

Streszczenie

W niniejszej pracy rozważam zagadnienie własne dla operatora Laplace'a z zerowymi warunkami brzegowymi postaci

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) = -\lambda u(x, y) & \text{w } \Omega \\ u(x, y) = 0 & \text{na } \Omega . \end{cases} \quad (1)$$

Prezentuję wyniki badań nad wykrywaniem i lokalizacją uszkodzenia dla obszarów geometrycznych Ω jakimi są kwadrat o boku długości jeden, koło o promieniu jednostkowym i środku w początku układu współrzędnych, elipsie o małej półosi równej 1 i dużej półosi równej 1.5 oraz trójkątów równobocznym, równoramiennym i prostokątnym. Widmo operatora Laplace'a służy mi jako narzędziem dzięki, któremu stworzyłem mapy izochorowe podanych obszarów, po to aby na ich podstawie i odczytu widma dla obszaru z uszkodzeniem wykryć i zlokalizować uszkodzenie. Dla kwadratu, koła i elipsy pokazuję bezpośrednią metodę odczytu położenia uszkodzenia na podstawie stworzonych map izochorowych. W przypadku trójkątów prezentuję metodę identyfikacji wizualnej wykrycia i lokalizowania uszkodzenia polegającą na odczytaniu obszarów z map stworzonych przy użyciu rozstępu czyli różnicy między wartością największą wartości własnych a najmniejszą wartością wartości własnych. W symbolice matematycznej rozstęp zapisujemy następującym równaniem $R = \lambda_{max} - \lambda_{min}$.

Ponadto rozważam własności widma operatora Laplace'a dla kwadratów o długości boków 1, 2 i 3 oraz kół o promieniu równym 1 i 2. Analizuję ich widmo szukając podobieństwa między nimi. Osobno dla poszczególnych figur geometrycznych. Badam symetrię i regularność widma na podstawie kolorowych map izochorowych i trójwymiarowych powierzchni minimalnych λ_{min} i maksymalnych λ_{max} wartości własnych. Podaję zależność między postacią widma kolejnych kwadratów a długością ich boków.