T_p} (e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \phi(\tau)^T \boldsymbol{\eta} + \phi_d(\tau)^T \boldsymbol{\eta}_d)^T \mathbf{Q} (e^{\mathbf{A}\tau} x(t_i) + \phi(\tau)^T \boldsymbol{\eta} + \phi_d(\tau)^T \boldsymbol{\eta}_d) d\tau + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{R}_L \boldsymbol{\eta}. \quad (7.58)$$

Po przemnożeniu i uporządkowaniu składników w równaniu (7.58):

$$\begin{aligned} J = & \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\eta} + 2\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\Psi} x(t_i) + x(t_i)^T \left[ \int_0^{T_p} e^{\mathbf{A}^T \tau} \mathbf{Q} e^{\mathbf{A} \tau} d\tau \right] x(t_i) \\ & + \boldsymbol{\eta}_d^T \left[ \int_0^{T_p} \phi_d(\tau) \mathbf{Q} \phi_d(\tau)^T d\tau \right] \boldsymbol{\eta}_d + 2\boldsymbol{\eta}_d^T \left[ \int_0^{T_p} \phi_d(\tau) \mathbf{Q} e^{\mathbf{A} \tau} d\tau \right] x(t_i) + 2\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}_d, \end{aligned} \quad (7.59)$$

gdzie składnik odpowiedzialny za wpływ mierzalnych zakłóceń na stan systemu:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \int_0^{T_p} \phi(\tau) \mathbf{Q} \phi_d(\tau)^T d\tau.$$

Pozostałe oznaczenia zostały wyjaśnione w podrozdziale 7.4. Konieczny warunek optymalności wymusza zerowanie pochodnej wskaźnika jakości:

$$\frac{\delta J}{\delta \boldsymbol{\eta}} = 2\boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\eta} + 2\boldsymbol{\Psi} x(t_i) + 2\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}_d = 0. \quad (7.60)$$

Optymalny wektor parametrów funkcji Laguerre'a może zostać wyliczony jako:

$$\boldsymbol{\eta} = -\boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Psi} x(t_i) - \boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}_d. \quad (7.61)$$

W przeciwieństwie do przedstawionego poprzednio przypadku z czasem dyskretnym, podczas wyznaczania wartości wskaźnika jakości  $J$ , zamiast uwzględniania przyrostów sterowań w poszczególnych krokach próbkowania, wyliczana jest całka dla całego przedziału od 0 do  $T_p$ . Wartość wektora  $\boldsymbol{\eta}_d$  powinna być dobierana tak, aby jak najlepiej odzwierciedlać zmiany wartości pochodnej sygnału zakłócającego dla całego przedziału. Obliczona korekta sterowania jest stała i nie zależy od czasu. Ta cecha algorytmu nie stanowi jednak problemu w przypadku wolnozmiennych zakłóceń.



## 8. Adaptacyjny regulator predykcyjny dla strefy zasilacza

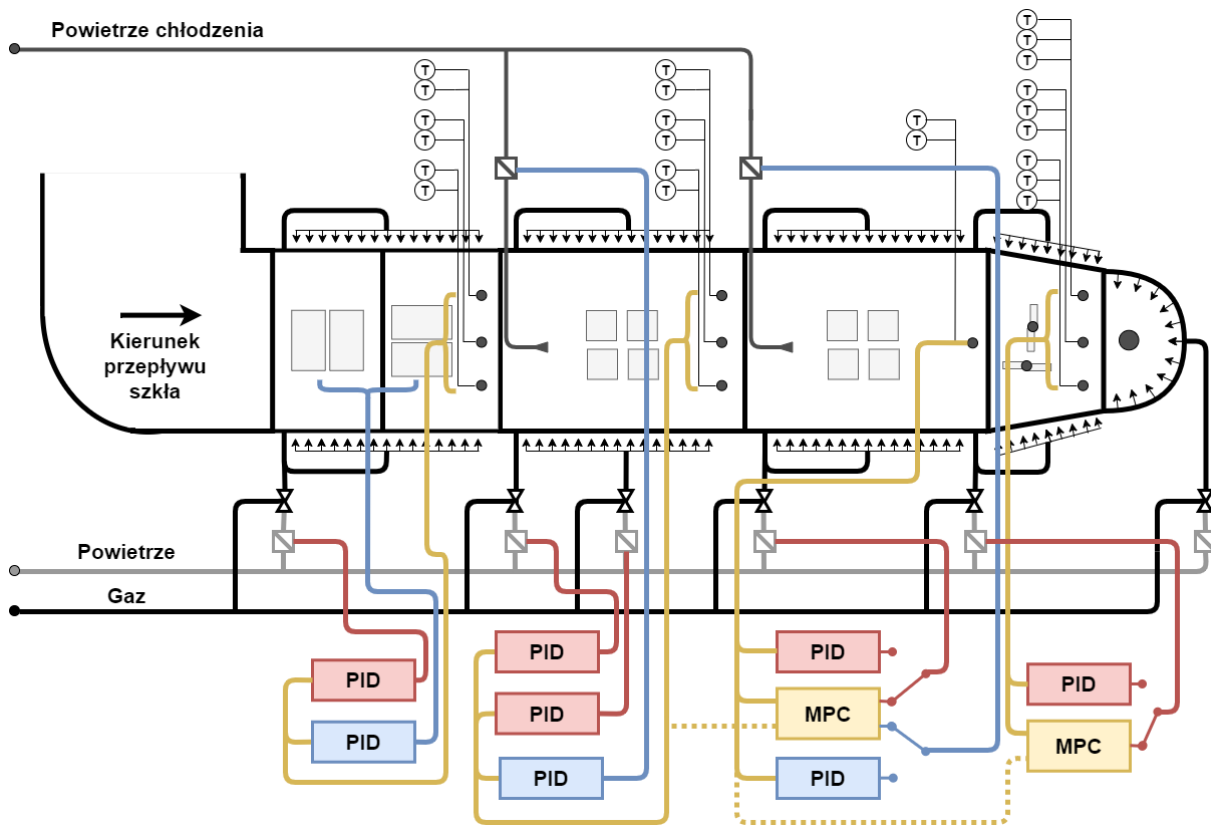
Zastosowanie opisanych w rozdziale 7 algorytmów regulacji predykcyjnej w systemie sterowania temperaturą szkła w strefach zasilacza wymaga ich modyfikacji wynikających, przede wszystkim, z przyjętego sposobu identyfikacji modeli procesu. Modyfikacje te wyjaśniono w kolejnych podrozdziałach, natomiast w dalszej części rozdziału zaprezentowano wyniki działania regulatorów MPC dla modeli symulacyjnych PDE.

W eksperymentach skupiono się na dwóch ostatnich strefach zasilacza. Temperatura szkła w strefie trzeciej może być regulowana przez zmiany wartości ciśnienia mieszanki gazowo-powietrznej i położenia zaworu powietrza chłodzenia, natomiast w strefie czwartej sterowana może być jedynie pierwsza z wymienionych wartości. Zaprezentowany poprzednio schemat zasilacza szklarskiego, z zaznaczonymi pętlami regulacji, przedstawiono na rysunku 8.1. Dla wspomnianych stref zasilacza możliwe jest przełączanie pomiędzy regulatorem predykcyjnym a regulatorem PID. Przerwanymi liniami oznaczono informacje o temperaturze szkła w poprzednich strefach, wykorzystywane do korekty sterowań wyznaczanych przez regulator predykcyjny.

### 8.1. Modyfikacje algorytmu identyfikacji

W podrozdziale 7.6 zostały opisane algorytmy MPC dla sytuacji, gdy na obiekt oddziałują mierzalne zakłócenia dla modeli z czasem dyskretnym i ciągłym. W obydwu przypadkach, wymagane jest aby modele dynamiki dla toru sterowania i dla toru zakłóceń miały wspólną macierz stanu. Z tego względu, podczas eksperymentów ze sterowaniem nie była stosowana procedura reidentyfikacji opisana w podrozdziale 2.4, pozwalająca na uzyskanie różnych mianowników transmitancji dla obydwu modeli. Tak jak poprzednio, założono że podczas identyfikacji systemów stosowane są ograniczenie liniowe w postaci wektora  $\theta$  złożonego z samych zer i wartości 1 dla współczynnika odpowiadającego najwyższej pochodnej mianownika transmitancji.

Z uwagi na to, że modele użyte podczas strojenia regulatora predykcyjnego powinny być niezawodne dla jak najszerszego zakresu warunków pracy, a nie zawsze muszą być bardzo dokładne, przyjęto że dla identyfikowanych modeli będą uwzględnione jedynie zerowe pochodne mierzalnych zakłóceń i sygnałów sterujących. W eksperymentach przedstawionych w podrozdziale 6.4, dla modeli gdzie przyjęto wyższe rzędy pochodnych, zdarzało się, że niektóre parametry miały niespodziewane wartości, np. ujemne wzmocnienia dla niektórych pochodnych sygnałów sterujących.



Rys. 8.1. Pętle regulacji temperatury szkła w strefach zasilacza.

Trzecia modyfikacja algorytmu identyfikacji polega na dodaniu kilku dodatkowych warunków, które muszą zostać spełnione aby dokonać zmiany obecnego modelu procesu. Podczas definiowania modeli w nowym punkcie pracy, oprócz kowariancji sygnałów, jest również sprawdzana ich zmienność (wariancja sygnałów wejściowych powinna być wyższa od progu  $var_{tr}$ ) i błąd średniokwadratowy pomiędzy modelem a wyjściem systemu (powinien być większy niż  $reident_{tr}$ ). Dodatkowo, podczas ponownej identyfikacji (zmiana parametrów obecnego modelu lub identyfikacja modelu dla nowego punktu pracy), kwadrat różnicy pomiędzy wyjściem systemu a wartością zadaną dla  $n_{mpcid}$  interwałów powinien wynosić przynajmniej  $mpcid_{tr}$ . Ma to zapobiec zmianom aktualnego modelu procesu, w przypadku gdy nie jest to potrzebne, ponieważ udaje się utrzymywać proces wystarczająco blisko punktu pracy.

Powyższe modyfikacje i uzupełnienia algorytmu, opartego o metodę funkcji modulujących, wyniknęły z wielu eksperymentów procesowych w warunkach silnych zakłóceń i wzmocniły jego funkcjonalność praktyczną.

## 8.2. Współdziałanie regulatorów PID i MPC

Ze względu na przyjętą adaptacyjną metodę identyfikacji w czasie ciągłym, w oparciu o dane historyczne, dla początkowych przedziałów czasowych nie jest jeszcze dostępny żaden z modeli procesu i nie ma możliwości strojenia regulatora predykcyjnego. Konieczne jest zatem wykorzystanie pomocniczego

regulatora PI. Sterowanie jest wtedy obliczane jako:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad (8.1)$$

gdzie:  $K_p, K_i$  to wzmocnienia regulatora,  $e(t) = r(t) - y(t)$  to różnica pomiędzy wartością zadaną a wyjściem systemu. Dla algorytmu PI zaimplementowano mechanizm *anti-windup* w postaci warunkowego obliczania całki uchybu (*integrator clamping*).

Gdy model jest już zidentyfikowany, istnieje możliwość dostrojenia regulatora predykcyjnego. Sterowanie ma wtedy poniższą postać:

$$u(t) = u_0 + u_{mpc}(t), \quad (8.2)$$

gdzie:  $u_0$  to sterowanie pozwalające utrzymać proces w danym punkcie pracy,  $u_{mpc}(t)$  to sterowanie wyliczane przez regulator predykcyjny.

W przypadku strefy z regulowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, możliwa jest sytuacja w której zidentyfikowano model tylko dla jednego z wejść sterujących systemem. Podobnie jak w poprzednim przypadku, drugie z wejść jest wtedy kontrolowane przez regulator PI. Dla przeprowadzonych eksperymentów zostaną zaprezentowane wykresy wejść sterujących z oznaczeniami używanego typu regulatora w danym interwale.

Należy również pamiętać, że procedura strojenia regulatora predykcyjnego jest dosyć czasochłonna, szczególnie dla przypadku z czasem ciągłym. Problem ten został uwzględniony podczas symulacji, dlatego wprowadzono dodatkowy parametr  $d_{mpc}$ . Jest to czas liczony od początku interwału, w którym powinna zostać przeprowadzona identyfikacja nowego modelu procesu, jak również wyliczone parametry dla algorytmu MPC. Dla komputera, na którym wykonywane były symulacje, powyższe operacje trwały zawsze poniżej 30 sekund, więc przyjęta wartość  $d_{mpc}$  równa 50 sekund powinna być wystarczająca nawet dla nieco słabszych maszyn.

### 8.3. Implementacja algorytmu MPC z czasem dyskretnym

Do strojenia regulatora z czasem dyskretnym w formie opisanej poprzednio, o czasie próbkowania  $\Delta t$ , stosowany jest zdyskretyzowany model zidentyfikowanego procesu. Z uwagi na to, że cały stan procesu nie jest mierzony, konieczne jest zastosowanie filtru Kalmana:

$$\hat{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \hat{x}(k) + \mathbf{B}_d \Delta u(k) + \mathbf{B}_{dd} \Delta \omega(k) + \mathbf{K}_{ob} (y(k) - \mathbf{C} \hat{x}(k)), \quad (8.3)$$

gdzie:  $\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{B}_{dd}, \mathbf{C}$  - macierze równań stanu dla zdyskretyzowanego modelu obiektu,  $\hat{x}(k)$  - aproksymowany stan systemu,  $\Delta u(k)$  - przyrost sterowania w  $k$ -tej próbce,  $\Delta \omega(k)$  - przyrost wartości zakłóceń w  $k$ -tej próbce,  $y(k)$  - mierzone wyjście systemu,  $\mathbf{K}_{ob}$  - wektor wzmocnień dla filtru Kalmana. Wektor ten jest wyznaczany przez rozwiązanie algebraicznego równania Riccatiego [109]:

$$\mathbf{A}_d \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_d^T - \mathbf{P} \mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P} + \mathbf{I}_n = 0, \quad (8.4)$$

jako:

$$\mathbf{K}_{ob} = \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}, \quad (8.5)$$

gdzie:  $\mathbf{R}$  - diagonalna macierz kar za przyrosty sterowania,  $n$  - wymiar wektora stanu.

Podczas wyliczania przyszłych sterowań, konieczne jest uwzględnienie ograniczeń dla wyliczanych sygnałów sterujących. W tym celu stosowana jest metoda Hildreth'a [110], pozwalająca na rozwiązanie zadania optymalizacji w formie (7.29). Dla przedstawionego zadania, metoda ta może być stosowana w czasie rzeczywistym. Całkowity czas potrzebny na wyliczenia sterowań jest dużo krótszy od czasu próbkowania  $\Delta t$ .

Jak już poprzednio wspomniano, dzięki opóźnieniu transportowemu między strefami zasilacza, na początku każdego z interwałów są już znane wartości temperatury z poprzedniej strefy, które wpływają na wyjście sterowanego obiektu. Są one uwzględniane w algorytmie regulatora zgodnie z procedurą opisaną w podrozdziale 7.6.

## 8.4. Implementacja algorytmu MPC z czasem ciągłym

Opisany w rozdziale 7 algorytm z czasem ciągłym mógłby zostać zaimplementowany w podanej formie pod warunkiem przyjęcia bardzo krótkiego czasu próbkowania. W rzeczywistym systemie sterowania, czas próbkowania  $\Delta t$  jest o wiele dłuższy. W związku z tym, do algorytmu wprowadzono pewną modyfikację. Założono, że dla czasu  $t_i$ , wyznaczane jest przepróbkowane wyjście systemu  $y(t)$ , gdzie  $t \in [(t_i - \Delta t), t_i]$ . Wyjście to jest wykorzystywane w poszczególnych krokach procedury Rungego-Kutty 4. rzędu [111], w celu wyznaczenia stanu systemu  $\hat{x}(t)$  pomiędzy kolejnymi chwilami próbkowania. Przyjęto, że krok procedury ma szerokość  $h$ . Obliczenia można zapisać w poniższej formie:

$$\begin{aligned} dx_1 &= (\mathbf{A}\hat{x}(t_k) + \mathbf{K}_{ob}(y(t_k) - \mathbf{C}\hat{x}(t_k))) + \mathbf{B}\dot{u}(t_k) + \mathbf{B}_d\dot{\omega}(t_k), \\ dx_2 &= (\mathbf{A}(\hat{x} + h_2dx_1) + \mathbf{K}_{ob}(y(t_k) - \mathbf{C}(\hat{x}(t_k) + h_2dx_1))) + \mathbf{B}\dot{u}(t_k) + \mathbf{B}_d\dot{\omega}(t_k), \\ dx_3 &= (\mathbf{A}(\hat{x}(t_k) + h_2dx_2) + \mathbf{K}_{ob}(y(t_k) - \mathbf{C}(\hat{x}(t_k) + h_2dx_2))) + \mathbf{B}\dot{u}(t_k) + \mathbf{B}_d\dot{\omega}(t_k), \\ dx_4 &= (\mathbf{A}(\hat{x}(t_k) + hdx_3) + \mathbf{K}_{ob}(y(t_k) - \mathbf{C}(\hat{x}(t_k) + hdx_3))) + \mathbf{B}\dot{u}(t_k) + \mathbf{B}_d\dot{\omega}(t_k), \\ \hat{x}(t_k + 1) &= \hat{x}(t_k) + h_3(dx_2 + dx_3) + h_6(dx_1 + dx_4), \end{aligned} \quad (8.6)$$

gdzie:  $h_2 = \frac{h}{2}$ ,  $h_3 = \frac{h}{3}$ ,  $h_6 = \frac{h_3}{2}$ ,  $t_k = t_i + k \cdot h$ ,  $k = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{\Delta t}{h} \rfloor$ . Wektor stanu nie jest mierzony, dlatego podobnie jak poprzednio, należy zastosować filtr Kalmana. Obserwator asymptotyczny nie daje gwarancji uzyskania dokładnej wartości stanu, tak jak obserwatory całkowite, ale wymaga zdecydowanie mniejszego nakładu obliczeniowego. Optymalne wzmocnienie  $\mathbf{K}_{ob}$  w przypadku systemu z czasem ciągłym, opisanego równaniami stanu (7.55) i macierzy wagowych regulatora  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  w postaci (7.22), jest wyznaczane jako:

$$\mathbf{K}_{ob} = [0 \dots 0 \quad 1]^T. \quad (8.7)$$

Podczas każdego z kroków procedury RK4 sprawdzane są ograniczenia na przyrosty i wartości sygnałów wejściowych. W przypadku ich naruszenia wektor optymalnych rozwiązań jest odpowiednio przesuwany, tak jak opisano w pracy [103]. Jeżeli w regulatorze uwzględniona jest korekcja mierzalnych

zakłóceń, można zapisać poniższe równania:

$$\begin{aligned}\lambda_{act} &= -(M_{act}\Omega^{-1}M_{act}^T)^{-1}(\gamma_{act} + M_{act}\Omega^{-1}\Psi(\hat{x} - \hat{x}_{SP}) + \Omega^{-1}\Gamma\eta_d), \\ \eta &= -\Omega^{-1}\Psi(\hat{x} - \hat{x}_{SP}) - \Omega^{-1}\Gamma\eta_d - \Omega^{-1}M_{act}^T\lambda_{act},\end{aligned}\quad (8.8)$$

gdzie:  $\gamma_{act}$  to wektor kolumnowy o długości równej liczbie ograniczeń z wartościami 1 dla ograniczeń aktywnych i 0 dla nieaktywnych,  $M_{act}$  - macierz zawierająca wiersze macierzy ograniczeń  $M$  dla aktywnych ograniczeń. Dla implementacji bez wspomnianej korekty, równania nie zawierają wyrazu  $\Omega^{-1}\Gamma\eta_d$ . Przeprowadzone eksperymenty pokazały, że opisana procedura wyznaczania sterowania z uwzględnieniem ograniczeń na ogół sprawdza się w praktyce, jednak pewne problemy numeryczne mogą wystąpić dla systemu z wieloma wejściami, w przypadku gdy któraś z wartości sterowań jest bliska minimalnej/maksymalnej wartości i jednocześnie należy ją zmniejszyć/zwiększyć. Wtedy w każdym kroku procedury RK4 dochodzi do naruszenia ograniczeń, a pomimo to, ze względu na ograniczenia fizyczne, nie jest możliwe dalsze zmniejszenie lub zwiększenie sterowania. W takim przypadku (gdy wartość bezwzględna różnicy pomiędzy maksymalnym sterowaniem a jego obecną wartością jest mniejsza od wartości  $u_{diff}$ ), wejście to nie jest kontrolowane przez regulator predykcyjny, ale sterowane przez regulator PI.

W podrozdziale 7.6 opisano sposób kompensacji mierzalnych zakłóceń dla regulatora z czasem ciągłym. Wektor parametrów  $\eta_d$  jest wyznaczany dla każdego kolejnego interwału, jeżeli wcześniej udało się zidentyfikować model zakłóceń, w oparciu o dane z poprzedniej strefy, które są znane z góry dzięki opóźnieniu transportowemu.

Przeprowadzenie wszystkich opisanych powyżej obliczeń trwa zdecydowanie krócej niż przyjęty czas próbkowania  $\Delta t$ , więc biorąc dodatkowo pod uwagę powolną dynamikę procesu, opisany algorytm może być z powodzeniem zaimplementowany w systemie czasu rzeczywistego.

## 8.5. Eksperymenty dla modeli PDE

Eksperymenty symulacyjne przeprowadzono dla modeli PDE opisanych w rozdziale 5. Do symulowanych sygnałów wyjściowych dodano zakłócenia w postaci szumu białego o stosunku mocy sygnału do szumu (SNR) równym 20. Wybrane zostały dwa typowe zadania regulacji występujące podczas zmian produkcji dla rzeczywistej instalacji. Stopniowo zmieniano temperaturę zadaną, w pierwszym przypadku na wyższą, a w drugim na niższą, podczas jednoczesnych zmian wydobywania szkła. Uwzględniono również różnice pomiędzy rzeczywistymi zmianami tego parametru, a wielkościami zapisanymi w bazie danych, które są używane podczas identyfikacji modeli liniowych.

Posłużono się dwoma zestawami danych z zadanymi wartościami wydobywania szkła. Eksperymenty przeprowadzono dla dwóch ostatnich strefy zasilacza (ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i pozycją zaworu chłodzenia, a także z pojedynczym sterowaniem w postaci ciśnieniem mieszanki). Do symulacji temperatury w poprzedniej strefy zasilacza posłużono się zapisanymi danymi historycznymi. Każdy

z eksperymentów przeprowadzono dla dwóch regulatorów predykcyjnych - z czasem dyskretnym i z czasem ciągłym. Dla danych historycznych, które użyto w podrozdziale 6.4, charakterystyczne są schodkowe zmiany wartości zadanej temperatury. Tak częste zmiany były ustawiane przez operatorów, prawdopodobnie ze względu na mało optymalną pracę systemu sterowania opartego o regulatory PID. W eksperymentach numerycznych również przyjęto kilka skokowych zmian wartości zadanej, aby utrzymać pewien zadany profil rozkładu temperatury szkła wzdłuż zasilacza, który jest w znacznej mierze wymuszony przez dane historyczne z poprzedniej strefy.

Parametry algorytmu identyfikacji były takie same, jak podano w tabeli 6.1 dla eksperymentów z wykorzystaniem danych historycznych, z dwoma wyjątkami. Pierwsza różnica dotyczyła wartości parametru oznaczającego próg średniej wartości zmodulowanych sygnałów, od którego definiowany jest nowy punkt pracy. Okazało się, że przyjęte zakłócenia są nieco większe niż w przypadku danych historycznych, więc należało lekko zwiększyć jego wartość. Ponadto zwiększono dwukrotnie próg wartości wskaźnika jakości, od którego jest przeprowadzana ponowna identyfikacja modelu, w celu uniknięcia zbyt częstego przestrajania regulatora predykcyjnego. Przed ewentualną zmianą wartości parametrów modeli, sprawdzana jest ich poprawność, co oznacza np. odrzucenie modeli niestabilnych albo z ujemnymi wzmocnieniami dla danych sterowań. Dodatkowo uwzględniono dwa dodatkowe parametry, opisane poprzednio, zależne od różnicy pomiędzy wyjściem systemu a wartością zadaną temperatury. Wartości wszystkich dodatkowych i zmodyfikowanych parametrów algorytmu identyfikacji zgromadzono w tabeli 8.1. Tak jak poprzednio wspomniano, podczas identyfikacji uwzględniano tylko modele z zerowymi pochodnymi sygnałów wejściowych - modele 1 do 5 w tabeli 6.2 dla strefy z pojedynczym sterowaniem i w tabeli 6.3 dla strefy ze sterowaniem podwójnym. Wartości parametrów wykorzystanych algorytmów regulacji predykcyjnej przedstawiono w tabelach 8.2, 8.3 i 8.4.

**Tabela 8.1.** Parametry algorytmu identyfikacji.

Parametr	Opis	Wartość
$lin_{tr}$	próg śr. wartości zmodulowanych sygnałów dla znajdowania punktu pracy	0,06
$var_{tr}$	próg wariancji sygnałów wejściowych dla znajdowania punktu pracy	0,01
$reident_{tr}$	próg wskaźnika jakości $E(y, y_{sim})$ dla ponownej identyfikacji modelu	500
$n_{mpcid}$	liczba interwałów dla spr. różnicy pomiędzy wart. zadaną a wyjściem	4
$mpcid_{tr}$	próg różnicy pomiędzy wart. zadaną a wyjściem dla zmiany modelu	1000



**Tabela 8.2.** Parametry regulatorów predykcyjnych wspólne dla obydwu algorytmów.

Parametr	Opis	Wartość
$\Delta t$	okres próbkowania	10 s
$u_{1 \max}$	max. wartość 1. sygnału sterującego (ciśnienie mieszanki)	6 kPa
$u_{1 \min}$	min. wartość 1. sygnału sterującego (ciśnienie mieszanki)	0,6 kPa
$\Delta u_{1 \max}$	max. dodatnia zmiana wartości 1. sygnału sterującego	$0,15 \frac{kPa}{s}$
$\Delta u_{1 \min}$	max. ujemna zmiana wartości 1. sygnału sterującego	$-0,15 \frac{kPa}{s}$
$u_{2 \max}$	max. wartość 2. sygnału sterującego (poł. zaworu pow. chłodzenia)	75 %
$u_{2 \min}$	min. wartość 2. sygnału sterującego (poł. zaworu pow. chłodzenia)	5 %
$\Delta u_{2 \max}$	max. dodatnia zmiana wartości 2. sygnału sterującego	$1,5 \frac{\%}{s}$
$\Delta u_{2 \min}$	max. ujemna zmiana wartości 2. sygnału sterującego	$-1,5 \frac{\%}{s}$
$d_{mpc}$	czas syntezy regulatora predykcyjnego	50 s
$K_p$	wzm. części P regulatora PI dla 1. sygnału ster. (ciśnienie mieszanki)	1,0
$K_i$	wzm. części I regulatora PI dla 1. sygnału ster. (ciśnienie mieszanki)	0,01
$K_{p \text{ ctn}}$	wzm. części P regulatora PI dla 2. sygnału ster. (poł. zaworu pow. chłodzenia)	30
$K_{i \text{ ctn}}$	wzm. części I regulatora PI dla 2. sygnału ster. (poł. zaworu pow. chłodzenia)	0,1

**Tabela 8.3.** Parametry regulatora predykcyjnego z czasem dyskretnym.

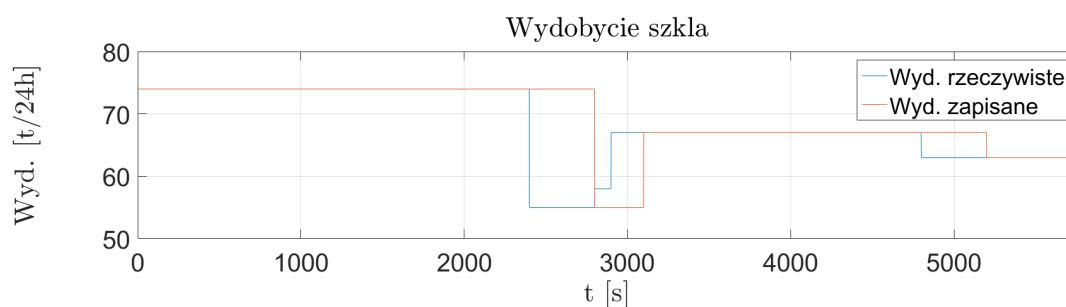
Parametr	Opis	Wartość
$N_p$	horyzont predykcji (liczba okresów próbkowania)	20
$N_c$	horyzont sterowania (liczba okresów próbkowania)	5
$R$	wartość na przekątnej macierzy kar za przyrosty sterowań $\mathbf{R}$	10

**Tabela 8.4.** Parametry regulatora predykcyjnego z czasem ciągłym.

Parametr	Opis	Wartość
$T_p$	horyzont predykcji	75 s
$N$	liczba funkcji Laguerre'a	5
$p$	parametr funkcji Laguerre'a	0,6
$h$	krok procedury RK4	0,1 s
$u_{1 \text{ diff}}$	próg od którego 1. wejście sterujące może być pomijane	0,25
$u_{2 \text{ diff}}$	próg od którego 2. wejście sterujące może być pomijane	1

### 8.5.1. Zestaw danych nr 1

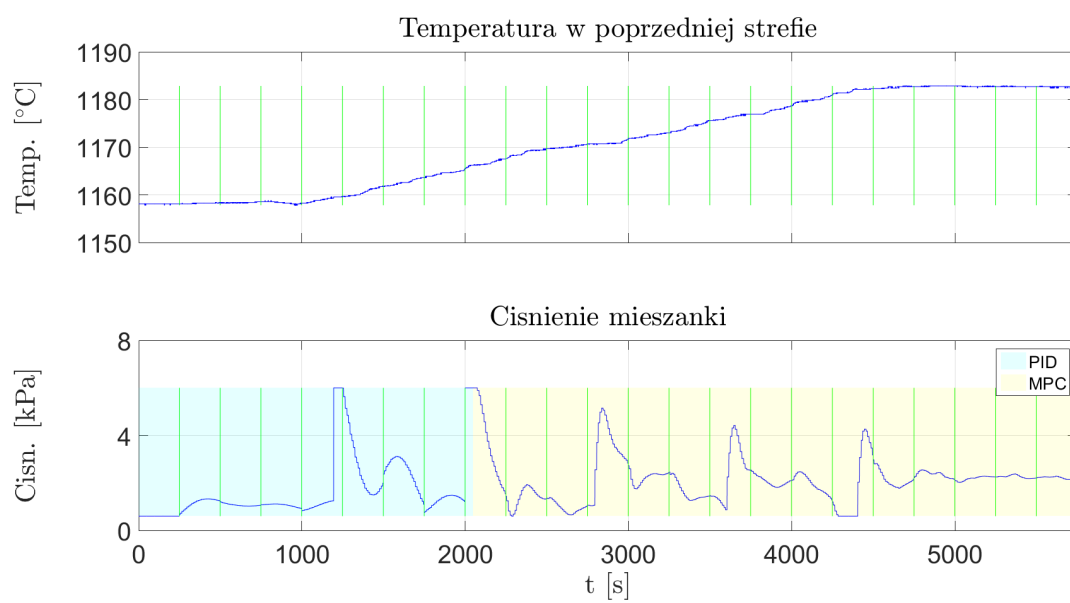
Rzeczywiste i zapisane wydobywanie szkła dla pierwszego zestawu danych zaprezentowano na rysunku 8.2. Parametr ten wahał się w zakresie  $55 - 74 \frac{t}{24h}$ . Podczas symulacji zwiększano zadaną temperaturę szkła w zasilaczach. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 8.3, 8.4, 8.5 i 8.6. Wartości zidentyfikowanych parametrów modeli procesu zaprezentowano w załączniku B. Analogicznie jak w podrozdziale 6.4, różnymi kolorami tła oznaczono interwały dla kolejnych modeli procesu. Na wykresach zaprezentowano także znalezione punkty pracy i interwały, w których dokonywano ponownej identyfikacji modelu. Dla przebiegów sterowań oznaczono kolorem błękitnym przedziały, w których wejścia procesu były kontrolowane przez regulatory PI (z powodu braku modelu lub nieuwzględnienia danego wejścia w przypadku algorytmu z czasem ciągłym), natomiast na żółto te, w których stosowano regulator predykcyjny. Wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy symulowanym wyjściem modelu PDE a temperaturą zadaną dla przeprowadzonych eksperymentów umieszczono w tabeli 8.5.



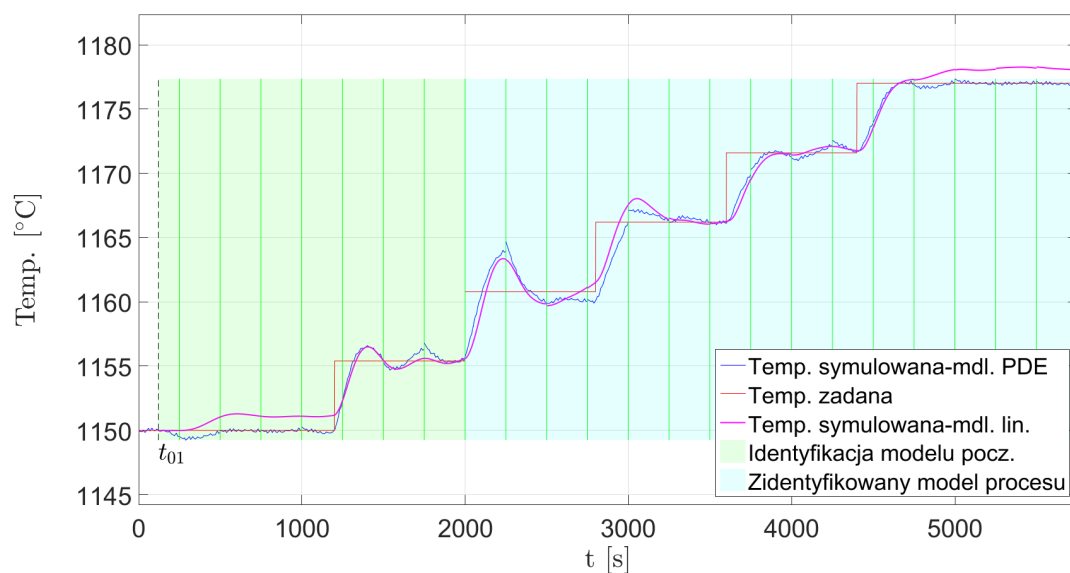
Rys. 8.2. Zmiany wydobywania szkła - 1. zestaw danych.

### 8.5.1.1. Regulator predykcyjny z czasem dyskretnym

Uzyskane wyniki symulacji dla regulatora predykcyjnego z czasem dyskretnym przedstawiono na rysunkach 8.3 i 8.4.

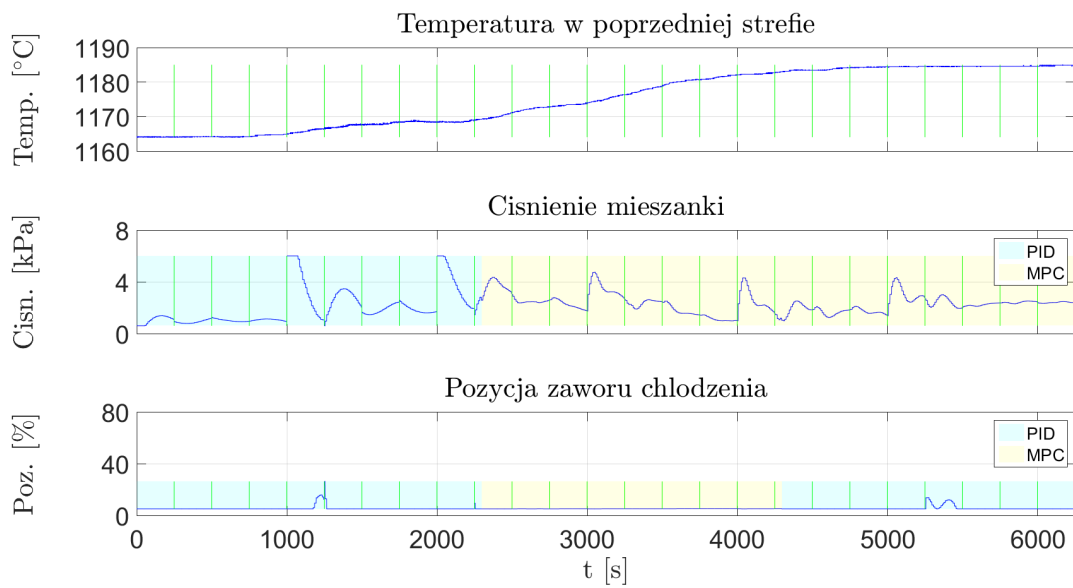


(a) Wejścia systemu.

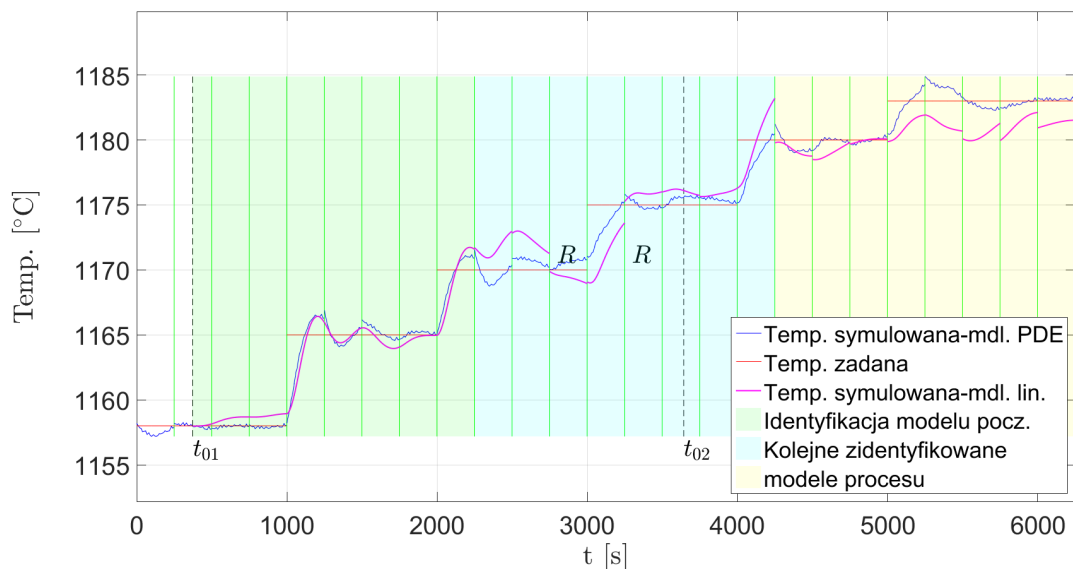


(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.3.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, regulator z czasem dyskretnym.



(a) Wejścia systemu.

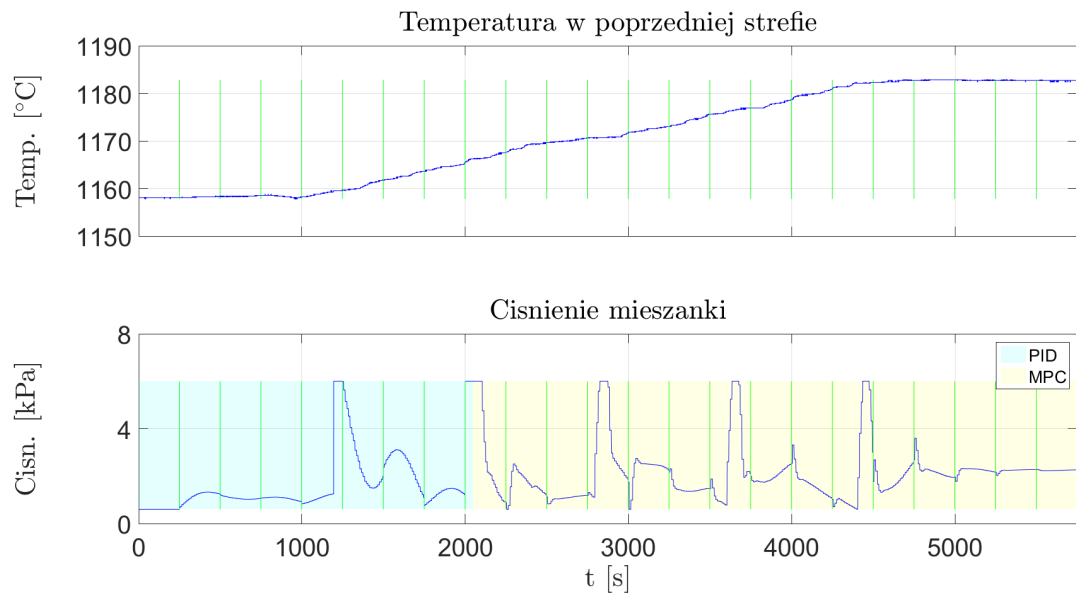


(b) Wyniki symulacji.

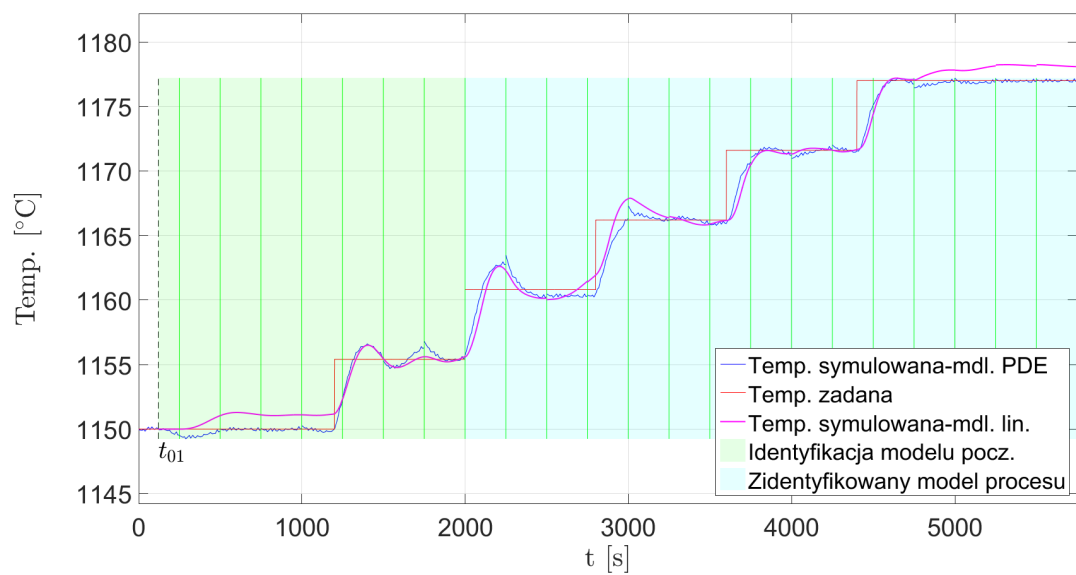
**Rys. 8.4.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, regulator z czasem dyskretnym.

### 8.5.1.2. Regulator predykcyjny z czasem ciągłym

Uzyskane wyniki symulacji dla regulatora predykcyjnego z czasem ciągłym przedstawiono na rysunkach 8.5 i 8.6.

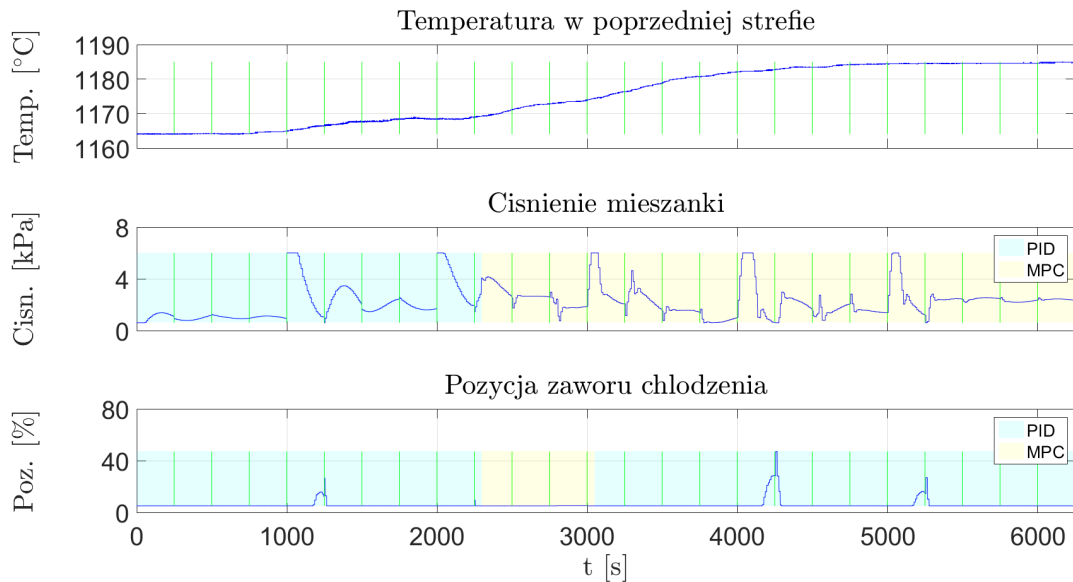


(a) Wejścia systemu.

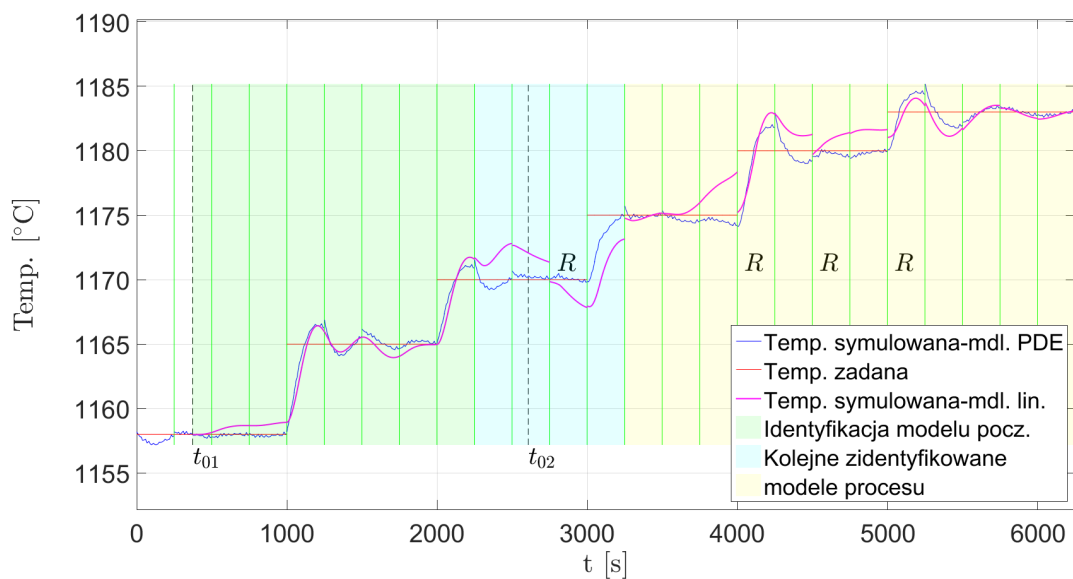


(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.5.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, regulator z czasem ciągłym.



(a) Wejścia systemu.



(b) Wyniki symulacji.

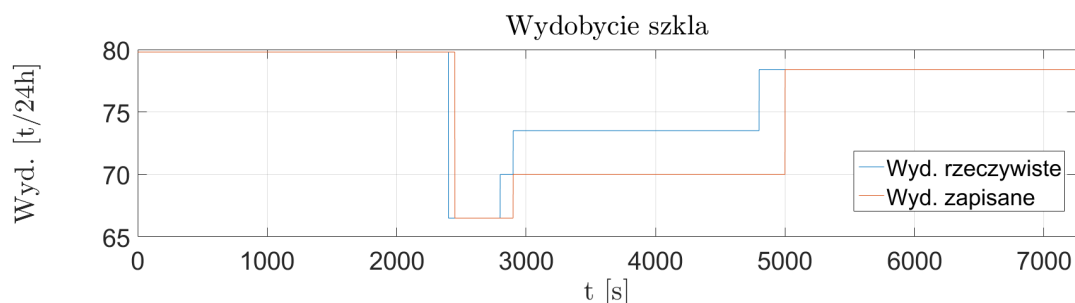
**Rys. 8.6.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, regulator z czasem ciągłym.

**Tabela 8.5.** Porównanie wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy wyjściem modelu PDE a temperaturą zadaną dla przeprowadzonych eksperymentów - 1. zestaw danych.

Regulator	Strefa	
	Strefa z pojedynczym sterowaniem	Strefa z podwójnym sterowaniem
MPC z czasem dyskretnym	1,8978	1,1775
MPC z czasem ciągłym	1,4409	1,2802

### 8.5.2. Zestaw danych nr 2

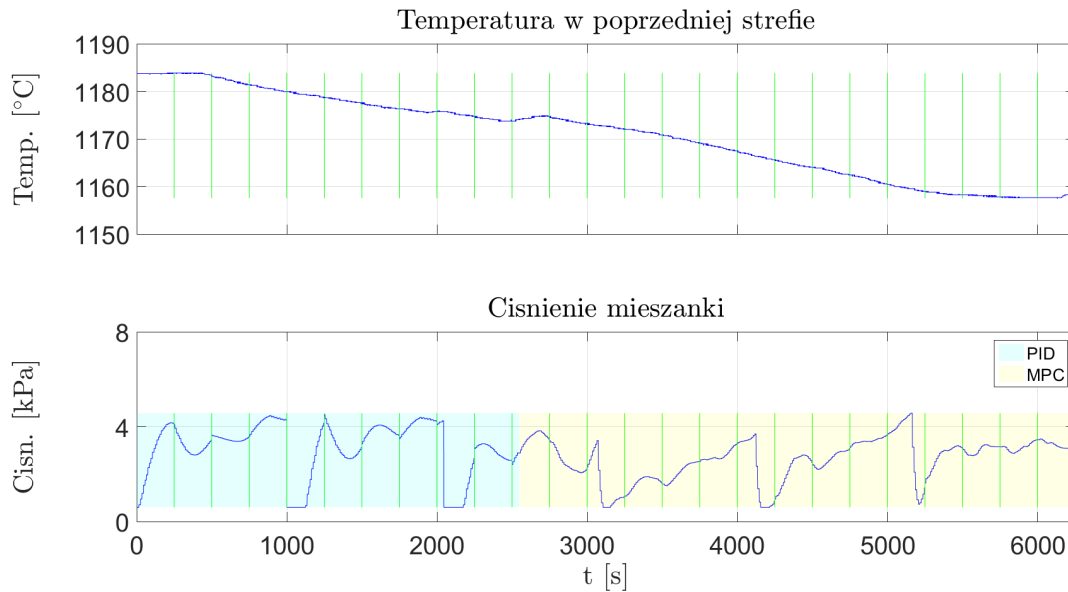
Rzeczywiste i zapisane wydobyte szkła dla drugiego zestawu danych zaprezentowano na rysunku 8.7. Dla drugiego zestawu danych wydobyte zmieniało się w zakresie  $79,8 - 66,5 \frac{t}{24h}$ . Podczas symulacji zmniejszano zadaną temperaturę szkła. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 8.8, 8.9, 8.10 i 8.11. Wartości zidentyfikowanych parametrów modeli procesu zaprezentowano w załączniku B. Interwały dla kolejnych modeli, punkty pracy i miejsca ponownej identyfikacji parametrów zaznaczono jak poprzednio. Analogicznie przedstawiono także przedziały, w których dane wejścia sterujące były kontrolowane przez regulator predykcyjny i regulator PI. Wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy symulowanym wyjściem modelu PDE a temperaturą zadaną dla przeprowadzonych eksperymentów umieszczono w tabeli 8.6.



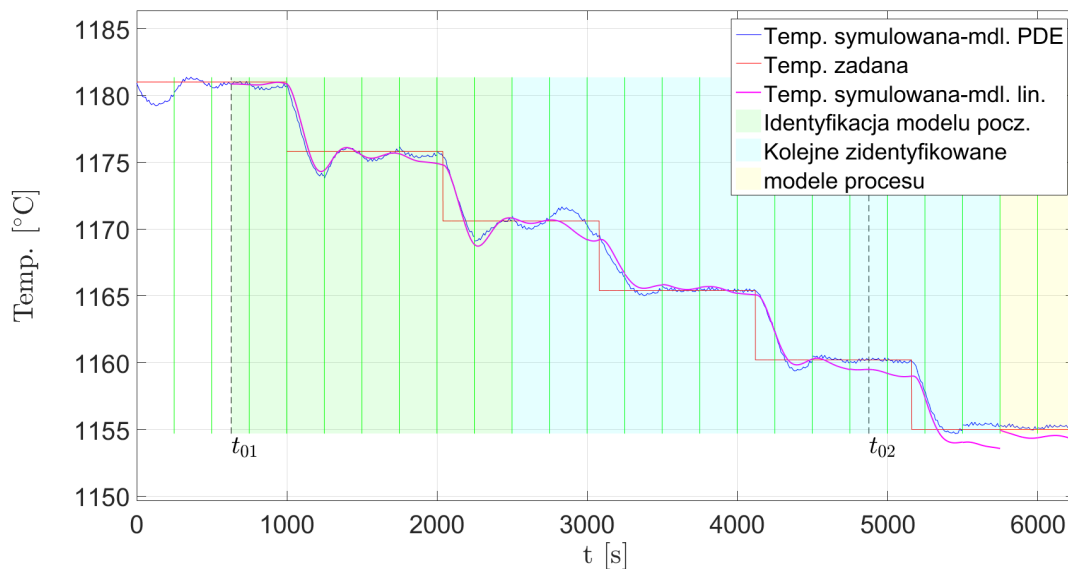
**Rys. 8.7.** Zmiany wydobywania szkła - 2. zestaw danych.

#### 8.5.2.1. Regulator predykcyjny z czasem dyskretnym

Uzyskane wyniki symulacji dla regulatora predykcyjnego z czasem dyskretnym przedstawiono na rysunkach 8.8 i 8.9.



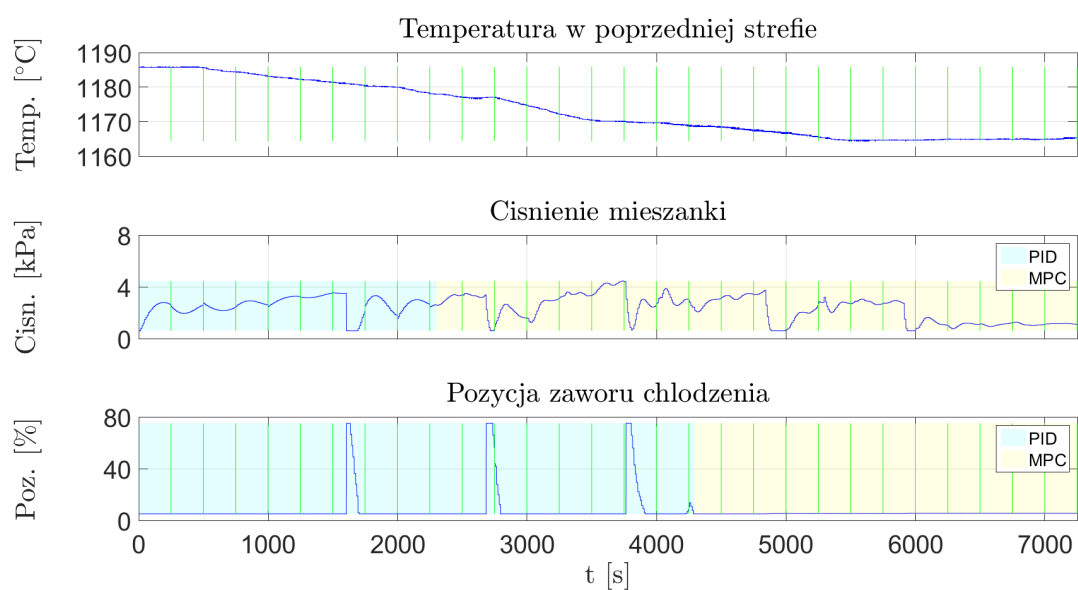
(a) Wejścia systemu.



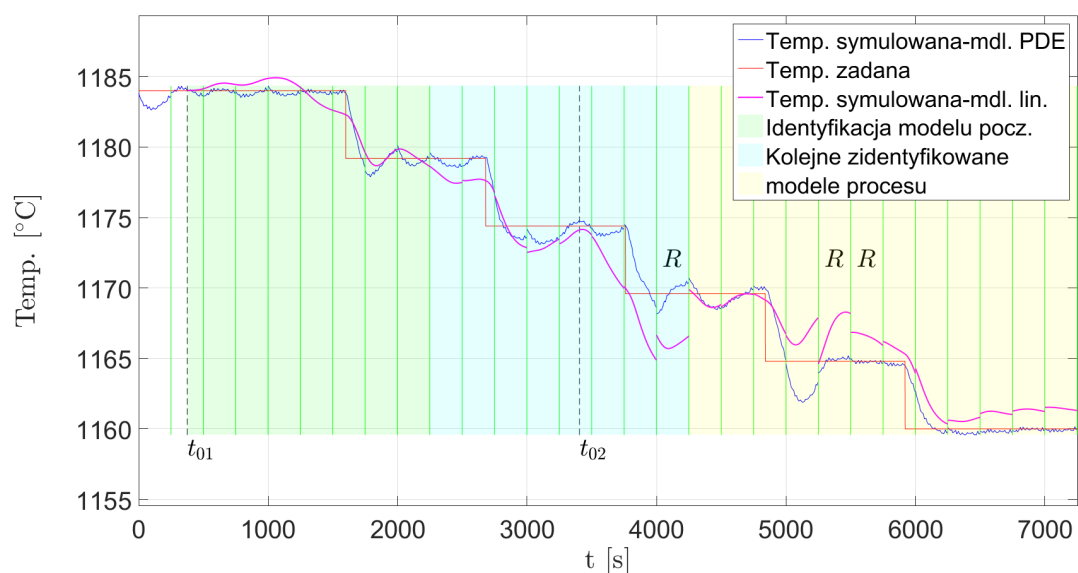
(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.8.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, regulator z czasem dyskretnym.





(a) Wejścia systemu.

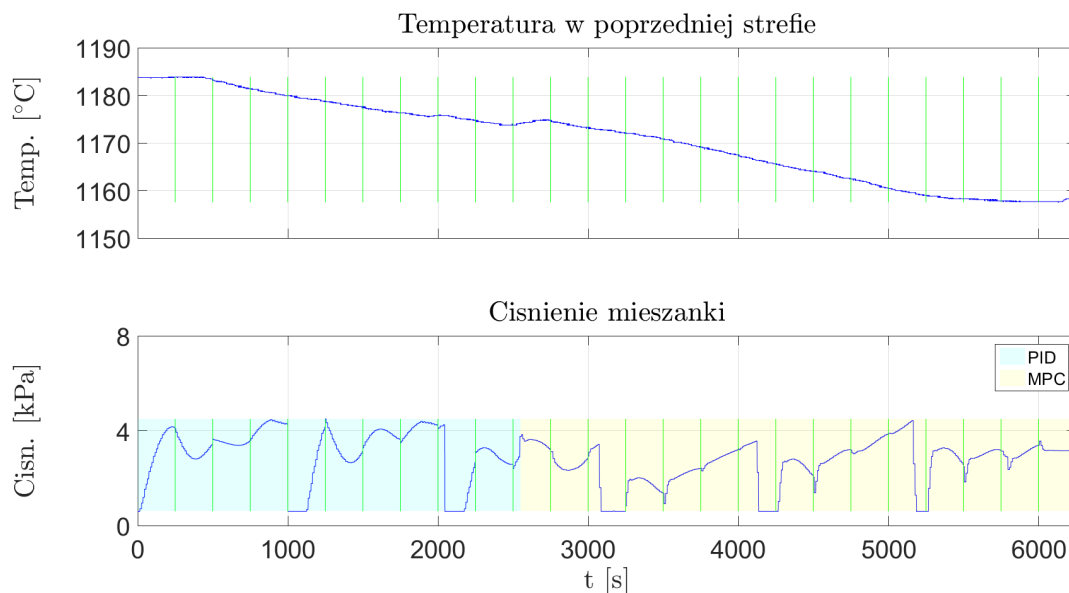


(b) Wyniki symulacji.

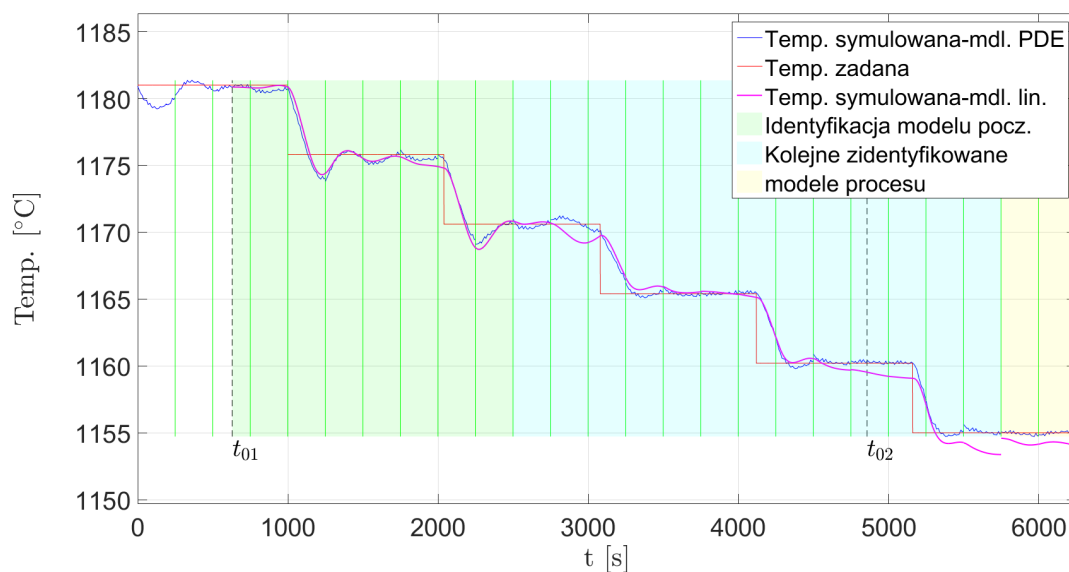
**Rys. 8.9.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, regulator z czasem dyskretnym.

### 8.5.2.2. Regulator predykcyjny z czasem ciągłym

Uzyskane wyniki symulacji dla regulatora predykcyjnego z czasem ciągłym przedstawiono na rysunkach 8.10 i 8.11.

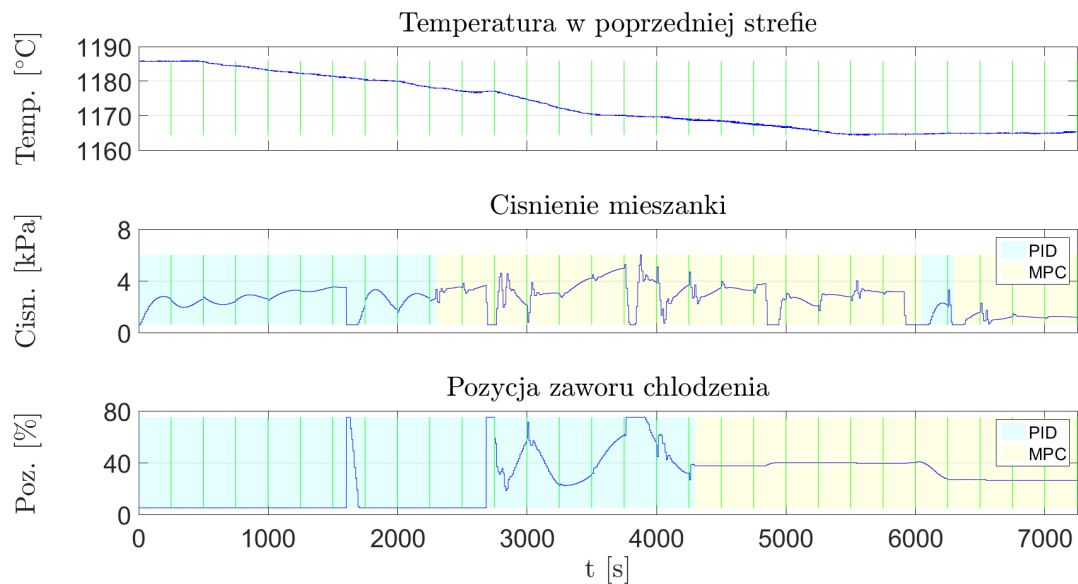


(a) Wejścia systemu.

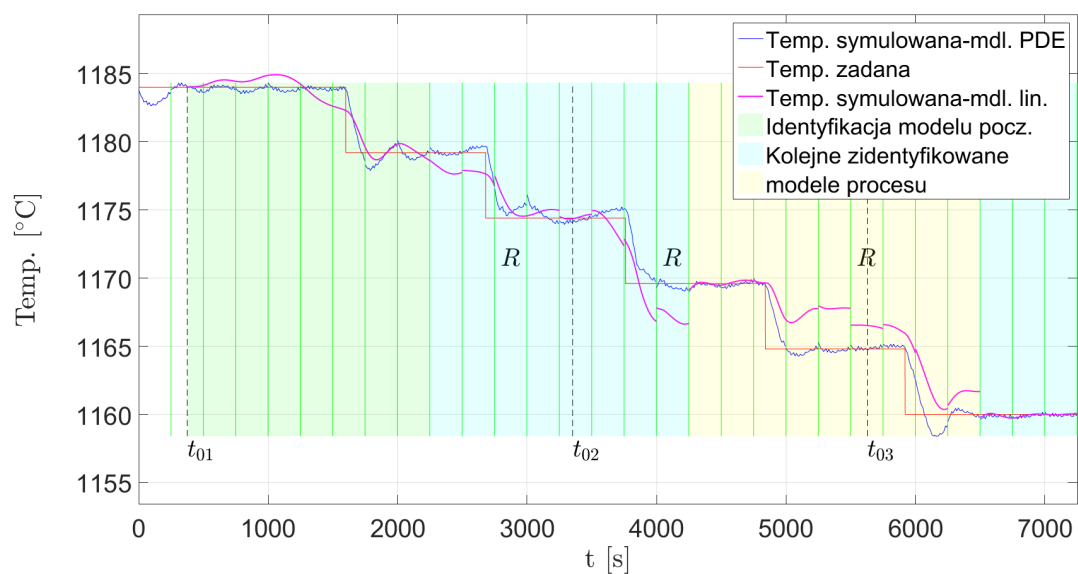


(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.10.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, regulator z czasem ciągłym.



(a) Wejścia systemu.



(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.11.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, regulator z czasem ciągłym.

**Tabela 8.6.** Porównanie wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy wyjściem modelu PDE a temperaturą zadaną dla przeprowadzonych eksperymentów - 2. zestaw danych.

Regulator	Strefa	
	Strefa z pojedynczym sterowaniem	Strefa z podwójnym sterowaniem
MPC z czasem dyskretnym	1,4332	1,2267
MPC z czasem ciągłym	1,4171	0,9903

### 8.5.3. Podsumowanie eksperymentów

Na podstawie zaprezentowanych wyników eksperymentów dla dwóch zestawów danych, można stwierdzić, że obydwa rozwiązania mogą być zastosowane do celu sterowania temperaturą szkła wewnątrz strefy zasilacza. W przypadku klasycznych regulatorów PI, użytych na początku symulacji, dla analizowanego procesu charakterystyczne były przeregulowania podczas zmian punktów pracy i oscylacje, których nie udawało się zwykle całkowicie uniknąć nawet w stanach ustalonych, choć ich amplituda była niewielka. Problemy te zostały w znacznym stopniu rozwiązane dzięki zastosowaniu regulacji predykcyjnej dla obydwu analizowanych przypadków, chociaż dla strefy zasilacza ze sterowaniem podwójnym zadanie okazało się nieco trudniejsze. Wyraźnie widoczne są momenty w których wartość sygnału sterującego była zmniejszana jeszcze przed osiągnięciem zadanej temperatury, co nie byłoby możliwe w przypadku tradycyjnych regulatorów.

Podczas niektórych eksperymentów widoczny był wpływ niedokładności modeli procesu na pracę regulatora predykcyjnego. Taki efekt można w szczególności zaobserwować dla algorytmu z czasem dyskretnym, np. na rysunku 8.9. Pomimo chwilowego pogorszenia jakości regulacji, w następnych krokach możliwa była ponowna identyfikacja modelu i dostrojenie regulatora, bez utraty stabilności. Pod tym względem, zdecydowanie lepiej sprawdza się regulator z czasem ciągłym. W jego wypadku jest zdecydowanie mniej przedziałów z widocznymi problemami spowodowanymi niedokładnością modelowania.

W tabelach 8.5 i 8.6 umieszczono wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy temperaturą symulowaną a zadaną dla przeprowadzonych eksperymentów. Jak łatwo zauważyć, w prawie wszystkich przypadkach, udało się osiągnąć lepsze wyniki dla regulatora predykcyjnego wykorzystującego model procesu z czasem ciągłym. Świadczy to o niezawodności zaimplementowanego algorytmu regulacji i przemawia za tym, że mógłby być on z powodzeniem zastosowany w rzeczywistym systemie sterowania procesem kondycjonowania szkła.

## 8.6. Optymalizacja punktów pracy instalacji kondycjonowania szkła

W rozdziale 4 wspomniano o dwóch zadaniach, jakie powinien realizować idealny system sterowania procesem kondycjonowania. W poprzednich podrozdziałach przedstawiono otrzymane wyniki dla problemu stabilizacji temperatury szkła zgodnie z zadanym przebiegiem wartości zadanych. Wyznaczanie optymalnych temperatur szkła w strefach zasilacza dla stanu ustalonego jest często zadaniem trudniejszym. Zazwyczaj wykorzystuje się w tym celu skomplikowane nieliniowe modele procesu [67, 68, 69, 70].

Możliwe jest jednak także użycie zidentyfikowanych modeli liniowych, zastosowanych poprzednio do strojenia regulatorów predykcyjnych. Podobny problem opisano w pracy [5]. Za pomocą modeli liniowych, otrzymano formułę na wyjście obiektu w stanie ustalonym w zależności od przyjętych wartości sygnałów sterujących. Następnie sformułowano zadanie programowania liniowego.

Dla analizowanego problemu, zaimplementowano analogiczne podejście, ale dla kwadratowego wskaźnika jakości. Zadanie optymalizacji ma poniższą postać:

$$\min_{\Delta y^{pr}, u^{ss}} Q = \frac{1}{2} (y^{sp} - y^{pr})^2 = \frac{1}{2} \left( y^{sp} - [K_y \quad \mathbf{K}_u] \begin{bmatrix} y^{pr} + \Delta y^{pr} \\ u^{ss} \end{bmatrix} \right)^2, \quad (8.9)$$

$$\Delta y_{min}^{pr} \leq \Delta y^{pr} \leq \Delta y_{max}^{pr},$$

$$u_{min}^{ss} \leq u^{ss} \leq u_{max}^{ss}.$$

gdzie:  $K_y$  - wzmocnienie dla wpływu temperatury w poprzedniej strefie zasilacza na kontrolowaną temperaturę w stanie ustalonym,  $\mathbf{K}_u$  - wzmocnienie dla wpływu wartości sterowań na kontrolowaną wartość temperatury w stanie ustalonym,  $y^{sp}$  - wartość zadana temperatury szkła w kontrolowanej strefie zasilacza,  $y^{pr}$  - wartość zadana temperatury szkła w poprzedniej strefie zasilacza,  $\Delta y^{pr}$  - przyrosty wartości zadanej temperatury szkła w poprzedniej strefie zasilacza,  $u^{ss}$  - wartości sygnałów sterujących w stanie ustalonym,  $\Delta y_{min}^{pr}$ ,  $\Delta y_{max}^{pr}$  - limity na przyrosty wartości zadanej temperatury w poprzedniej strefie zasilacza,  $u_{min}^{ss}$ ,  $u_{max}^{ss}$  - limity na wartość sygnałów sterujących w stanie ustalonym. Wszystkie powyższe wartości obowiązują dla danego modelu liniowego, a ich wartości są wyznaczone względem obecnego punktu linearyzacji.

Założono, że profil zmian temperatury zadanej  $y^{sp}$  w kontrolowanej strefie zasilacza jest znany. Na jego podstawie, wyznaczone są optymalne wartości wejść sterujących  $u^{ss}$  i przyrosty wartości zadanej temperatury w poprzedniej strefie zasilacza  $\Delta y^{pr}$ . Na obydwie zmienne nałożono limity, aby uniknąć nagłych zmian wartości temperatury szkła i zapewnić możliwość pracy w pobliżu środka zakresu pomiędzy ograniczeniami fizycznymi wejść sterujących. Wartości wzmocnień w stanie ustalonym  $K_y$  i  $\mathbf{K}_u$  są wyliczane w oparciu o parametry zidentyfikowanych modeli procesu. Uwzględniając oznaczenia przedstawione w rozdziale 6, przy założeniu, że pierwszy z modeli, z pojedynczym wejściem, odpowiada za wpływ temperatury z poprzedniej strefy, natomiast drugi, mający  $K_2$  wejść, modeluje wpływ wejść sterowanych, wartości wzmocnień można wyliczyć jako:  $K_y = \frac{b_{10}}{a_{10}}$ ,  $\mathbf{K}_u = \begin{bmatrix} \frac{b_2 \cdot 10}{a_{20}} & \dots & \frac{b_2 \cdot K_2 \cdot 0}{a_{20}} \end{bmatrix}$ . Zadanie optymalizacji jest rozwiązywane w przypadku ponownej identyfikacji modeli procesu, lub gdy zmienia się wartość zadanej temperatury szkła w kontrolowanej albo poprzedniej strefie zasilacza.

W oparciu o przedstawioną procedurę, możliwe jest wyliczenie optymalnych wartości zadanych temperatur we wszystkich strefach zasilacza, pod warunkiem dysponowania modelami ich dynamiki, jeżeli tylko znany jest pożądany profil temperatury w strefie ostatniej. W następnej części rozdziału zostaną przedstawione eksperymenty dla dwóch ostatnich stref. Zadanie optymalizacji 8.9 rozwiązywano z wykorzystaniem metody zbioru ograniczeń aktywnych zaimplementowanej w funkcji *lsqlin* środowiska MATLAB.

## 8.7. Eksperymenty dla modeli PDE i optymalizacji punktu pracy

Przedstawione dwa eksperymenty przeprowadzono, podobnie jak poprzednio, dla obiektu fizycznego symulowanego przez modele PDE, z uwzględnieniem zakłóceń wyjścia. Zastosowany został regulator predykcyjny z czasem ciągłym. W odróżnieniu od eksperymentów, których wyniki zaprezentowano wcześniej, jednocześnie przeprowadzano symulację dla dwóch ostatnich stref zasilacza. Symulowana temperatura w strefie z podwójnym sterowaniem posłużyła jako wejście dla kolejnego modelu. Profil temperatury zadanej w ostatniej strefie zasilacza został przyjęty arbitralnie. Założono, że jest on znany z wyprzedzeniem, co jest wykorzystane podczas wyznaczania optymalnej temperatury zadanej w poprzedniej części instalacji. Aby było to możliwe, uprzednio należało zidentyfikować model procesu dla ostatniej strefy uwzględniający wpływ mierzalnych zakłóceń na kontrolowaną temperaturę szkła.

Parametry algorytmów identyfikacji i sterowania były takie same, jak przedstawiono w tabelach 8.1, 8.2 i 8.4. Ograniczenia dla algorytmu optymalizacji punktów pracy przedstawiono w tabeli 8.7. Dla sygnału sterującego (ciśnienia mieszanki) dobrano takie wartości ograniczeń, aby praca w stanie ustalonym odbywała się w okolicach środka zakresu pomiędzy wartościami  $u_{1\ min}$  i  $u_{1\ max}$ . Parametr  $u_0$  odnosi się do ustalonej wartości sterowania w punkcie linearyzacji dla obecnego modelu.

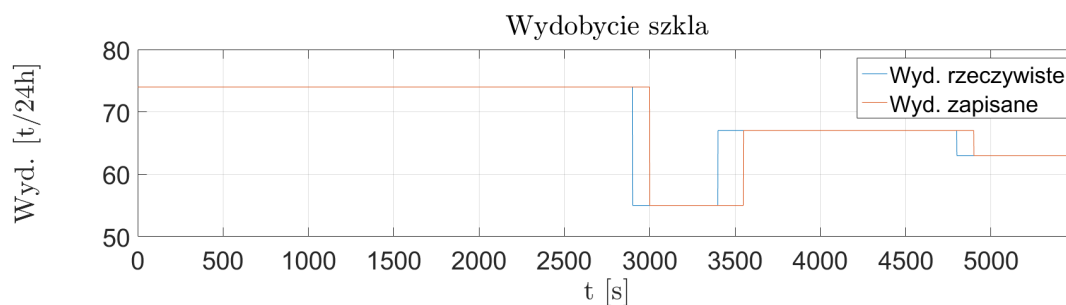
**Tabela 8.7.** Ograniczenia dla algorytmu optymalizacji punktu pracy.

Parametr	Opis	Wartość
$\Delta y_{max}^{pr}$	max. dodatnia zmiana wartości zadanej temperatury w poprzedniej strefie	+10°C
$\Delta y_{min}^{pr}$	max. ujemna zmiana wartości zadanej temperatury w poprzedniej strefie	-10°C
$u_{max}^{ss} + u_0$	max. wartość sygnału sterującego w stanie ustalonym	4 kPa
$u_{min}^{ss} + u_0$	min. wartość sygnału sterującego w stanie ustalonym	1,6 kPa

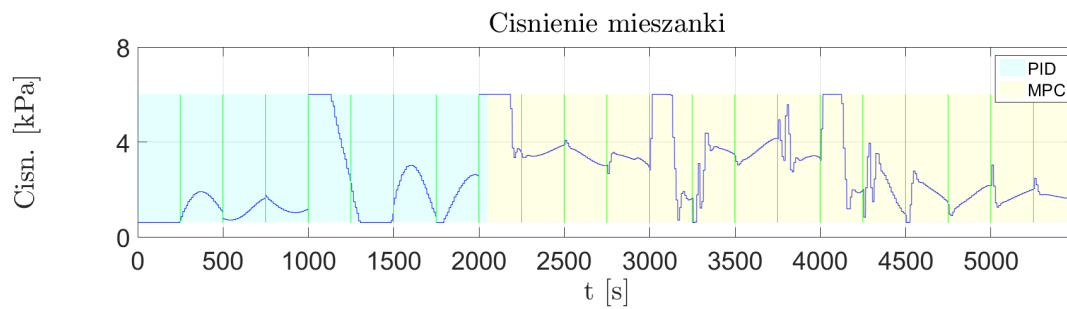
### 8.7.1. Zestaw danych nr 1

Rzeczywiste i zapisane wydobyte szkła dla pierwszego zestawu danych zaprezentowano na rysunku 8.12. Wydobyte szkła zmieniało się w zakresie  $74 - 55 \frac{t}{24h}$ . Podczas symulacji zwiększano zadaną temperaturę szkła w ostatniej strefie. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 8.13 i 8.14. W przypadku strefy z pojedynczym sterowaniem, na wykresie wejść nie zaprezentowano temperatury szkła

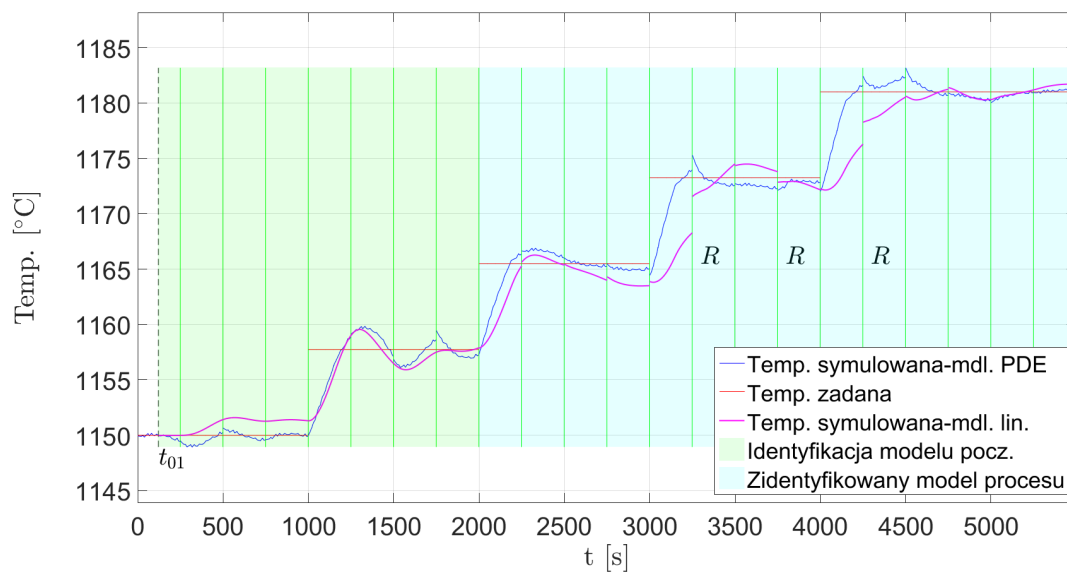
w poprzedniej strefie zasilacza, ponieważ jest ona widoczna na wykresie dla strefy ze sterowaniem podwójnym. Wartości zidentyfikowanych parametrów modeli zaprezentowano w załączniku C. Interwały w których obowiązywały, punkty pracy i miejsca ponownej identyfikacji, a także przedziały w których stosowano regulatory predycyjne i PID, oznaczono jak w poprzednich eksperymentach.



Rys. 8.12. Zmiany wydobywania szkła - 1. zestaw danych.



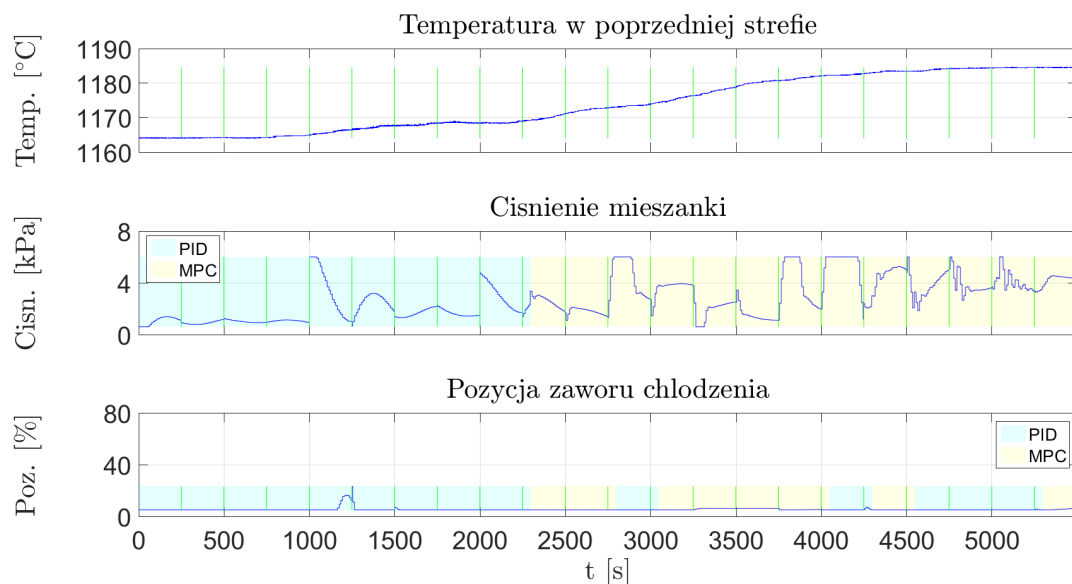
(a) Wejścia systemu.



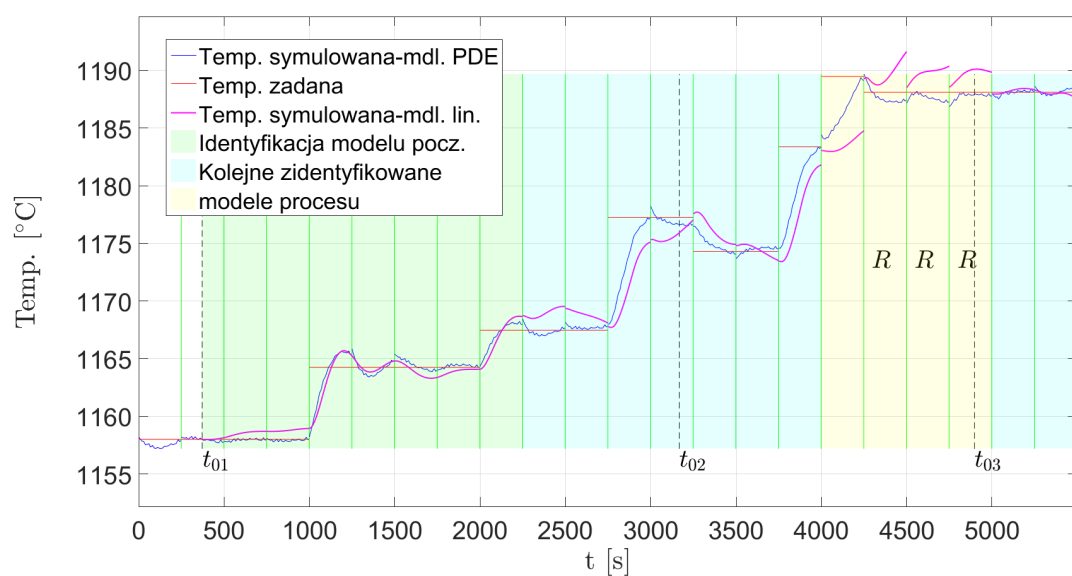
(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.13.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji dla optymalizacji punktu pracy - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.





(a) Wejścia systemu.

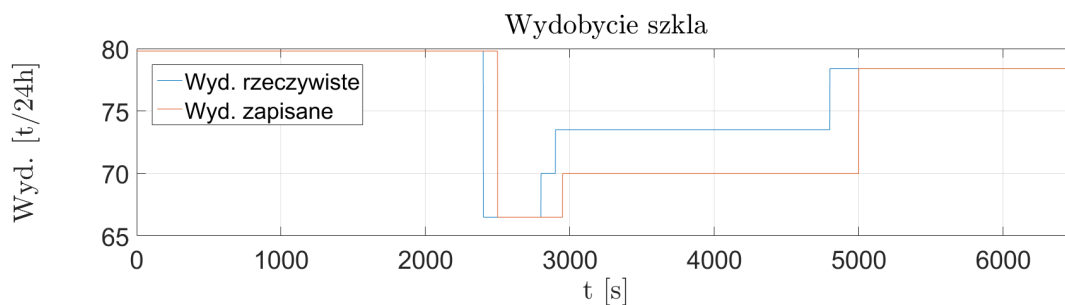


(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.14.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji dla optymalizacji punktu pracy - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

### 8.7.2. Zestaw danych nr 2

Rzeczywiste i zapisane wydobyte szkła dla drugiego zestawu danych zaprezentowano na rysunku 8.15. Wydobyte szkła zmieniło się w zakresie  $79,8 - 66,5 \frac{t}{24h}$ . Podczas symulacji zmniejszono zadaną temperaturę szkła w ostatniej strefie. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 8.16 i 8.17. Wartości zidentyfikowanych parametrów modeli zaprezentowano w załączniku C. Zastosowane oznaczenia są analogiczne, jak w poprzednich eksperymentach.



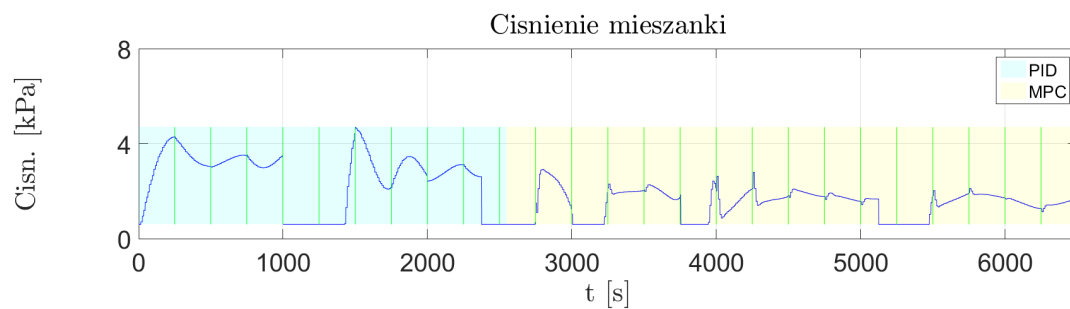
Rys. 8.15. Zmiany wydobywania szkła - 2. zestaw danych.

### 8.7.3. Podsumowanie eksperymentów

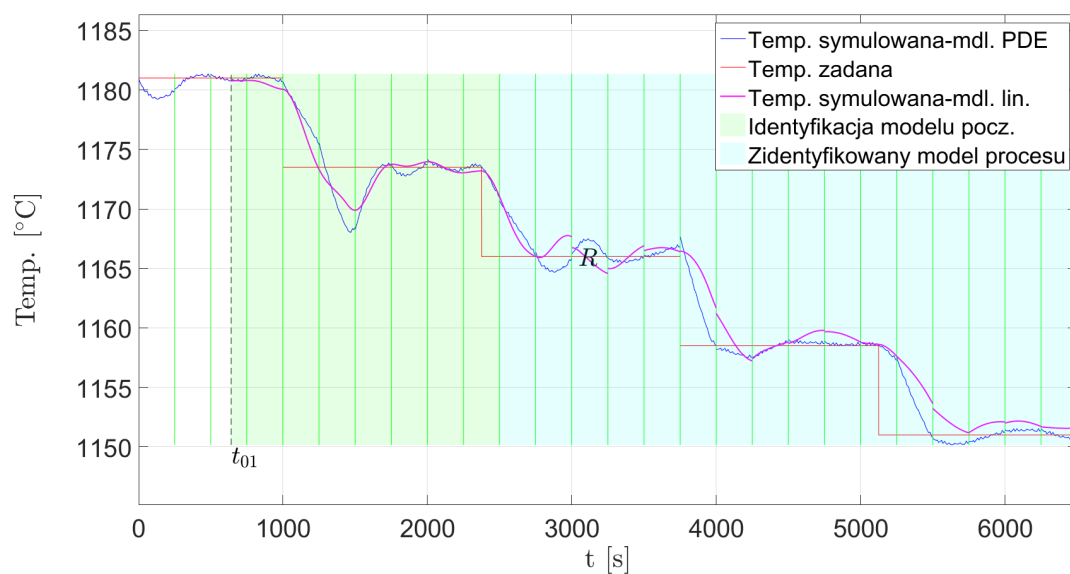
Przedstawione wyniki eksperymentów pozwalają stwierdzić, że zaimplementowany algorytm optymalizacji punktu pracy poprzedniej strefy zasilacza spełnił swoje zadanie. Na wykresach dla trzeciej strefy wyraźnie widać, że w końcowej części symulacji zmiany wartości zadanej temperatury szkła są coraz mniejsze, co wiąże się z poprawą dokładności modelu ostatniej strefy. Ostatecznie możliwe było ustabilizowanie parametrów pracy zasilacza w danym punkcie, zdefiniowanym przez podanie zadanej wartości temperatury na jego końcu. Wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy symulowaną temperaturą a jej wartością zadaną umieszczono w tabeli 8.8. Są one nieco wyższe niż w otrzymanych w poprzednich eksperymentach, ale uzyskana jakość regulacji jest w dalszym ciągu akceptowalna.

**Tabela 8.8.** Porównanie wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy temperaturami symulowanymi dla modeli PDE a temperaturami zadanymi dla przeprowadzonych eksperymentów optymalizacji punktu pracy.

Nr eksperymentu	Strefa	
	Strefa z pojedynczym sterowaniem	Strefa z podwójnym sterowaniem
1	3,4088	3,1630
2	5,1367	4,0007

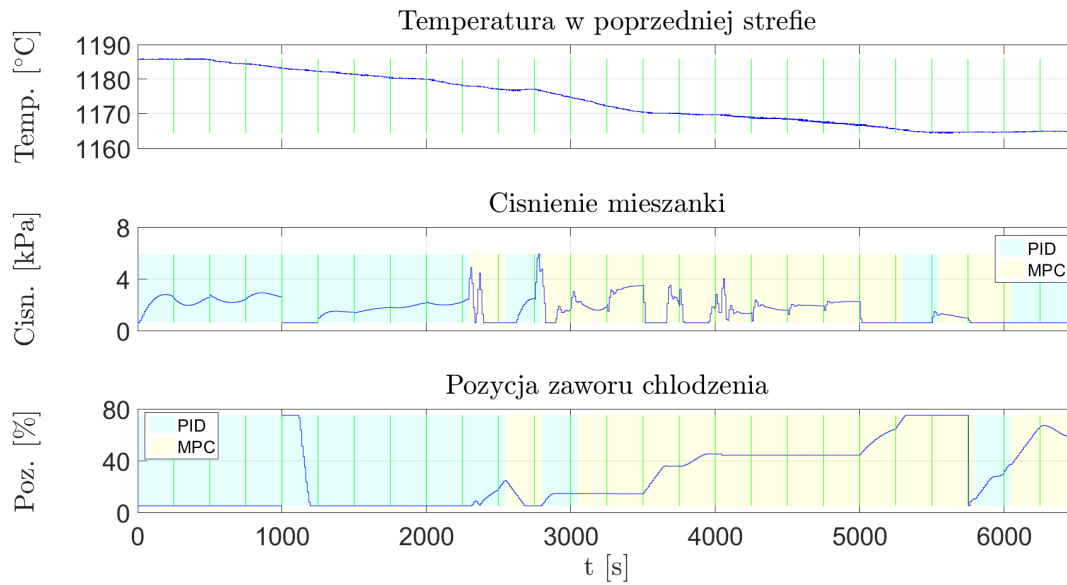


(a) Wejścia systemu.

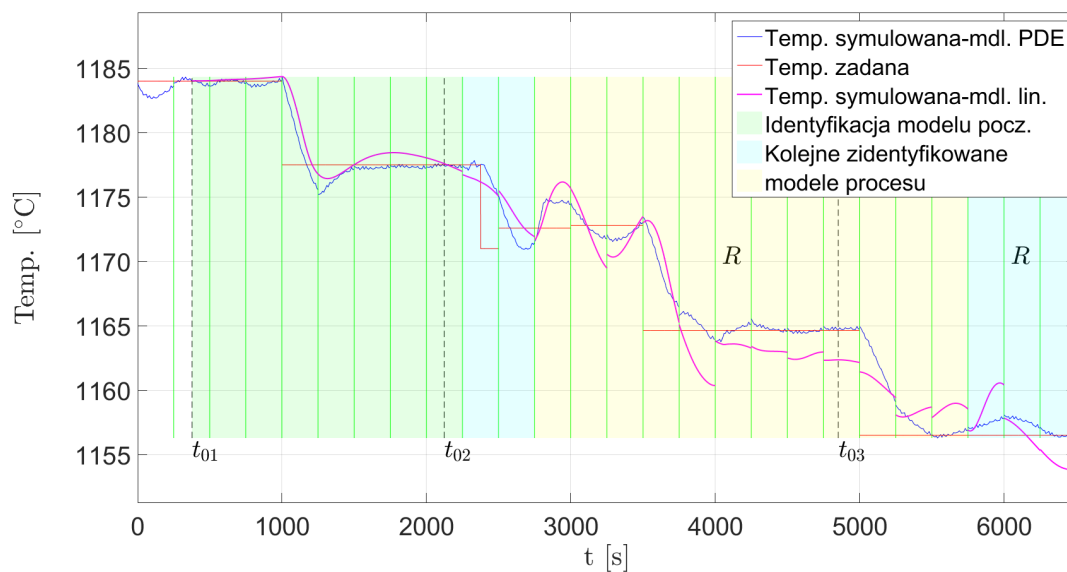


(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.16.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji dla optymalizacji punktu pracy - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.



(a) Wejścia systemu.



(b) Wyniki symulacji.

**Rys. 8.17.** Sygnały wejściowe i wyniki symulacji dla optymalizacji punktu pracy - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

## 9. Implementacja algorytmów identyfikacji i sterowania w systemie czasu rzeczywistego

Opisane poprzednio w pracy algorytmy identyfikacji i sterowania zostały przetestowane w środowisku MATLAB. Pozwala ono na szybkie prototypowanie algorytmów i znacząco przyspiesza pracę, jednak potencjalne zastosowanie w rzeczywistym systemie sterowania wymusza implementację z wykorzystaniem nieco innych technologii. W rozdziale zostanie opisana aplikacja napisana w języku C, przeznaczona do działania w systemie operacyjnym QNX 7.1. Aplikacja realizuje najważniejsze, opisane poprzednio, funkcjonalności związane z identyfikacją modeli dynamiki procesu i wyznaczania parametrów regulatora predykcyjnego. Z uwagi na implementację środowiska testowego z wykorzystaniem środowiska MATLAB (głównie ze względu na zastosowany program rozwiązujący cząstkowe równania różniczkowe), funkcjonalności algorytmu sterującego zostały podzielone. Bardziej wymagające procedury (identyfikacja modeli procesu i wyliczanie parametrów regulatora MPC) zostały przeniesione do środowiska czasu rzeczywistego, natomiast symulacja rzeczywistego procesu i zadania sterowania bezpośredniego są nadal realizowane bezpośrednio w środowisku MATLAB. Jest to analogia do typowego podziału na warstwy występującego w przemysłowych systemach sterowania.

### 9.1. Systemy czasu rzeczywistego

System czasu rzeczywistego to system komputerowy, w którym obliczenia są prowadzone równoległe z przebiegiem zewnętrznego procesu i mają na celu nadzorowanie, sterowanie lub reagowanie na zachodzące w tym procesie zdarzenia [112]. System czasu rzeczywistego musi gwarantować spełnienie ograniczeń czasowych przez czas jego odpowiedzi. Wyróżnia się dwa rodzaje ograniczeń czasowych: rygorystyczne, które zawsze muszą być spełnione i łagodne, dla których czasami możliwe jest ich przekroczenie. Podobnie systemy czasu rzeczywistego można podzielić na rygorystyczne (wymagane jest spełnienie ograniczeń rygorystycznych) i łagodne (wymagane jest spełnienie ograniczeń łagodnych).

W przypadku aplikacji systemów sterowania o większej złożoności, zazwyczaj wykorzystuje się istniejące systemy operacyjne. Najważniejsze funkcje systemów operacyjnych to [112, 113]:

- zapewnienie współbieżności procesów i wątków,
- zarządzanie urządzeniami wejścia i wyjścia,

- implementacja pamięci wirtualnej,
- implementacja systemu plików,
- implementacja protokołów komunikacyjnych,
- implementacja interfejsu użytkownika,
- zapewnienie bezpieczeństwa współdzielenia zasobów.

Dla systemów czasu rzeczywistego definiuje się dodatkowe wymagania [112]:

- możliwość pracy wielowątkowej,
- uwzględnienie różnych priorytetów przypisanych do wątków,
- stosowanie wyłuszczającej strategii szeregowania,
- mechanizm przewidywalnej synchronizacji wątków,
- stosowanie dziedziczenia priorytetów lub pułapów priorytetów,
- determinizm - gwarantowanie przewidywalnego czasu odpowiedzi systemu,
- duża niezawodność wynikająca z dobrego przetestowania działania systemu i eliminacji błędów.

Jednym z systemów czasu rzeczywistego, zaliczonym do klasy UNIX, jest system QNX. Jest on oparty o architekturę mikrojądra. W przypadku systemów o strukturze monolitycznej, jądro jest odpowiedzialne za funkcjonalności takie jak: szeregowanie zadań, zapewnienie komunikacji międzyprocesowej, obsługa przerw, zapewnienie synchronizacji zadań, implementacja czasomierzy, obsługa urządzeń, pamięci wirtualnej i komunikacji, obsługa plików. W systemie QNX jądro odpowiada za: implementację podstawowych mechanizmów komunikacji międzyprocesowej, synchronizację wątków, szeregowanie procesów i wątków, implementację czasomierzy, obsługę przerw. Pozostałe funkcjonalności systemu są realizowane przez zbiór procesów tzw. administratorów systemowych [112, 114].

## 9.2. Aplikacja w systemie QNX 7.1

Stworzona aplikacja, działająca pod kontrolą systemu QNX 7.1 implementuje najważniejsze algorytmy identyfikacji i sterowania przedstawione poprzednio. Żeby nieco zmniejszyć komplikację algorytmu identyfikacji, zrezygnowano z procedury aktualizacji wartości parametrów obecnych modeli procesu. Ich zmiany mogą odbywać się jedynie w przypadku znajdowania kolejnych punktów pracy. Podobnie jak w rozdziale 8, zastosowano modele o wspólnym mianowniku, aby możliwe było uwzględnienie wpływu zakłóceń podczas syntezy regulatora predykcyjnego. W pracy [92] takie uproszczone podejście pozwoliło na uzyskanie dobrych rezultatów identyfikacji. W celu przeniesienia zaimplementowanych

algorytmów do języka C, posłużono się narzędziem MATLAB Coder pozwalającym wygenerować kod w językach C/C++ na podstawie istniejących funkcji w środowisku MATLAB [115].

Aplikacja działająca w systemie QNX odpowiada za identyfikację modeli i wyznaczenie parametrów regulatora MPC, natomiast program w środowisku MATLAB jest odpowiedzialny za bezpośrednie wyznaczenie sterowań w każdej próbkę dla regulatora PID albo MPC, wraz z uwzględnieniem ograniczeń na wartości i przyrosty sygnałów, optymalizację wartości zadanej temperatury w strefie zasilacza z podwójnym sterowaniem, a także symulację procesu kondycjonowania. Przyjmując podział systemu sterowania na poziomy, opisane w rozdziale 1, aplikacja dla systemu QNX jest przeznaczona do pracy w warstwie zaawansowanych algorytmów sterowania. Mogłaby być ona stosowana obok dotychczasowych rozwiązań typu SCADA zapewniających komunikację pomiędzy operatorem a procesem. Niższe warstwy systemu regulacji (pętla regulacji bezpośredniej) są symulowane w środowisku MATLAB razem z modelem procesu. Na tym poziomie zaimplementowano również zadanie modyfikacji wartości zadanej temperatury w poprzedniej strefie zasilacza, ponieważ wymaga ono rozwiązania problemu optymalizacji i ma charakter drugorzędny w porównaniu z algorytmem sterowania predykcyjnego.

Komunikacja pomiędzy obydwojema programami odbywa się za pośrednictwem protokołu TCP/IP. Po stronie QNX jest zaimplementowana funkcjonalność serwera, który jest odpytywany przez klienta zaimplementowanego w środowisku testowym. Kolejne pakiety danych zawierające wartości sygnałów pomiarowych (przesyłane do aplikacji w systemie QNX) i wyliczonych parametrów regulatora (przesyłane do aplikacji w środowisku MATLAB) są wymieniane w zadanej kolejności dzięki zaimplementowanej maszynie stanów. Klient najpierw zgłasza możliwość przesłania albo odebrania konkretnego sygnału przesyłając odpowiedni kod, a następnie następuje konkretna transakcja. Taki sposób działania okazał się niezawodny, ale w przypadku rzeczywistej implementacji byłby on zastąpiony przez któryś z przemysłowych protokołów komunikacyjnych, gwarantujących deterministyczne opóźnienia podczas transmisji danych.

Problem sposobu implementacji regulatora predykcyjnego w systemach sterowania przedyskutowano w wielu pracach. Nowoczesne regulatory PLC umożliwiają wykonywanie operacji na macierzach. W artykule [100] rozważano implementację liniowego regulatora MAC w sterownikach przemysłowych typu PLC i PAC. Wskazano na ograniczenia wynikające z koniecznego nakładu obliczeniowego algorytmu, które muszą być uwzględniane w zależności od przyjętej realizacji sprzętowej. W pracach [106, 107] zaprezentowano podejście, gdzie algorytm regulatora MPC został zaimplementowany z wykorzystaniem typowego sterownika przemysłowego. Zadanie optymalizacji jest rozwiązywane *on-line* z uwzględnieniem reżimów czasowych, dlatego możliwe jest uzyskanie rozwiązania suboptymalnego gdy nie można przeprowadzić optymalizacji w czasie rzeczywistym.

W stworzonej aplikacji podzielono procedury konieczne do pracy regulatora predykcyjnego na dwie grupy - parametry regulatora są wyznaczane w wyższej warstwie systemu sterowania, natomiast do warstwy niższej należy wyliczenie wartości sygnałów sterujących w kolejnych próbkach. W cytowanych

poprzednio pracach zwrócono uwagę na kwestię uwzględniania ograniczeń na sygnały sterujące i związane z tym trudności podczas wyznaczania przyszłych sterowań. Problem czasochłonnych obliczeń optymalizacyjnych, niemożliwych do przeprowadzenia w czasie rzeczywistym, nie występuje w przypadku prezentowanego rozwiązania z uwagi na zastosowanie przedstawionego algorytmu modyfikacji wyliczonych sterowań w przypadku naruszenia któregoś z ograniczeń.

Aplikacja w systemie QNX składa się z kilku wątków realizujących poszczególne funkcjonalności:

- Wątek serwera TCP/IP - odpowiada za komunikację ze środowiskiem MATLAB, przygotowanie danych pomiarowych i przekazanie ich do wątków odpowiedzialnych za poszczególne strefy zasilacza, a także odebranie od nich wyliczonych parametrów regulatora i przesłanie ich z powrotem.
- Wątki stref (Z3 i Z4) - są wyzwalane za pomocą timerów co 0,1 sekundy. Zawierają bufora cykliczne, w których przechowywane są zgromadzone dane pomiarowe, potrzebne do przeprowadzenia procedur: definiowania punktów pracy, identyfikacji modeli i wyliczenia parametrów regulatora MPC z czasem ciągłym.
- Wątek wyświetlający bieżące parametry modeli na konsoli (Screen).
- Wątek zapisujący bieżące parametry modeli w plikach tekstowych (Logger).

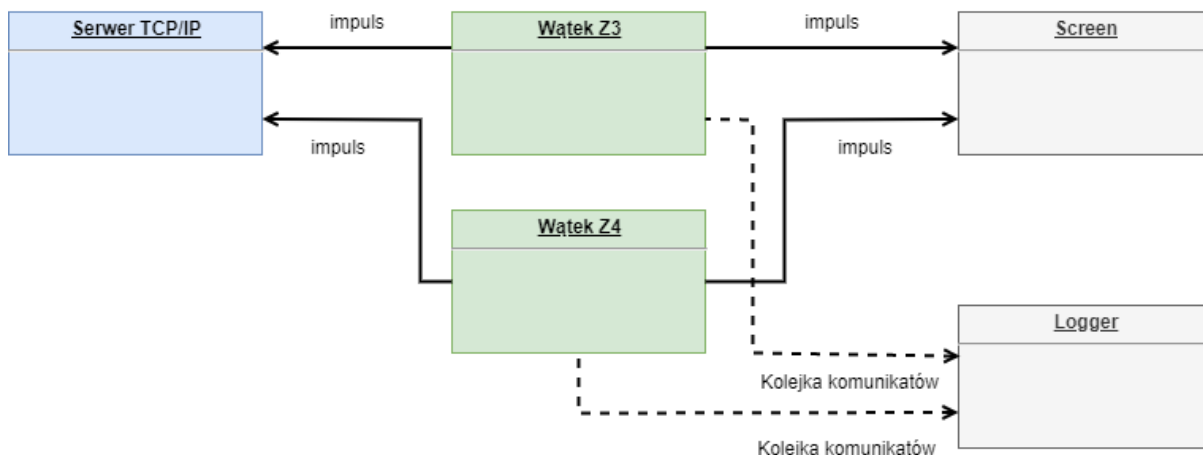
Komunikacja pomiędzy poszczególnymi wątkami odbywa się za pomocą mechanizmów udostępnianych przez system QNX. Bufory cykliczne i struktury przechowujące obecne parametry modeli stanowią zmienne globalne. Dostęp do nich jest chroniony przez semafor, dzięki czemu są one blokowane w momencie odczytu lub zapisu przez dany wątek. Pomędzy wątkami odpowiedzialnymi za identyfikację a serwerem i wątkiem wyświetlającym aktualne parametry modelu są przesyłane impulsy w momencie zakończenia obliczeń dla danego interwału. Dane pomiędzy wątkami odpowiedzialnymi za identyfikację a wątkiem zapisującym wartości sygnałów w pliku są transmitowane za pośrednictwem kolejki komunikatów. Zależności te zostały przedstawione na schemacie 9.1.

Typowa sekwencja działania aplikacji, polegająca na otrzymaniu danych przez serwer, wykonaniu zadanych obliczeń, przesłaniu danych do konsoli i zapisaniu parametrów w pliku została przedstawiona na schemacie 9.2.

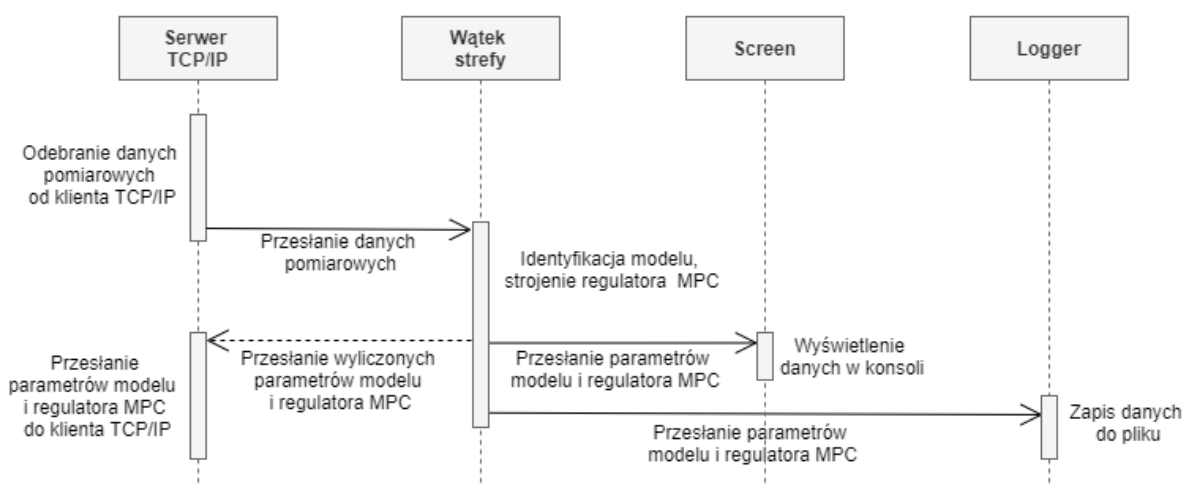
### **9.3. Eksperyment symulacyjny z wykorzystaniem stworzonego środowiska testowego**

W celu przetestowania działania stworzonej aplikacji, przeprowadzono eksperyment podobny do przedstawionych poprzednio. Symulowana była dynamika dla połączonych dwóch ostatnich stref zasilacza. Jako temperaturę wejściową dla strefy nr 3 zastosowano zarejestrowane dane historyczne (przedstawione na rysunku 9.3), natomiast w przypadku strefy nr 4, posłużono się symulowaną odpowiedzią strefy nr 3. Zapisane i rzeczywiste informacje o wydobyciu szkła przedstawiono na rysunku 9.4. Wartości





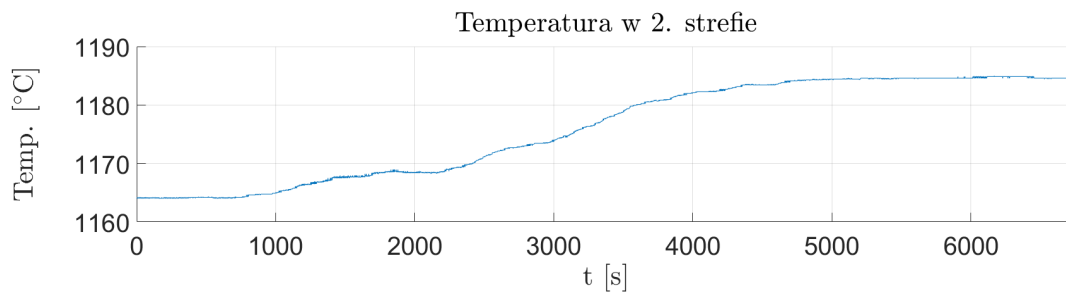
Rys. 9.1. Wątki aplikacji i relacje pomiędzy nimi.



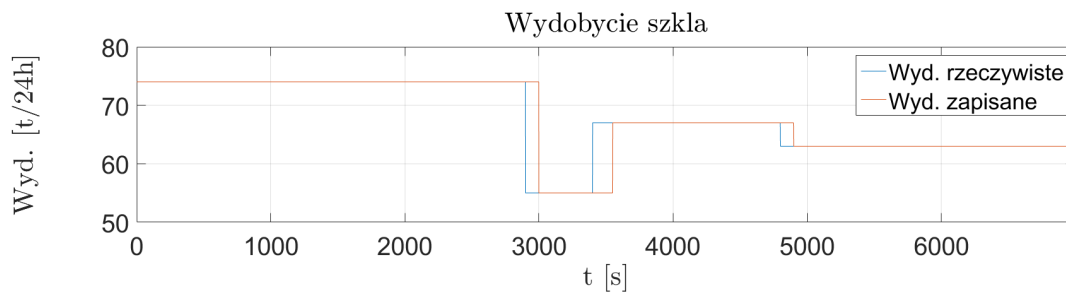
Rys. 9.2. Typowa sekwencja działania aplikacji.

zidentyfikowanych parametrów modeli procesu przedstawiono w załączniku D. Parametry algorytmów identyfikacji i syntezy regulatora, a także ograniczenia na sygnały sterujące, były takie same jak podczas eksperymentów przedstawionych w poprzednim rozdziale.

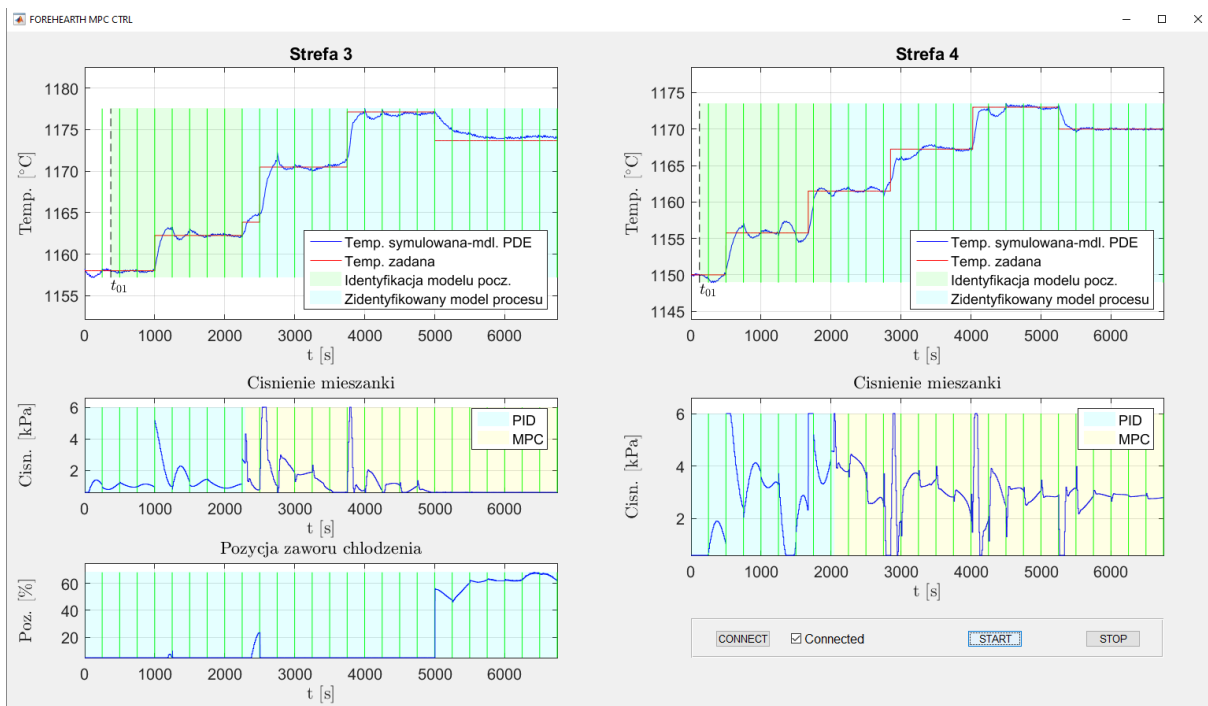
Otrzymane rezultaty, wraz z interfejsem graficznym aplikacji w środowisku MATLAB, zaprezentowano na rysunku 9.5. Na poszczególnych wykresach zaprezentowano temperatury zadane, zarejestrowane temperatury szkła w strefach zasilacza i przebiegi wejść sterujących. Interwały, w których obowiązywały poszczególne modele procesu, oznaczono tak jak poprzednio. W odróżnieniu od wcześniejszych eksperymentów, na wykresach nie przedstawiono symulowanych wyjść modeli liniowych, ponieważ symulacja jest przeprowadzana w systemie QNX, a uzyskane wyniki nie są przesyłane do aplikacji w środowisku MATLAB.



Rys. 9.3. Zarejestrowana temperatura w 2. strefie zasilacza.



Rys. 9.4. Zmiany wydobywania szkła.



Rys. 9.5. Wyniki eksperymentu w interfejsie graficznym aplikacji.

Na podstawie uzyskanych rezultatów symulacji, można stwierdzić że udało się uzyskać dobrą jakość regulacji. Pomimo uproszczenia algorytmu identyfikacji, dokładność uzyskanych modeli okazała

się wystarczająca dla problemu sterowania. Wartości błędu średniokwadratowego pomiędzy symulowaną temperaturą a jej wartością zadaną wyniosły 0,9515 w przypadku strefy z podwójnym sterowaniem i 0,9234 dla strefy ze sterowaniem pojedynczym. Można wyciągnąć wniosek, że duża dokładność modeli jest istotna szczególnie dla zadania przewidywania wyjścia systemu, tak jak było to prezentowane w poprzednich rozdziałach. Dla celów sterowania, co jest dużo ważniejsze w przypadku rzeczywistych aplikacji, zwykle wystarczają model przybliżone.

Z uwagi na wspomniane ograniczenia, przeprowadzone eksperymenty nie odbyły się zgodnie z metodologią SIL, jednak stworzona aplikacja dla systemu QNX, bez większych zmian mogłaby być zastosowana w przemysłowym systemie sterowania. Najbardziej istotną różnicą mogłoby być zastosowanie innego protokołu wymiany danych.



## 10. Podsumowanie

W pracy została przedyskutowana idea wykorzystania niestandardowych algorytmów identyfikacji i obserwacji stanu systemów z czasem ciągłym dla procesu kondycjonowania szkła. Podczas badań wyniknęła konieczność opracowania nowych rozszerzeń funkcjonalnych dla tych matematycznych algorytmów, w celu umożliwienia ich implementacji w rzeczywistym systemie sterowania komputerowego. W początkowych rozdziałach opisano zagadnienia teoretyczne związane z problemami identyfikacji i obserwacji stanu. Następnie przedstawiono podstawowe informacje związane z analizowanym procesem przemysłowym. Dokonano syntezy modeli dynamiki zasilaczy szklarskich w postaci cząstkowych równań różniczkowych. Adaptacyjny algorytm identyfikacji modeli procesu został przetestowany dla danych historycznych, pochodzących z rzeczywistej instalacji produkcji szkła. W następnych rozdziałach pracy przedstawiono algorytmy regulacji predykcyjnej i ich modyfikacje służące dostosowaniu do specyfiki procesu kondycjonowania. Zostały one przetestowane dla modeli stref zasilacza w postaci wspomnianych poprzednio równań cząstkowych. Jak się okazało, dzięki procedurom znajdowania nowych punktów pracy i ponownej identyfikacji, nawet najprostsze modele liniowe, ze wspólnym mianownikiem transmitancji dla torów sterowania i zakłóceń, pozwalają uzyskać zdecydowanie lepszą jakość regulacji niż w przypadku konwencjonalnych regulatorów PID, nawet pomimo widocznych niedokładności modelowania. Najważniejsze algorytmy identyfikacji i sterowania zostały zaimplementowane w języku C dla systemu operacyjnego czasu rzeczywistego QNX 7.1.

Poniżej zamieszczono najważniejsze oryginalne rezultaty, jakie udało się osiągnąć podczas realizacji badań związanych z pracą:

- Synteza adaptacyjnego algorytmu identyfikacji procesu, opartego o metodę funkcji modulujących i dokładne obserwatory stanu. Algorytm umożliwia pracę w czasie rzeczywistym. Dla znajdowanych punktów pracy otrzymywane są liniowe modele dynamiki procesu. Dzięki procedurze reidentyfikacji, opartej o metodę zmiennych instrumentalnych, modele dla poszczególnych wejść systemu mogą mieć różne macierze stanu.
- Implementacja i modyfikacja algorytmu regulatora predykcyjnego z czasem ciągłym wykorzystującego funkcje Laguerre'a. Najważniejszą zmianą, w stosunku do algorytmu opisanego w pracach [103, 104], było uwzględnienie mierzalnych zakłóceń podczas wyliczania przyszłych sterowań. Jest to szczególnie istotne dla procesu kondycjonowania, gdzie wpływ temperatury szkła w poprzedniej strefie zasilacza na kontrolowaną temperaturę jest wyraźnie zauważalny. Inna istotna

modyfikacja polegała na zastosowaniu obserwatora stanu, w postaci filtra Kalmana, w celu wyliczenia stanu systemu pomiędzy kolejnymi chwilami próbkowania. W rozdziale 8 porównano działanie opisanego regulatora z klasycznym algorytmem MPC dla modeli dyskretnych.

- Wykorzystanie zidentyfikowanych liniowych modeli procesu do optymalizacji wartości zadanej temperatury w poprzedniej strefie zasilacza. Jeżeli zidentyfikowany model dynamiki uwzględni wpływ temperatury w poprzedniej strefie zasilacza, to można za jego pomocą wyliczyć optymalną jej wartość, tak aby utrzymać zadaną temperaturę szkła w ostatniej strefie z pewnym marginesem, dzięki któremu sterowania w stanie ustalonym mają wartości bliskie środkowi swojego zakresu. Przeprowadzone eksperymenty symulacyjne udowodniły, że opracowany algorytm spełnia swoje zadanie.
- Budowa środowiska testowego umożliwiającego przetestowanie działania algorytmów identyfikacji i sterowania. Zmiany temperatury szkła w poszczególnych strefach zasilacza były symulowane z wykorzystaniem modeli opisanych w pracach [75, 76, 77, 78, 79, 80]. Modelowane były dwa rodzaje stref: z pojedynczym sterowaniem w postaci ciśnienia mieszanki gazowo-powietrznej, a także z dodatkowym sterowaniem w postaci otwarcia zaworu powietrza chłodzenia. W obydwu przypadkach zaimplementowane modele były nieliniowe, ze względu na zmieniającą się szybkość przepływu szkła. Równania cząstkowe były rozwiązywane w środowisku MATLAB z wykorzystaniem pakietu FEATool Multiphysics [91].
- Implementacja wybranych algorytmów identyfikacji i sterowania w systemie operacyjnym czasu rzeczywistego QNX 7.1. Po przetestowaniu w środowisku MATLAB, najważniejsze algorytmy zostały zaimplementowane w postaci wielowątkowej aplikacji czasu rzeczywistego. Podczas pracy wykorzystane zostało narzędzie MATLAB Coder, w celu przeprowadzenia automatycznej generacji kodu MATLABA do kodu źródłowego w języku C. Eksperymenty symulacyjne, z wykorzystaniem wspomnianego poprzednio środowiska testowego, potwierdziły poprawność działania aplikacji.

Przeprowadzone eksperymenty pozwoliły zweryfikować tezy przedstawione na początku rozprawy. Na podstawie wyników przedstawionych w rozdziale 6, można stwierdzić, że dynamika procesu jest odzwierciedlana z wystarczającą dokładnością za pomocą otrzymanych modeli liniowych. Natomiast rezultaty otrzymane dla postawionych zadań sterowania, zaprezentowane w rozdziałach 8 i 9, świadczą o możliwości wykorzystania stworzonego algorytmu identyfikacji podczas strojenia regulatora predykcyjnego i optymalizacji punktów pracy instalacji w stanie ustalonym.

Przedstawione w pracy wyniki badań nie wyczerpują wszystkich zagadnień związanych z modelowaniem i sterowaniem wybranym procesem przemysłowym. Ciekawym problemem, dyskutowanym w wielu publikacjach, np. [48, 49], jest zastosowanie metody funkcji modulujących do identyfikacji parametrów modeli opisanych cząstkowymi równaniami różniczkowymi. Modele tego typu stosunkowo dobrze opisują dynamikę procesu kondycjonowania, o czym świadczą wyniki przedstawione w rozdziale

5. Jednakże ich identyfikacja jest bardziej skomplikowana niż w przypadku modeli o parametrach skupionych, między innymi ze względu na konieczność uwzględnienia funkcji opisujących rozkład przestrzenny zmiennych sterujących i mierzonej temperatury wzdłuż strefy zasilacza. Otwartym pytaniem pozostaje uniwersalność takiego podejścia i odporność na zakłócenia. Być może dzięki niemu możliwe byłoby rzadsze przeprowadzanie ponownej identyfikacji modeli.

W przypadku wyboru danych dla identyfikacji procesu w danym punkcie pracy, jak również odpowiedniego doboru struktury modelu, pomocne mogłyby być metody wykorzystujące algorytmy uczenia maszynowego [116]. Ich wykorzystanie pozwoliłoby usprawnić procedurę ponownej identyfikacji.

Z punktu widzenia praktycznych zastosowań opracowanej metody identyfikacji, ważnym problemem jest uwzględnienie również innych rodzajów stref zasilacza niż opisane poprzednio. Istotne są przede wszystkim strefy z niezależnie opalanymi lewą i prawą stroną, a także ze sterowanymi kominkami chłodzenia. Cennym sprawdzianem dla zaimplementowanych algorytmów byłoby przeprowadzenie eksperymentów dla rzeczywistej instalacji produkcji szkła i porównanie uzyskanych rezultatów z wynikami przeprowadzonych symulacji.





## Załącznik A

**Tabela 1.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]		
	102 – 2000	2000 – 2250	2250 – 3750
Nr modelu	1	2	3
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	1	9	4
$a_{10}$	$5,73 \times 10^{-7}$	$1,36 \times 10^{-4}$	$2,46 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$8,86 \times 10^{-4}$	$2,39 \times 10^{-2}$	$4,34 \times 10^{-2}$
$a_{12}$	$8,67 \times 10^{-3}$	1	1
$a_{13}$	1	-	-
$b_{1\ 10}$	$6,51 \times 10^{-8}$	$1,14 \times 10^{-4}$	$1,46 \times 10^{-4}$
$b_{1\ 11}$	-	$4,82 \times 10^{-3}$	-
$a_{20}$	$5,73 \times 10^{-7}$	$1,36 \times 10^{-4}$	$2,46 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$8,86 \times 10^{-4}$	$2,39 \times 10^{-2}$	$4,34 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	$8,67 \times 10^{-3}$	1	1
$a_{23}$	1	-	-
$b_{2\ 10}$	$6,70 \times 10^{-6}$	$6,08 \times 10^{-4}$	$9,57 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 11}$	-	$7,26 \times 10^{-3}$	-

Parametr	Czas [s]		
	3750 – 4000	4000 – 4250	4250 – 5750
Nr modelu	4	5	6
P. pracy	$t_{03}$	$t_{03}$	$t_{03}$
Zestaw par.	6	3	4
$a_{10}$	$3,19 \times 10^{-6}$	$1,76 \times 10^{-4}$	$3,32 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$1,48 \times 10^{-3}$	$4,61 \times 10^{-2}$	$1,48 \times 10^{-2}$
$a_{12}$	$4,34 \times 10^{-2}$	1	1
$a_{13}$	1	-	-
$b_{1\ 10}$	$2,34 \times 10^{-6}$	$1,72 \times 10^{-4}$	$1,56 \times 10^{-6}$
$b_{1\ 11}$	$1,36 \times 10^{-4}$	-	-
$a_{20}$	$3,19 \times 10^{-6}$	$1,76 \times 10^{-4}$	$3,32 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$1,48 \times 10^{-3}$	$4,61 \times 10^{-2}$	$1,48 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	$4,34 \times 10^{-2}$	1	1
$a_{23}$	1	-	-
$b_{2\ 10}$	$1,44 \times 10^{-5}$	$6,57 \times 10^{-4}$	$4,05 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 11}$	$5,76 \times 10^{-4}$	-	-

**Tabela 2.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]
	352 – 5750
Nr modelu	1
P. pracy	$t_{01}$
Zestaw par.	1
$a_{10}$	$1,37 \times 10^{-7}$
$a_{11}$	$3,41 \times 10^{-4}$
$a_{12}$	$2,27 \times 10^{-2}$
$a_{13}$	1
$b_{1\ 10}$	$2,79 \times 10^{-8}$
$b_{1\ 11}$	-
$a_{20}$	$1,92 \times 10^{-7}$
$a_{21}$	$7,19 \times 10^{-4}$
$a_{22}$	$5,19 \times 10^{-3}$
$a_{23}$	1
$b_{2\ 10}$	$4,22 \times 10^{-6}$
$b_{2\ 11}$	-
$b_{2\ 20}$	-
$b_{2\ 21}$	-

**Tabela 3.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]				
	357 – 2500	2500 – 2750	2750 – 3000	3000 – 3750	3750 – 4250
Nr modelu	1	2	3	4	4
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	4	7	5	5	5
$a_{10}$	$9,50 \times 10^{-5}$	$1,24 \times 10^{-5}$	$1,10 \times 10^{-4}$	$5,53 \times 10^{-4}$	$4,48 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$9,19 \times 10^{-3}$	$3,13 \times 10^{-3}$	$7,53 \times 10^{-3}$	$3,97 \times 10^{-2}$	$4,24 \times 10^{-2}$
$a_{12}$	1	$5,89 \times 10^{-2}$	1	1	1
$a_{13}$	-	1	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,18 \times 10^{-4}$	$6,62 \times 10^{-6}$	$3,57 \times 10^{-5}$	$4,02 \times 10^{-4}$	$3,80 \times 10^{-4}$
$b_{1\ 11}$	-	$-1,41 \times 10^{-4}$	-	-	-
$a_{20}$	$1,52 \times 10^{-4}$	$1,24 \times 10^{-5}$	$1,10 \times 10^{-4}$	$5,53 \times 10^{-4}$	$4,48 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$3,19 \times 10^{-2}$	$3,13 \times 10^{-3}$	$7,53 \times 10^{-3}$	$3,97 \times 10^{-2}$	$4,24 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	1	$5,89 \times 10^{-2}$	1	1	1
$a_{23}$	-	1	-	-	-
$b_{2\ 10}$	$3,12 \times 10^{-4}$	$5,42 \times 10^{-5}$	$7,55 \times 10^{-5}$	$2,51 \times 10^{-3}$	$2,23 \times 10^{-3}$
$b_{2\ 11}$	-	$1,86 \times 10^{-3}$	-	-	-

Parametr	Czas [s]			
	4250 – 4500	4500 – 4750	4750 – 5000	5000 – 6500
Nr modelu	4	5	6	7
P. pracy	$t_{02}$	$t_{03}$	$t_{03}$	$t_{03}$
Zestaw par.	5	2	1	2
$a_{10}$	$4,10 \times 10^{-3}$	$6,23 \times 10^{-6}$	$1,10 \times 10^{-5}$	$2,05 \times 10^{-5}$
$a_{11}$	$5,28 \times 10^{-2}$	$2,85 \times 10^{-3}$	$2,23 \times 10^{-3}$	$2,86 \times 10^{-3}$
$a_{12}$	1	$7,59 \times 10^{-3}$	$1,39 \times 10^{-2}$	$2,74 \times 10^{-2}$
$a_{13}$	-	1	1	1
$b_{1\ 10}$	$3,17 \times 10^{-3}$	$2,04 \times 10^{-6}$	$9,38 \times 10^{-6}$	$7,06 \times 10^{-6}$
$b_{1\ 11}$	-	-	-	-
$a_{20}$	$3,36 \times 10^{-4}$	$6,23 \times 10^{-6}$	$1,10 \times 10^{-5}$	$2,05 \times 10^{-5}$
$a_{21}$	$2,11 \times 10^{-2}$	$2,85 \times 10^{-3}$	$2,23 \times 10^{-3}$	$2,86 \times 10^{-3}$
$a_{22}$	1	$7,59 \times 10^{-3}$	$1,39 \times 10^{-2}$	$2,74 \times 10^{-2}$
$a_{23}$	-	1	1	1
$b_{2\ 10}$	$1,14 \times 10^{-3}$	$4,91 \times 10^{-5}$	$3,43 \times 10^{-5}$	$2,69 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 11}$	-	-	-	-

**Tabela 4.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]			
	102 – 2750	2750 – 3000	3000 – 3250	3250 – 4000
Nr modelu	1	2	3	4
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	5	6	3	3
$a_{10}$	$2,31 \times 10^{-5}$	$3,88 \times 10^{-6}$	$1,95 \times 10^{-4}$	$1,11 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$3,49 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$	$8,99 \times 10^{-3}$	$9,16 \times 10^{-3}$
$a_{12}$	1	$2,99 \times 10^{-2}$	1	1
$a_{13}$	-	1	-	-
$b_{1\ 10}$	$2,64 \times 10^{-5}$	$1,73 \times 10^{-6}$	$1,59 \times 10^{-4}$	$9,90 \times 10^{-5}$
$b_{1\ 11}$	-	$8,62 \times 10^{-4}$	-	-
$a_{20}$	$1,19 \times 10^{-5}$	$3,88 \times 10^{-6}$	$1,95 \times 10^{-4}$	$1,11 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$3,60 \times 10^{-3}$	$1,17 \times 10^{-3}$	$8,99 \times 10^{-3}$	$9,16 \times 10^{-3}$
$a_{22}$	1	$2,99 \times 10^{-2}$	1	1
$a_{23}$	-	1	-	-
$b_{2\ 10}$	$5,38 \times 10^{-5}$	$4,04 \times 10^{-6}$	$4,40 \times 10^{-4}$	$4,10 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 11}$	-	$1,27 \times 10^{-3}$	-	-
$b_{2\ 20}$	-	-	-	-
$b_{2\ 21}$	-	-	-	-

Parametr	Czas [s]	
	4000 – 4500	4500 – 6500
Nr modelu	4	5
P. pracy	$t_{02}$	$t_{03}$
Zestaw par.	3	7
$a_{10}$	$1,36 \times 10^{-4}$	$2,28 \times 10^{-5}$
$a_{11}$	$4,78 \times 10^{-3}$	$4,42 \times 10^{-3}$
$a_{12}$	1	$3,06 \times 10^{-2}$
$a_{13}$	-	1
$b_{1\ 10}$	$1,16 \times 10^{-4}$	$1,33 \times 10^{-5}$
$b_{1\ 11}$	-	$-6,57 \times 10^{-4}$
$a_{20}$	$1,36 \times 10^{-4}$	$2,28 \times 10^{-5}$
$a_{21}$	$4,78 \times 10^{-3}$	$4,42 \times 10^{-3}$
$a_{22}$	1	$3,06 \times 10^{-2}$
$a_{23}$	-	1
$b_{2\ 10}$	$2,60 \times 10^{-4}$	$5,94 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 11}$	-	$9,45 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	-	-
$b_{2\ 21}$	-	-

**Tabela 5.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 3. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]			
	102 – 4250	4250 – 4500	4500 – 4750	4750 – 10000
Nr modelu	1	2	3	4
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	6	4	5	9
$a_{10}$	$3,75 \times 10^{-6}$	$1,34 \times 10^{-4}$	$1,58 \times 10^{-4}$	$1,32 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$1,60 \times 10^{-3}$	$6,21 \times 10^{-3}$	$1,53 \times 10^{-2}$	$2,49 \times 10^{-2}$
$a_{12}$	$8,80 \times 10^{-3}$	1	1	1
$a_{13}$	1	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$3,38 \times 10^{-6}$	$2,59 \times 10^{-5}$	$1,07 \times 10^{-4}$	$1,51 \times 10^{-4}$
$b_{1\ 11}$	$-5,96 \times 10^{-5}$	-	-	$6,20 \times 10^{-4}$
$a_{20}$	$3,75 \times 10^{-6}$	$1,34 \times 10^{-4}$	$1,58 \times 10^{-4}$	$1,32 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$1,60 \times 10^{-3}$	$6,21 \times 10^{-3}$	$1,53 \times 10^{-2}$	$2,49 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	$8,80 \times 10^{-3}$	1	1	1
$a_{23}$	1	-	-	-
$b_{2\ 10}$	$2,67 \times 10^{-5}$	$2,01 \times 10^{-4}$	$4,73 \times 10^{-4}$	$5,65 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 11}$	$-1,90 \times 10^{-4}$	-	-	$-7,95 \times 10^{-4}$

**Tabela 6.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 3. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]				
	102 – 5250	5250 – 7000	7000 – 7250	7250 – 7500	7500 – 10000
Nr modelu	1	2	3	4	5
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{03}$	$t_{03}$	$t_{03}$
Zestaw par.	6	9	1	6	2
$a_{10}$	$3,00 \times 10^{-6}$	$1,89 \times 10^{-4}$	$2,09 \times 10^{-6}$	$5,03 \times 10^{-6}$	$8,24 \times 10^{-6}$
$a_{11}$	$1,88 \times 10^{-3}$	$6,11 \times 10^{-3}$	$1,00 \times 10^{-3}$	$2,06 \times 10^{-3}$	$2,40 \times 10^{-3}$
$a_{12}$	$3,45 \times 10^{-3}$	1	$5,55 \times 10^{-3}$	$8,23 \times 10^{-3}$	$1,12 \times 10^{-2}$
$a_{13}$	1	-	1	1	1
$b_{1\ 10}$	$2,80 \times 10^{-6}$	$1,20 \times 10^{-4}$	$3,86 \times 10^{-6}$	$4,13 \times 10^{-6}$	$3,51 \times 10^{-6}$
$b_{1\ 11}$	$1,34 \times 10^{-4}$	$6,21 \times 10^{-3}$	-	$-3,32 \times 10^{-4}$	-
$a_{20}$	$3,00 \times 10^{-6}$	$1,89 \times 10^{-4}$	$2,09 \times 10^{-6}$	$5,03 \times 10^{-6}$	$8,24 \times 10^{-6}$
$a_{21}$	$1,88 \times 10^{-3}$	$6,11 \times 10^{-3}$	$1,00 \times 10^{-3}$	$2,06 \times 10^{-3}$	$2,40 \times 10^{-3}$
$a_{22}$	$3,45 \times 10^{-3}$	1	$5,55 \times 10^{-3}$	$8,23 \times 10^{-3}$	$1,12 \times 10^{-2}$
$a_{23}$	1	-	1	1	1
$b_{2\ 10}$	$2,58 \times 10^{-5}$	-	-	$1,84 \times 10^{-5}$	$2,29 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 11}$	$4,64 \times 10^{-4}$	-	-	$-1,70 \times 10^{-4}$	-
$b_{2\ 20}$	$-1,24 \times 10^{-7}$	$-1,38 \times 10^{-5}$	$-4,46 \times 10^{-7}$	$-5,00 \times 10^{-7}$	$-5,13 \times 10^{-7}$
$b_{2\ 21}$	$3,67 \times 10^{-6}$	$3,65 \times 10^{-3}$	-	$7,75 \times 10^{-5}$	-



**Tabela 7.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 4. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]			
	102 – 3000	3000 – 3500	3500 – 3750	3750 – 4250
Nr modelu	1	1	1	1
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{01}$
Zestaw par.	4	4	4	4
$a_{10}$	$5,19 \times 10^{-5}$	$1,87 \times 10^{-5}$	$6,12 \times 10^{-4}$	$3,44 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$3,21 \times 10^{-3}$	$2,85 \times 10^{-3}$	$3,47 \times 10^{-2}$	$1,91 \times 10^{-2}$
$a_{12}$	1	1	1	1
$a_{13}$	-	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$5,08 \times 10^{-5}$	$1,78 \times 10^{-5}$	$6,07 \times 10^{-4}$	$3,55 \times 10^{-4}$
$b_{1\ 11}$	-	-	-	-
$a_{20}$	$5,19 \times 10^{-5}$	$2,31 \times 10^{-4}$	$2,31 \times 10^{-4}$	$1,73 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$3,21 \times 10^{-3}$	$1,82 \times 10^{-2}$	$1,82 \times 10^{-2}$	$1,27 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	1	1	1	1
$a_{23}$	-	-	-	-
$b_{2\ 10}$	$1,76 \times 10^{-4}$	$9,61 \times 10^{-4}$	$9,61 \times 10^{-4}$	$6,45 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 11}$	-	-	-	-

Parametr	Czas [s]		
	4250 – 4750	4750 – 6500	6500 – 9250
Nr modelu	2	2	3
P. pracy	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{03}$
Zestaw par.	4	4	8
$a_{10}$	$1,22 \times 10^{-4}$	$7,53 \times 10^{-5}$	$1,42 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$9,64 \times 10^{-3}$	$1,25 \times 10^{-3}$	$4,67 \times 10^{-3}$
$a_{12}$	1	1	1
$a_{13}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$7,39 \times 10^{-7}$	$4,13 \times 10^{-5}$	$6,51 \times 10^{-5}$
$b_{1\ 11}$	-	-	$9,27 \times 10^{-3}$
$a_{20}$	$1,22 \times 10^{-4}$	$7,53 \times 10^{-5}$	$1,42 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$9,64 \times 10^{-3}$	$1,25 \times 10^{-3}$	$4,67 \times 10^{-3}$
$a_{22}$	1	1	1
$a_{23}$	-	-	-
$b_{2\ 10}$	$2,60 \times 10^{-4}$	$1,27 \times 10^{-4}$	$2,67 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 11}$	-	-	$1,22 \times 10^{-3}$

**Tabela 8.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 4. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]			
	102 – 2500	2500 – 5000	5000 – 6500	6500 – 7500
Nr modelu	1	1	2	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	7	7	3	3
$a_{10}$	$4,24 \times 10^{-6}$	$1,51 \times 10^{-5}$	$4,82 \times 10^{-5}$	$2,97 \times 10^{-5}$
$a_{11}$	$4,33 \times 10^{-3}$	$7,13 \times 10^{-3}$	$4,92 \times 10^{-3}$	$2,09 \times 10^{-3}$
$a_{12}$	$3,14 \times 10^{-3}$	$3,02 \times 10^{-3}$	1	1
$a_{13}$	1	1	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,20 \times 10^{-5}$	$1,52 \times 10^{-5}$	$1,10 \times 10^{-5}$	$6,27 \times 10^{-6}$
$b_{1\ 11}$	$-4,70 \times 10^{-4}$	$1,49 \times 10^{-3}$	-	-
$a_{20}$	$4,96 \times 10^{-6}$	$8,79 \times 10^{-6}$	$4,82 \times 10^{-5}$	$1,39 \times 10^{-3}$
$a_{21}$	$5,18 \times 10^{-3}$	$7,16 \times 10^{-3}$	$4,92 \times 10^{-3}$	$2,68 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	$1,71 \times 10^{-2}$	$5,07 \times 10^{-3}$	1	1
$a_{23}$	1	1	-	-
$b_{2\ 10}$	$3,71 \times 10^{-5}$	$5,27 \times 10^{-5}$	-	-
$b_{2\ 11}$	$2,08 \times 10^{-4}$	$-8,65 \times 10^{-4}$	-	-
$b_{2\ 20}$	$-6,66 \times 10^{-7}$	$-1,22 \times 10^{-6}$	$-5,87 \times 10^{-7}$	$-4,33 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 21}$	$1,37 \times 10^{-5}$	$3,06 \times 10^{-5}$	-	-

Parametr	Czas [s]	
	7500 – 7750	7750 – 9250
Nr modelu	2	3
P. pracy	$t_{02}$	$t_{03}$
Zestaw par.	3	10
$a_{10}$	$2,10 \times 10^{-5}$	$1,30 \times 10^{-4}$
$a_{11}$	$2,09 \times 10^{-3}$	$1,29 \times 10^{-2}$
$a_{12}$	1	1
$a_{13}$	-	-
$b_{1\ 10}$	$6,27 \times 10^{-6}$	$1,16 \times 10^{-4}$
$b_{1\ 11}$	-	$2,67 \times 10^{-2}$
$a_{20}$	$6,37 \times 10^{-4}$	$1,30 \times 10^{-4}$
$a_{21}$	$2,10 \times 10^{-2}$	$1,29 \times 10^{-2}$
$a_{22}$	1	1
$a_{23}$	-	-
$b_{2\ 10}$	-	$4,15 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 11}$	-	$1,19 \times 10^{-2}$
$b_{2\ 20}$	$-2,20 \times 10^{-5}$	-
$b_{2\ 21}$	-	-



## Załącznik B

**Tabela 1.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, modele z czasem ciągłym (przed dyskretyzacją) dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym.

Parametr	Czas [s]
	121 – 5750
Nr modelu	1
P. pracy	$t_{01}$
Zestaw par.	3
$a_{10}, a_{20}$	$9,97 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,15 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1
$a_{13}, a_{23}$	-
$b_{1\ 10}$	$9,98 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$1,90 \times 10^{-4}$

**Tabela 2.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, modele z czasem ciągłym (przed dyskretyzacją) dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym.

Parametr	Czas [s]			
	372 – 2750	2750 – 3250	3250 – 4250	4250 – 6250
Nr modelu	1	1	1	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{02}$
Zestaw par.	5	5	5	3
$a_{10}, a_{20}$	$8,20 \times 10^{-5}$	$7,27 \times 10^{-5}$	$7,01 \times 10^{-5}$	$1,10 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,85 \times 10^{-2}$	$1,43 \times 10^{-2}$	$1,29 \times 10^{-2}$	$4,06 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,06 \times 10^{-4}$	$7,92 \times 10^{-5}$	$9,75 \times 10^{-5}$	$5,28 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$3,05 \times 10^{-4}$	$2,58 \times 10^{-4}$	$2,29 \times 10^{-4}$	$7,74 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 20}$	$-4,90 \times 10^{-6}$	$-7,87 \times 10^{-6}$	$-6,65 \times 10^{-6}$	-

**Tabela 3.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, modele z czasem ciągłym dla algorytmu MPC z czasem ciągłym.

Parametr	Czas [s]
	121 – 5750
Nr modelu	1
P. pracy	$t_{01}$
Zestaw par.	3
$a_{10}, a_{20}$	$9,97 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,15 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1
$a_{13}, a_{23}$	-
$b_{1\ 10}$	$9,98 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$1,90 \times 10^{-4}$

**Tabela 4.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, modele z czasem ciągłym dla algorytmu MPC z czasem ciągłym.

Parametr	Czas [s]		
	372 – 2750	2750 – 3250	3250 – 4000
Nr modelu	1	1	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{02}$
Zestaw par.	5	5	3
$a_{10}, a_{20}$	$8,20 \times 10^{-5}$	$7,02 \times 10^{-4}$	$1,90 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,85 \times 10^{-2}$	$1,38 \times 10^{-2}$	$8,87 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,06 \times 10^{-4}$	$7,56 \times 10^{-5}$	$1,95 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 10}$	$3,05 \times 10^{-4}$	$2,48 \times 10^{-4}$	$1,08 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	$-4,90 \times 10^{-6}$	$-9,26 \times 10^{-6}$	-

Parametr	Czas [s]		
	4000 – 4500	4500 – 5000	5000 – 6250
Nr modelu	2	2	2
P. pracy	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	3	3	3
$a_{10}, a_{20}$	$1,08 \times 10^{-4}$	$1,51 \times 10^{-4}$	$1,34 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$9,41 \times 10^{-3}$	$7,30 \times 10^{-3}$	$6,17 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,04 \times 10^{-4}$	$1,27 \times 10^{-4}$	$1,06 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 10}$	$1,68 \times 10^{-4}$	$1,34 \times 10^{-4}$	$1,24 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	-	-	-

**Tabela 5.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, modele z czasem ciągłym (przed dyskretyzacją) dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym.

Parametr	Czas [s]	
	630 – 5750	5750 – 6250
Nr modelu	1	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$
Zestaw par.	4	4
$a_{10}, a_{20}$	$1,33 \times 10^{-4}$	$1,50 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,63 \times 10^{-3}$	$1,05 \times 10^{-2}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,38 \times 10^{-4}$	$1,46 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	$2,36 \times 10^{-4}$	$1,76 \times 10^{-4}$

**Tabela 6.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, modele z czasem ciągłym (przed dyskretyzacją) dla algorytmu MPC z czasem dyskretnym.

Parametr	Czas [s]				
	376 – 4000	4000 – 4250	4250 – 5250	5250 – 5500	5500 – 7250
Nr modelu	1	1	2	2	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	5	5	4	4	4
$a_{10}, a_{20}$	$1,14 \times 10^{-4}$	$9,18 \times 10^{-5}$	$1,70 \times 10^{-4}$	$9,01 \times 10^{-5}$	$8,43 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$5,36 \times 10^{-3}$	$5,02 \times 10^{-3}$	$6,40 \times 10^{-3}$	$4,88 \times 10^{-3}$	$7,69 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,45 \times 10^{-4}$	$1,05 \times 10^{-4}$	$1,28 \times 10^{-4}$	$6,53 \times 10^{-5}$	$6,32 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$9,85 \times 10^{-5}$	$8,79 \times 10^{-5}$	$1,02 \times 10^{-4}$	$1,38 \times 10^{-4}$	$1,59 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	-	-	$-1,79 \times 10^{-6}$	$-1,40 \times 10^{-6}$	$-2,44 \times 10^{-6}$



**Tabela 7.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki, modele z czasem ciągłym dla algorytmu MPC z czasem ciągłym.

Parametr	Czas [s]	
	630 – 5750	5750 – 6250
Nr modelu	1	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$
Zestaw par.	4	4
$a_{10}, a_{20}$	$1,33 \times 10^{-4}$	$1,53 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,63 \times 10^{-3}$	$1,18 \times 10^{-2}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,38 \times 10^{-4}$	$1,50 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	$2,36 \times 10^{-4}$	$1,96 \times 10^{-4}$

**Tabela 8.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia, modele z czasem ciągłym dla algorytmu MPC z czasem ciągłym.

Parametr	Czas [s]		
	376 – 2750	2750 – 4000	4000 – 4250
Nr modelu	1	1	1
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{01}$
Zestaw par.	5	5	5
$a_{10}, a_{20}$	$1,14 \times 10^{-4}$	$9,89 \times 10^{-5}$	$1,07 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$5,36 \times 10^{-3}$	$3,66 \times 10^{-3}$	$6,10 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,45 \times 10^{-4}$	$1,14 \times 10^{-4}$	$1,21 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 10}$	$9,85 \times 10^{-5}$	$8,76 \times 10^{-5}$	$1,11 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	-	-	-

Parametr	Czas [s]		
	4250 – 5500	5500 – 6500	6500 – 7250
Nr modelu	2	2	3
P. pracy	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{03}$
Zestaw par.	3	3	4
$a_{10}, a_{20}$	$1,40 \times 10^{-4}$	$7,84 \times 10^{-5}$	$1,22 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,23 \times 10^{-2}$	$7,43 \times 10^{-3}$	$1,68 \times 10^{-2}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$7,58 \times 10^{-5}$	$5,59 \times 10^{-5}$	-
$b_{2\ 10}$	$1,81 \times 10^{-4}$	$1,29 \times 10^{-4}$	$3,40 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	$-2,61 \times 10^{-6}$	$-4,19 \times 10^{-7}$	$-1,00 \times 10^{-5}$

## Załącznik C

**Tabela 1.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]			
	121 – 3250	3250 – 3750	3750 – 4250	4250 – 5500
Nr modelu	1	1	1	1
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{01}$	$t_{01}$
Zestaw par.	4	4	4	4
$a_{10}, a_{20}$	$4,78 \times 10^{-5}$	$5,35 \times 10^{-5}$	$5,19 \times 10^{-5}$	$5,48 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$6,39 \times 10^{-3}$	$5,43 \times 10^{-3}$	$5,05 \times 10^{-3}$	$4,59 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$3,79 \times 10^{-5}$	$5,16 \times 10^{-5}$	$4,76 \times 10^{-5}$	$5,26 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 20}$	$1,15 \times 10^{-4}$	$1,22 \times 10^{-4}$	$1,21 \times 10^{-4}$	$1,26 \times 10^{-4}$

**Tabela 2.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 1. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]		
	372 – 4000	4000 – 4250	4250 – 4500
Nr modelu	1	2	2
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$
Zestaw par.	5	3	3
$a_{10}, a_{20}$	$7,43 \times 10^{-5}$	$2,17 \times 10^{-4}$	$1,60 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,74 \times 10^{-2}$	$1,16 \times 10^{-2}$	$1,69 \times 10^{-2}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$8,92 \times 10^{-5}$	$2,06 \times 10^{-4}$	$2,34 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 10}$	$2,85 \times 10^{-4}$	$3,68 \times 10^{-5}$	$1,03 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	$-7,19 \times 10^{-6}$	$-7,69 \times 10^{-4}$	$-6,14 \times 10^{-4}$
Parametr	Czas [s]		
	4500 – 4750	4750 – 5000	5000 – 5500
Nr modelu	2	2	3
P. pracy	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{03}$
Zestaw par.	3	3	5
$a_{10}, a_{20}$	$1,30 \times 10^{-4}$	$1,07 \times 10^{-4}$	$2,03 \times 10^{-4}$
$a_{11}, a_{21}$	$9,14 \times 10^{-3}$	$7,34 \times 10^{-3}$	$9,69 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$1,54 \times 10^{-4}$	$1,15 \times 10^{-4}$	$3,42 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$8,53 \times 10^{-5}$	$1,16 \times 10^{-4}$	$6,24 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 20}$	$-3,93 \times 10^{-4}$	$-1,94 \times 10^{-4}$	$-3,67 \times 10^{-4}$

**Tabela 3.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]	
	640 – 3000	3000 – 6500
Nr modelu	1	1
P. pracy	$t_{01}$	$t_{01}$
Zestaw par.	4	4
$a_{10}, a_{20}$	$7,30 \times 10^{-5}$	$5,84 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$5,31 \times 10^{-3}$	$4,51 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-
$b_{1\ 10}$	$6,73 \times 10^{-5}$	$5,37 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 20}$	$1,73 \times 10^{-4}$	$1,45 \times 10^{-4}$

**Tabela 4.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - 2. zestaw danych, strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]				
	376 – 2750	2750 – 4000	4000 – 5750	5750 – 6000	6000 – 6500
Nr modelu	1	2	2	3	3
P. pracy	$t_{01}$	$t_{02}$	$t_{02}$	$t_{03}$	$t_{03}$
Zestaw par.	5	3	3	3	3
$a_{10}, a_{20}$	$2,79 \times 10^{-5}$	$8,84 \times 10^{-5}$	$8,48 \times 10^{-5}$	$1,28 \times 10^{-4}$	$6,82 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,09 \times 10^{-2}$	$2,18 \times 10^{-3}$	$4,55 \times 10^{-3}$	$5,75 \times 10^{-3}$	$7,50 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1	1	1	1	1
$a_{13}, a_{23}$	-	-	-	-	-
$b_{1\ 10}$	$5,15 \times 10^{-5}$	$8,89 \times 10^{-5}$	$7,30 \times 10^{-5}$	$2,08 \times 10^{-4}$	$7,53 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$1,86 \times 10^{-5}$	$8,56 \times 10^{-5}$	$8,67 \times 10^{-5}$	$1,57 \times 10^{-4}$	$1,93 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	$-9,71 \times 10^{-6}$	$-8,96 \times 10^{-6}$	$-6,82 \times 10^{-6}$	$-1,22 \times 10^{-5}$	$-3,29 \times 10^{-6}$



## Załącznik D

**Tabela 1.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki.

Parametr	Czas [s]
	121 – 6750
Nr modelu	1
P. pracy	$t_{01}$
Zestaw par.	3
$a_{10}, a_{20}$	$7,57 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$7,21 \times 10^{-3}$
$a_{12}, a_{22}$	1
$a_{13}, a_{23}$	-
$b_{1\ 10}$	$6,56 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$1,40 \times 10^{-4}$

**Tabela 2.** Zidentyfikowane wartości parametrów modeli - strefa ze sterowanym ciśnieniem mieszanki i położeniem zaworu chłodzenia.

Parametr	Czas [s]
	372 – 6750
Nr modelu	1
P. pracy	$t_{01}$
Zestaw par.	4
$a_{10}, a_{20}$	$6,02 \times 10^{-5}$
$a_{11}, a_{21}$	$1,71 \times 10^{-2}$
$a_{12}, a_{22}$	1
$a_{13}, a_{23}$	-
$b_{1\ 10}$	$8,19 \times 10^{-5}$
$b_{2\ 10}$	$2,89 \times 10^{-4}$
$b_{2\ 20}$	-



## Bibliografia

- [1] K. Åström and T. Hägglund. *Advanced PID Control*. Research Triangle Park, NC, USA: ISA - Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [2] W. Byrski. *Obserwacja i sterowanie w systemach dynamicznych*. Kraków: Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne AGH im. S. Staszica, 2007.
- [3] W. Grega. “Robust Networked Control”. In: *Challenges and Paradigms in Applied Robust Control*. Ed. by A. Bartoszewicz. Vol. 1. Rijeka: IntechOpen, 2011. Chap. 16, pp. 349–372.
- [4] W. Grega et al. “Comparison of real-time industrial process control solutions: Glass melting case study”. In: *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. Międzyzdroje, Poland, 2016, pp. 122–127.
- [5] P. Tatjewski. *Advanced Control of Industrial Processes: Structures and Algorithms*. Advances in Industrial Control. London: Springer, 2007.
- [6] W. Byrski. *Wielopoziomowe struktury sterowania i systemy SCADA*. Materiały pomocnicze do wykładu. 2021.
- [7] B. M. Scalet i in. *Dokument referencyjny dotyczący najlepszych dostępnych technik (BAT) w zakresie produkcji szkła*. Dyrektywa 2010/75/UE w sprawie emisji przemysłowych (zintegrowane zapobieganie zanieczyszczeniom i ich kontrola. 2013.
- [8] Techglass Sp. z o. o. *Szkoła wiedzy szklarskiej*. Materiały szkoleniowe. 2001.
- [9] R. G. C. Beerkens. “Modeling of the Melting Process in Industrial Glass Furnaces”. In: *Mathematical Simulation in Glass Technology*. Ed. by H. Loch and D. Krause. Schott Series on Glass and Glass Ceramics. Springer, 2002. Chap. 2.1, pp. 17–73.
- [10] T. Backx. “Model-Based Glass Melter Control”. In: *Mathematical Simulation in Glass Technology*. Ed. by H. Loch and D. Krause. Schott Series on Glass and Glass Ceramics. Springer, 2002. Chap. 2.4, pp. 137–155.
- [11] T. Takagi and M. Sugeno. “Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control”. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-15.1* (1985), pp. 116–132.

- [12] W. Grega. *Metody i algorytmy sterowania cyfrowego w układach scentralizowanych i rozproszonych*. Kraków: Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, 2004.
- [13] T. Söderström i P. Stoica. *Identyfikacja systemów*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1997.
- [14] J. Byrski. „Algorytmy ze skończoną pamięcią dla przetwarzania sygnałów w diagnostyce procesów”. Prac. dokt. Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, 2014.
- [15] H. Garnier, L. Wang, and P. C. Young. “Direct Identification of Continuous-time Models from Sampled Data: Issues, Basic Solutions and Relevance”. In: *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*. Ed. by H. Garnier and L. Wang. Advances in Industrial Control. London: Springer, 2008. Chap. 1, pp. 1–29.
- [16] W. Byrski and J. Byrski. “The role of parameter constraints in EE and OE methods for optimal identification of continuous LTI models”. In: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 22.2 (2012), pp. 379–388.
- [17] Y. Tomita, A. A. H. Damen, and P. M. J. Van den Hof. “Equation error versus output error methods”. In: *Ergonomics* 35.5-6 (1992), pp. 551–564.
- [18] G. P. Rao and H. Unbehauen. “Identification of continuous-time systems”. In: *IEE Proceedings - Control Theory and Applications* 153.2 (2006), pp. 185–220.
- [19] W. Byrski. “A new method of multi-inertial systems identification by the Strejc model”. In: *Trends in Advanced Intelligent Control, Optimization and Automation — Proceedings of KKA 2017 — The 19th Polish Control Conference, Kraków, Poland, June 18–21, 2017*. Ed. by W. Mitkowski et al. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 536–549.
- [20] R. Isermann, K. H. Lachman, and D. Matko. *Adaptive Control Systems*. New York: Prentice Hall, 1992.
- [21] F. W. Fairman and D. W. C. Shen. “Parameter identification for linear time-varying dynamic processes”. In: *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* 117.10 (1970), pp. 2025–2029.
- [22] Z. Kowalczyk and J. Kozłowski. “Continuous-time approaches to identification of continuous-time systems”. In: *Automatica* 36.8 (2000), pp. 1229–1236.
- [23] J. Kozłowski and Z. Kowalczyk. “Identification of Continuous Systems – Practical Issues of Insensitivity to Perturbations”. In: *Advanced Solutions in Diagnostics and Fault Tolerant Control*. Ed. by J. M. Kościelny, M. Syfert, and A. Szyber. Cham: Springer International Publishing, 2018, pp. 180–191.
- [24] S. Sagara and Z. Y. Zhao. “Numerical integration approach to on-line identification of continuous-time systems”. In: *Automatica* 26.1 (1990), pp. 63–74.

- [25] G. P. Rao and A. Patra. *General Hybrid Orthogonal Functions and Their Applications in Systems and Control*. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 1996.
- [26] M. Shinbrot. *On the analysis of linear and nonlinear dynamical systems from transient-response data*. Tech. rep. National Advisory Committee for Aeronautics NACA, 1954.
- [27] M. Shinbrot. "On the Analysis of Linear and Nonlinear Systems". In: *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 79.3 (1957), pp. 547–551.
- [28] H. A. Preisig and D. W. T. Rippin. "Theory and application of the modulating function method—I. Review and theory of the method and theory of the spline-type modulating functions". In: *Computers & Chemical Engineering* 17.1 (1993), pp. 1–16.
- [29] S. Sagara, Z. J. Yang, and K. Wada. "Identification of continuous systems using digital low-pass filters". In: *International Journal of Systems Science* 22.7 (1991), pp. 1159–1176.
- [30] W. Byrski, M. Drapała, and J. Byrski. "An Adaptive Identification Method Based on the Modulating Functions Technique and Exact State Observers for Modeling and Simulation of a Nonlinear Miso Glass Melting Process". In: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 29.4 (2019), pp. 739–757.
- [31] W. Byrski and S. Fuksa. "Optimal Identification Of Continuous Systems In L2 Space By The Use Of Compact Support Filter". In: *International Journal of Modelling and Simulation* 15.4 (1995), pp. 125–131.
- [32] W. Byrski and R. Kubiński. "The convolution method for optimal identification generalized to MIMO continuous systems". In: *Modelling, identification and control : proceedings of the sixteenth IASTED [The International Association of Science and Technology for Development] international conference*. Innsbruck, Austria, 1997, pp. 44–47.
- [33] V. Maletinsky. "Identification of Continuous Dynamical Systems with "Spline-Type Modulating Functions Method"". In: *IFAC Proceedings Volumes* 12.8 (1979), pp. 275–281.
- [34] H. A. Preisig and D. W. T. Rippin. "Theory and application of the modulating function method—II. Algebraic representation of Maletinsky's spline-type modulating functions". In: *Computers & Chemical Engineering* 17.1 (1993), pp. 17–28.
- [35] M. Nowak. „Metody identyfikacji układów ciągłych z wykorzystaniem funkcji modulujących i sklepanych i ich zastosowanie w regulatorze adaptacyjnym”. Prac. dokt. Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, 2007.
- [36] T. B. Co and B. E. Ytside. "System identification using modulating functions and fast Fourier transforms". In: *Computers & Chemical Engineering* 14.10 (1990), pp. 1051–1066.
- [37] A. Pearson, Y. Shen, and Klein V. "Application of Fourier Modulating Functions to Parameter Estimation of a Multivariable Linear Differential System". In: *IFAC Proceedings Volumes* 27.8 (1994), pp. 1013–1018.

- [38] A. Patra and H. Unbehauen. “Identification of a class of nonlinear continuous-time systems using Hartley modulating functions”. In: *International Journal of Control* 62.6 (1995), pp. 1431–1451.
- [39] J. Loeb and G. Cahen. “More about process identification”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 10.3 (1965), pp. 359–361.
- [40] S. Asiri, D. Liu, and T. Laleg-Kirati. “Selection of Modulating Functions’ Design Parameters for Estimation Problems”. In: *IEEE Control Systems Letters* 5.1 (2021), pp. 277–282.
- [41] A. Balestrino, A. Landi, and A. Sani. “Parameter identification of continuous systems with multiple-input time delays via modulating functions”. In: *IEE Proceedings: Control Theory and Applications* 147.1 (2000), pp. 19–27.
- [42] A. Balestrino, A. Landi, and A. Sani. “Identification of Hammerstein systems with input/output time delay via modulating functions”. In: *IFAC Proceedings Volumes* 33.23 (2000), pp. 199–203.
- [43] J. Jouffroy and J. Reger. “Finite-time simultaneous parameter and state estimation using modulating functions”. In: *2015 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*. Sydney, NSW, 2015, pp. 394–399.
- [44] D. Y. Liu et al. “Non-asymptotic state estimation for a class of linear time-varying systems with unknown inputs”. In: *Proceedings of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control*. Cape Town, South Africa, 2014, pp. 3732–3738.
- [45] W. Byrski and S. Fuksa. “Analysis of simultaneous parameter identification, state estimation and feedback control for CLTI SISO system”. In: *Modelling, identification, and control : proceedings of the IASTED [The International Association of Science and Technology for Development] international conference*. Innsbruck, Austria, 2001, pp. 181–186.
- [46] T. Janiczek. “Generalization of the modulating functions method into the fractional differential equations”. In: *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences* 58.4 (2010), pp. 593–599.
- [47] D. Y. Liu and T. M. Laleg-Kirati. “Robust fractional order differentiators using generalized modulating functions method”. In: *Signal Processing* 107 (2015), pp. 395–406.
- [48] S. Asiri and T. M. Laleg-Kirati. “Modulating functions-based method for parameters and source estimation in one-dimensional partial differential equations”. In: *Inverse Problems in Science and Engineering* 25.8 (2017), pp. 1191–1215.
- [49] F. Aljehani and T. M. Laleg-Kirati. “Iterative Learning Based Modulating Functions Method for Distributed Solar Source Estimation”. In: *IEEE Control Systems Letters* 5.6 (2021), pp. 1970–1975.
- [50] G. P. Rao, K. Diekmann, and H. Unbehauen. “Parameter Estimation in Large Scale Interconnected Systems”. In: *IFAC Proceedings Volumes* 17.2 (1984), pp. 729–733.

- [51] R. Ouvrard and T. Poinot. "Identification of a MIMO continuous-time transfer function model with different denominators". In: *IFAC Proceedings Volumes* 45.16 (2012), pp. 137–142.
- [52] P. C. Young. "Optimal IV identification and estimation of continuous-time TF models". In: *IFAC Proceedings Volumes* 35.1 (2002), pp. 109–114.
- [53] H. Garnier, P. Sibille, and A. Richard. "Continuous-time canonical state-space model identification via Poisson moment functionals". In: *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*. Vol. 3. 1995, pp. 3004–3009.
- [54] H. Garnier et al. "An optimal IV technique for identifying continuous-time transfer function model of multiple input systems". In: *Control Engineering Practice* 15.4 (2007), pp. 471–486.
- [55] P. C. Young, A. Chotai, and W. Tych. "Identification, Estimation and Control of Continuous-Time Systems Described by Delta Operator Models". In: *Identification of Continuous-Time Systems*. Ed. by N. K. Sinha and G. P. Rao. Vol. 7. International Series on Microprocessor-Based Systems Engineering. Dordrecht: Springer Netherlands, 1991, pp. 363–418.
- [56] G. M. Phillips and P. J. Taylor. "Linear Equations". In: *Theory and Applications of Numerical Analysis (Second Edition)*. Ed. by G. M. Phillips and P. J. Taylor. Academic Press, 1996. Chap. 9, pp. 221–264.
- [57] R. Khoury and D. Harder. *Numerical Methods and Modelling for Engineering*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing AG, 2016.
- [58] W. Mitkowski. *Zarys teorii sterowania*. Kraków: Wydawnictwa AGH, 2019.
- [59] R. E. Kalman. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems". In: *Journal of Basic Engineering* 82.1 (1960), pp. 35–45.
- [60] R. Kalman and R. Bucy. "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory". In: *Journal of Basic Engineering* 83.1 (1961), pp. 95–108.
- [61] D. Luenberger. "An introduction to observers". In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 16.6 (1971), pp. 596–602.
- [62] J. Byrski and W. Byrski. "State estimators and observers for continuous and discrete linear systems. Part 2. Integral observers for exact state reconstruction". In: *Science, Technology and Innovation* 5.2 (2019), pp. 23–33.
- [63] W. Byrski and S. Fuksa. "Optimal finite parameter observer. An application to synthesis of stabilizing feedback for a linear system". In: *Control and Cybernetics* 13.1 (1984), pp. 73–83.
- [64] W. Trier. *Glass Furnaces: Design Construction and Operation*. Sheffield: Society of Glass Technology, 1987.
- [65] J. W. Hokins and A. M. Chirino. "Controlling Excess Oxygen in Glass Furnaces for Energy Conservation". In: *IEEE Transactions on Industry Applications* IA-17.2 (1981), pp. 230–235.

- [66] M. Kornowa-Weichel and S. Nixon. “Breaking the Boundaries of PID”. In: *A Collection of Papers Presented at the 66th Conference on Glass Problems: Ceramic Engineering and Science Proceedings*. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2006. Chap. 4, pp. 47–52.
- [67] E. Muysenberg et al. “Supervisory Advanced Control of Glass Melters by GS Expert System II”. In: *A Collection of Papers Presented at the 60th Conference on Glass Problems: Ceramic Engineering and Science Proceedings*. University of Illinois at Urbana-Champaign, 1999. Chap. 3, pp. 31–40.
- [68] E. Muysenberg et al. “Practical Examples and Advantages of Advanced Control Applications by Expert System ESII”. In: *A collection of papers presented at the 62nd Conference on Glass Problems*. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001, pp. 3–19.
- [69] E. Muysenberg et al. “An Advanced Control System to Increase Glass Quality and Glass Production Yields Based on GS ESIII Technology”. In: *A Collection of Papers Presented at the 66th Conference on Glass Problems: Ceramic Engineering and Science Proceedings*. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2006. Chap. 4, pp. 33–45.
- [70] E. Muysenberg et al. “An Advanced Expert Control System and Batch Imaging Software for an Improved Automatic Melter Operation”. In: *74th Conference on Glass Problems*. Greater Columbus Convention Center, Columbus, Ohio, 2014, pp. 117–131.
- [71] P. Rotter and W. Klemiata. “Prototype vision-based system for the supervision of the glass melting process: implementation for industrial environment”. In: *Trends in Advanced Intelligent Control, Optimization and Automation — Proceedings of KKA 2017 — The 19th Polish Control Conference, Kraków, Poland, June 18–21, 2017*. Ed. by W. Mitkowski et al. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 364–369.
- [72] Q. Wang et al. “Predictive control of a glass process”. In: *Control Engineering Practice 5.2* (1997), pp. 167–173.
- [73] L. Huisman. “Control of glass melting processes based on reduced CFD models”. PhD thesis. Technische Universiteit Eindhoven, 2005.
- [74] J. H. Ferziger and M. Perić. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1999.
- [75] S. Henkel, A. Kharitonov, and O. Sawodny. “Modelling and Optimisation of a Glass Feeder Considered as a Distributed Parameter System”. In: *SICE Annual Conference 2007*. Kagawa, Japan, 2007, pp. 2950–2954.
- [76] A. Kharitonov and O. Sawodny. “Optimal flatness based control for heating processes in the glass industry”. In: *2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (IEEE Cat. No.04CH37601)*. Nassau, 2004, pp. 2435–2440.

- [77] A. Kharitonov and O. Sawodny. "Modeling and Control Strategies for Heating Processes in the Glass Industry". In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications*. Taipei, Taiwan, 2004, pp. 1026–1031.
- [78] A. Kharitonov and O. Sawodny. "Flatness-based feedforward control for parabolic distributed parameter systems with distributed control". In: *International Journal of Control* 79.7 (2006), pp. 677–687.
- [79] A. Kharitonov, S. Henkel, and O. Sawodny. "Two Degree of Freedom Control for a Glass Feeder". In: *Proceedings of the European Control Conference 2007*. Kos, Greece, 2007, pp. 4079–4086.
- [80] F. Malchow and O. Sawodny. "Model based feedforward control of an industrial glass feeder". In: *Control Engineering Practice* 20.1 (2012), pp. 62–68.
- [81] H. D. Baehr and K. Stephan. *Heat and Mass Transfer*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006.
- [82] W. Grega, A. Pilat, and A. Tutaj. "Modelling of the Glass Melting Process for Real-Time Implementation". In: *International Journal of Modeling and Optimization* 5.6 (2015), pp. 366–373.
- [83] L. Huisman and S. Weiland. "Identification and Model Predictive Control of an Industrial Glass-Feeder". In: *IFAC Proceedings Volumes* 36.16 (2003), pp. 1645–1649.
- [84] P. Astrid et al. "Reduction and Predictive Control Design for a Computational Fluid Dynamics Model". In: *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*. Las Vegas, NV, USA, 2002, pp. 3378–3383.
- [85] P. Astrid. "Reduction of process simulation models: a proper orthogonal decomposition approach". PhD thesis. Technische Universiteit Eindhoven, 2004.
- [86] B. Gough, P. Eng, and D. Matovich. "Predictive-adaptive temperature control of molten glass". In: *IEEE Industry Applications Society Dynamic Modeling Control Applications for Industry Workshop*. Vancouver, BC, Canada, 1997, pp. 51–55.
- [87] I. L. Ayala and I. J. Solis. "Structured logic control in glass preparation processes". In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 27.1 (1991), pp. 108–111.
- [88] S. Bergold. "GlassExpert: A Software Family for Improving Quality and Flexibility in Glass Plants". In: *62nd Conference on Glass Problems: Ceramic Engineering and Science Proceedings*. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2002. Chap. 4, pp. 45–58.
- [89] H. Sorg and R. Sims. *Method and apparatus for conditioning and homogenizing a glass stream*. U.S. Patent 5,634,958. 1997.
- [90] H. Sorg and R. Sims. *Method for conditioning and homogenizing a glass stream*. U.S. Patent 5,573,569. 1996.
- [91] Hong Kong Precise Simulation Ltd. *FEATool Multiphysics v1.11 User's Guide*. <https://www.featool.com> [Access date: 04.01.2021].

- [92] W. Byrski, M. Drapała, and J. Byrski. “New On-Line Algorithms for Modelling, Identification and Simulation of Dynamic Systems Using Modulating Functions and Non-Asymptotic State Estimators: Case Study for a Chosen Physical Process”. In: *International Conference of Computer Science 2021*. Ed. by M. Paszynski et al. Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 284–297.
- [93] W. Byrski and M. Drapała. “Adaptive identification method for simulation and control of glass melting process”. In: *2019 24th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. Międzyzdroje, Poland, 2019, pp. 133–138.
- [94] W. Byrski and M. Drapała. “An Algebraic Approach to Solving the Problem of Identification by the Use of Modulating Functions and Convolution Filter. Glass Conditioning Process”. In: *Advanced, Contemporary Control — Proceedings of KKA 2020 - The 20th Polish Control Conference, Łódź, Poland, 2020*. Ed. by A. Bartoszewicz, J. Kabziński, and J. Kacprzyk. Vol. 1196. Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer, 2020, pp. 80–91.
- [95] M. Drapała and W. Byrski. “Continuous-Time Model Predictive Control with Disturbances Compensation for a Glass Forehearth”. In: *2021 25th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. Międzyzdroje, Poland, 2021, pp. 366–371.
- [96] J. T. Duda. *Modele matematyczne, struktury i algorytmy nadrzędnego sterowania komputerowego*. Kraków: AGH Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, 2003.
- [97] K. S. Holkar and L. M. Waghmare. “An Overview of Model Predictive Control”. In: *International Journal of Control and Automation* 3.4 (2010), pp. 47–63.
- [98] E. F. Camacho and Bordons C. *Model Predictive Control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. London: Springer, 1999.
- [99] A. Niederlinski, Mościński J. i Ogonowski Z. *Regulacja adaptacyjna*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1995.
- [100] J. Tarnawski. „Implementacja algorytmu regulacji predykcyjnej MPC w sterownikach programowalnych”. W: *Pomiary Automatyka Robotyka* 17.6 (2013), s. 100–107.
- [101] M. Morari and H. L. Jay. “Model predictive control: past, present and future”. In: *Computers & Chemical Engineering* 23.4 (1999), pp. 667–682.
- [102] S. J. Qin and T. A. Badgwell. “A survey of industrial model predictive control technology”. In: *Control Engineering Practice* 11.7 (2003), pp. 733–764.
- [103] L. Wang. *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Advances in Industrial Control. London: Springer, 2009.
- [104] L. Wang. “Continuous time model predictive control design using orthonormal functions”. In: *International Journal of Control* 74.16 (2001), pp. 1588–1600.



- [105] J. M. Maciejowski. *Predictive control with constraints*. London: Pearson Education Limited, Prentice-Hall, 2002.
- [106] B. Huyck. “Model Predictive Control in the Chemical Process Industry hosted by Industrial Controllers”. PhD thesis. KU Leuven – Faculty of Engineering Science, 2013.
- [107] B. Huyck et al. “Online model predictive control of industrial processes using low level control hardware: A pilot-scale distillation column case study”. In: *Control Engineering Practice* 28 (2014), pp. 34–48.
- [108] J. L. Guzman and T. Hägglund. “Simple tuning rules for feedforward compensators”. In: *Journal of Process Control* 21.1 (2011), pp. 92–102.
- [109] J. Baranowski i in. *Teoria sterowania. Materiały pomocnicze do ćwiczeń laboratoryjnych*. Kraków: Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, 2007.
- [110] C. Hildreth. “A quadratic programming procedure”. In: *Naval Research Logistics Quarterly* 4.1 (1957), pp. 79–85.
- [111] G. Lindfield and J. Penny. *Numerical Methods Using MATLAB*. Academic Press, 2019.
- [112] J. Ułasiewicz. *Systemy czasu rzeczywistego. QNX 6 Neutrino*. Warszawa: Wydawnictwo BTC, 2007.
- [113] A.S. Tanenbaum and H. Bos. *Modern Operating Systems, 4th Edition*. Pearson Higher Education, 2015.
- [114] BlackBerry QNX. *QNX Momentics IDE 7.0 User’s Guide*.  
<http://www.qnx.com/developers/docs/7.0.0/> [Access date: 27.05.2021].
- [115] MathWorks®. *HelpCenter: Matlab Coder*.  
<https://www.mathworks.com/help/coder/> [Access date: 27.05.2021].
- [116] A. Chiuso and G. Pillonetto. “System Identification: A Machine Learning Perspective”. In: *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems* 2.1 (2019), pp. 281–304.