dr hab. inż. Andrzej Romanowski, prof. uczelni
Instytut Informatyki Stosowanej
Politechnika Łódzka
email: a.romanowski@iis.p.lodz.pl

Łódź, dnia 5 czerwca 2020 r.

WPŁYNĘŁO
dnia 16.06.20
podpis

**Recenzja rozprawy doktorskiej wykonanej na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie**

**Tytuł rozprawy:**
**„Wykrywanie i lokalizacja uszkodzeń struktury w wybranych obszarach geometrycznych z wykorzystaniem teorii spektralnej"**

Autor rozprawy: **mgr Mateusz Brzęk**

Rozprawa została przygotowana pod merytoryczną opieką prof. dr hab. inż. Wojciecha Mitkowskiego, któremu Rada Wydziału Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej powierzyła funkcję promotora. Recenzję przygotowano na podstawie zlecenia Przewodniczącego Rady Dyscypliny Automatyka, Elektronika i Elektrotechnika, dr hab. inż. Ryszarda Sroki, prof. uczelni zawartego w piśmie z grudnia 2019 r. Przedstawiona do oceny rozprawa zawiera 96 stron tekstu podzielonych na 7 rozdziałów głównych, w tym wstęp i podsumowanie, a także dodatkowo wykaz literatury. Wykaz literatury obejmuje 69 pozycji z różnych dziedzin wiedzy związanej z rozprawą, w tym także odnośniki internetowe. W wykazie literatury znajdują się 3 pozycje, których Doktorant jest współautorem.

## 1. Dobór tematu, cel i zakres pracy

W niniejszej rozprawie Doktorant zaprezentował opracowane algorytmy do lokalizacji uszkodzeń w obszarach geometrycznych na podstawie znajomości widma Laplace'a. Autor zaprezentował rezultaty swoich prac badawczych dla specyficznych obszarów takich jak koło, elipsa, kwadrat i trójkąt. Niniejsza rozprawa porusza tematykę analizy tzw. zagadnień odwrotnych (czy też problemów odwrotnych). Problemy odwrotne to klasa zagadnień występująca w różnych dziedzinach wiedzy podstawowej, w tym głównie w matematyce oraz, co niezwykle istotne z punktu widzenia dyscypliny, w której została zrealizowana niniejsza praca, także w inżynierii. Zagadnienia te dotyczą zwykle odtworzenia stanu badanego zjawiska na podstawie przeprowadzonych zewnętrznych obserwacji. W praktyce sprowadza się to do wyznaczenia danych parametrów badanego obiektu w oparciu o zebrane wartości pomiarowe dotyczące jego samego lub też towarzyszącego mu otoczenia. Metody rozwiązywania problemów odwrotnych znajdują szerokie zastosowanie np. w geofizyce, obrazowaniu, astronomii, tomografii, inżynierii procesowej, chemicznej i in. W związku z tym, uważam tematykę poruszaną w pracy za aktualną i niezwykle istotną, w szczególności w zastosowaniach przemysłowych (np. w systemach monitorowania, diagnostyki i sterowania opartych na nowoczesnych technikach pomiarowo-kontrolnych, w tym choćby na technologii tomografii elektrycznej).

Rozwiązania zagadnień odwrotnych mogą być związane z szeregiem trudności matematycznych wynikających np. ze złego uwarunkowania, nieliniowości, czy też w skrajnych przypadkach niedookreślonego charakteru problemu. Zgodnie z definicją Hadamarda, pochodzącą z początku ub. stulecia, źle postawione (czy też: źle uwarunkowane) zagadnienie (z ang. *ill-posed*) może się wiązać z jednym z trzech warunków:

- rozwiązanie nie istnieje,
- rozwiązanie istnieje, ale nie jest unikalne,
- rozwiązanie nie jest funkcją ciągłą dla dziedziny problemu.

W zastosowaniach praktycznych często spełniony jest ten drugi warunek, co zwykle oznacza, że różne przyczyny (stany monitorowanego obiektu, procesu) mogą powodować takie same odczyty pomiarowe (najczęściej obarczone także szumem dodatkowo fałszującym wyniki obserwacji). Natomiast niedookreśloność (czy też pod-określoność) polegająca na tym, że liczba wartości pomiarowych (czyli danych) jest znacznie mniejsza od liczby wartości szukanych, związana jest często z bardzo dynamicznie zmieniającymi się procesami przemysłowymi. Z każdą z ww. własności związane są trudności matematyczne, których pokonanie prowadzi do mniej lub bardziej precyzyjnych przybliżeń rozwiązania zagadnienia odwrotnego w danym, konkretnym przypadku.

Doktorant już we wstępie pracy zarysował całą gamę obszarów, w których rozwiązanie zagadnień odwrotnych ma kolosalne znaczenie. Autor szczególnie szeroko przybliża czytelnikowi dziedzinę testów nieniszczących, w tym wykorzystujących różne modalności technik opartych na falach i promieniowaniu elektromagnetycznym. W związku z tym uważam, że zadanie dot. lokalizacji uszkodzeń w wybranych obszarach geometrycznych przy ograniczonej informacji pomiarowej, jakie postawił przed sobą w ramach niniejszej rozprawy Doktorant jest aktualne oraz ambitne, a także należy podkreślić fakt, że może mieć ono konkretne zastosowania o charakterze utylitarnym.

Przegląd rozdziałów

We wstępie Autor zaprezentował przegląd literatury, a także koncepcję, cel i tezę pracy. W przeglądzie literatury Doktorant zręcznie wprowadził czytelnika w problematykę zagadnień odwrotnych, dla których opracował algorytmy przedstawiane w niniejszej rozprawie. Następnie zaprezentował cel i zakres pracy polegający na opracowaniu algorytmu, metody i narzędzi do określania położeń uszkodzeń w ustalonych obszarach geometrycznych. W swoich badaniach Autor skupił się na podstawowych kształtach obszarów geometrycznych takich jak: kwadrat, koło, elipsa i trójkąt. Badania zostały przeprowadzone na bazie Teorii Spektralnej, z wykorzystaniem analizy widma operatora Laplace'a, przy wykorzystaniu pakietu oprogramowania Matlab.

W kolejnych rozdziałach czytelnik może się zapoznać z aparatem matematycznym i narzędziami informatycznymi wykorzystywanymi przez Doktoranta. Rozdział 2 zawiera podstawowe pojęcia i definicje dotyczące rozprawy, w tym wprowadzenie do teorii spektralnej i własności liniowych operatorów samosprzężonych oraz analityczne rozważania dla zagadnienia własnego operatora Laplace'a. Na bazie tych zagadnień teoretycznych zaproponowano metody i algorytm map izochorowych oraz metodologię wyznaczania położenia uszkodzenia dla poszczególnych obszarów geometrycznych. Rozdział 3 natomiast dotyczy metody elementów skończonych i jej implementacji w wykorzystywanym przez Autora pakiecie Matlab PDE Toolbox.

Rozdział 4 pt. "Wyniki badań podstawowych obszarów geometrycznych" zawiera opisy autorskiego algorytmu i metody wykonywania pomiarów oraz wyników doświadczeń numerycznych. Zaprezentowane zostały przykłady przybliżonego lokalizowania obszarów z uszkodzeniem przy użyciu map izochorowych dla obszarów jakimi są kwadrat, koło i elipsa, natomiast dla obszarów dla obszarów geometrycznych jakimi są trójkąt równoboczny, równoramienny i prostokątny przedstawiono metodę identyfikacji wizualnej obszarów z uszkodzeniem.

Rozdział 5 pt. "Analiza widma operatora Laplace'a dla kwadratów o bokach 1, 2, 3 z uszkodzeniem wewnętrznym" zawiera analizę widma operatora Laplace'a dla uszkodzonego obszaru geometrycznego jakim są kwadraty o wymiarach [0, 1] × [0, 1], [0, 2] × [0, 2] i [0, 3] × [0, 3]. Rozdział ten jest także interesujący ze względu na pytania postawione przez Autora rozprawy już na jego wstępie. Doktorant pokusił się tutaj o szersze wprowadzenie zadając szereg pytań badawczych dotyczących m.in. ewentualnych zmian numerycznego widma operatora Laplace'a przy zmianie rozmiarów badanych obszarów, co jest szczególnie interesujące w aspekcie praktycznego wykorzystania wyników badań Autora. Pytania te zostały poddane rozważaniom w dalszej części rozdziału. Podobne rozważania dotyczące podobieństwa widm dla różnych rozmiarów symulowanych obszarów zostały przedstawione dla kół w rozdziale 6. pt. „Porównanie obrazów numerycznego widma operatora Laplace'a dla kół o promieniach 1 i 2 z uszkodzeniem wewnętrznym".

Ostatni rozdział 7 pt. „Podsumowanie" zawiera syntetyczny opis wyników uzyskanych przez Autora w ramach prac badawczych nad rozprawą doktorską. Podsumowując, Autor podaje najważniejsze elementy zaproponowanej przez siebie koncepcji porównania map izochorowych na podstawie wyodrębniania z uzyskanego pomiaru wartości najmniejszej $\lambda_{min}$ i największej $\lambda_{max}$ widma. Dodatkowo Autor przedstawia proponowane obszary zastosowania autorskiej metody i kierunki dalszego rozwoju prac badawczych. Na koniec Autor zaprezentował swoje najważniejsze osiągnięcia przedstawione w ramach rozprawy doktorskiej.

## 2. Zasadnicze tezy pracy

Została sformułowana jedna, podstawowa teza rozprawy. Autor stwierdza, że:

*„**Możliwe jest wykrywanie i lokalizacja położenia uszkodzenia (nieciągłości) w obszarach geometrycznych takich jak kwadrat, koło, elipsa, trójkąty równoboczny, równoramienny i trójkąt prostokątny z wykorzystaniem widma operatora Laplace'a jako szczególnego przykładu operatora eliptycznego.**"*

Sformułowanie zawarte w tezie: "*...z wykorzystaniem widma operatora Laplace'a jako szczególnego przykładu operatora eliptycznego...*" budzi pewne wątpliwości jako niezbyt precyzyjne. Autor jako cel (jednoznacznie sformułowany w pracy) stawia sobie opracowanie algorytmu wykrywania i metod lokalizacji uszkodzenia z wykorzystaniem - nazywanych tak przez Autora - map izochorowych tworzonych na podstawie danych pomiarowych, co sugerowałoby możliwość postawienia tezy o bardziej szczegółowym brzmieniu. Natomiast dla dalszych prac badawczych przedstawionych w rozprawie Autor skupia się na eksperymentach numerycznych prowadząc symulacje z wykorzystaniem Matlab PDE Toolbox. Pomimo tej krytycznej uwagi należy stwierdzić, że w/w teza postawiła przed Doktorantem nowatorskie i ambitne zadania, wymagające dobrego przygotowania teoretycznego, głębokiej znajomości specyfiki problemu, a także przeprowadzenia szeregu prac weryfikacyjnych.

W celu udowodnienia tezy Autor zaproponował metodologię wyznaczania nieciągłości w wybranych – ale reprezentatywnych dla większości przypadków uproszczonych modeli obiektów występujących w zastosowaniach praktycznych – obszarach geometrycznych, opracował skuteczny algorytm oparty na autorskiej koncepcji map izochorowych i przetestował go w numerycznym środowisku obliczeniowym Matlab dla szeregu przypadków. Nie mam wątpliwości, że przedstawione w dysertacji rezultaty pozwalają uznać postawioną tezę za udowodnioną.

## 3. Merytoryczna ocena pracy

Mgr inż. Mateusz Brzęk podjął się ambitnego zadania opracowania metod wyznaczania nieciągłości w obszarach geometrycznych na podstawie jego zewnętrznych obserwacji, z wykorzystaniem aparatu matematycznego z zakresu analizy widma operatora Laplace'a i teorii spektralnej.

W pierwszej części prezentowanych wyników autorskich badań, w rozdziale 4, Doktorant prezentuje autorski algorytm wyznaczania wartości własnych $\lambda_{min}$, $\lambda_1$, $\lambda_2$, ... , $\lambda_{max}$., który został przez niego zaimplementowany dla celów testowych w PDE Toolbox na bazie dyskretyzacji obszaru uszkodzonego w metodzie elementów skończonych za pomocą trójkątów. Następnie Autor prezentuje uzyskane istotne wyniki badań dla podstawowych obszarów geometrycznych. Zaprezentowane zostały wyniki uzyskane dla kolejno: kwadratu o wymiarach jednostkowych [0,1] x [0,1], koła jednostkowego $S((0,0),1)$, elipsy o wielkiej półosi $a$=1,5 i małej półosi $b$=1 oraz podwojonej wielkiej półosi $2a$, trójkąta równobocznego, równoramiennego i prostokątnego. W każdym przypadku Autor uzyskał zestawienia statystycznych parametrów struktury danych najmniejszych i największych wartości własnych poszczególnych obszarów (kwadratu jednostkowego, koła jednostkowego, elipsy, trójkątów: równobocznego, równoramiennego i prostokątnego) i otrzymane wyniki przedstawił syntetycznie w postaci tabelarycznej. Następnie na ich bazie dokonał analizy i wygenerował mapy izochorowe dla wartości najmniejszych $\lambda_{min}$ i mapy izochorowe dla wartości największych $\lambda_{max}$ w postaci wykresów poziomicowych. W kolejnym etapie zaprezentowano także kolorowe mapy izochorowe w popularnej, przyjaznej użytkownikowi, skali kolorystycznej od niebieskiego (wartości najmniejsze) do czerwonego (wartości największe), co pozwala czytelnikowi na łatwiejsze zrozumienie i interpretację uzyskanych wyników. Wreszcie na bazie obliczonych różnic wartości najmniejszych i największych możliwe jest wyznaczenie przybliżonych lokalizacji uszkodzeń (nieciągłości) poszczególnych obszarów geometrycznych. Dla każdego z badanych przypadków Autor zaprezentował odpowiednie ryciny ilustrujące graficzną dystrybucję wartości tych rozstępów na planie poszczególnych obszarów geometrycznych (również z wykorzystaniem tej samej mapy kolorystycznej od niebieskiego do czerwonego). W rezultacie analizy otrzymanych wyników dla wszystkich przebadanych podstawowych kształtów geometrycznych Autor wyciągnął wnioski na temat podobieństwa i różnic postaci wykresów wartości najmniejszych, które cechuje kształt rozkładu normalnego (kapelusz Gaussa), przy czym ich charakterystyka liczbowa odzwierciedlona wyglądem (kształtem) kapelusza jest odmienna dla poszczególnych przypadków. Autor podjął także dyskusję o symetrii i jej zaburzeniu dla poszczególnych figur geometrycznych ograniczających badane obszary przy użyciu zaproponowanej metody map izochorowych.

W drugiej części badań Autor dokonał analizy widma operatora Laplace'a dla kwadratów o bokach 1, 2 i 3 z uszkodzeniem wewnętrznym (rozdział 5) oraz porównania obrazów numerycznego widma operatora Laplace'a dla kół o promieniach 1 i 2 z uszkodzeniem wewnętrznym (rozdział 6). W przypadku kwadratów wartości własnych dla kwadratów o wymiarach $[0,1] \times [0,1]$, $[0,2] \times [0,2]$ i $[0,3] \times [0,3]$. Autor zaobserwował, że powierzchnie map izochorowych stają się coraz bardziej pofałdowane (zagęszczone) przez lokalne minima i maksima wraz ze wzrostem długości boku kwadratów. Efekt ten odzwierciedlają na trójwymiarowych wykresach, trafnie dobranych przez Autora rozprawy do wizualizacji tej części analizy, spiczaste ostrosłupy odkształcające powierzchnie poszczególnych kształtów. Jeśli chodzi o symetrię to dla poszczególnych kwadratów przeprowadzono analizę względem prostych o równaniach $x = 0.5$ i $y = 0.5$ oraz symetrię względem przekątnych czyli prostych o rów- naniach $y = x$ i $y = 1-x$, $y = 2-x$, $y = 3-x$. We wnioskach odnotowano wzrost symetrii wartości najmniejszych $\lambda_{min}$ wraz ze wzrostem długości boku kwadratów oraz spadek symetrii wartości największych $\lambda_{max}$. Porównując obrazy numerycznego widma operatora Laplace'a dla kół o promieniach 1 i 2 z uszkodzeniem wewnętrznym Autor doszedł do wniosku, że rozkład najmniejszych wartości własnych $\lambda_{min}$ przyjmuje postać kapelusza Gaussa z tą różnicą, że wraz ze wzrostem promienia maleje zakres $\lambda_{min}$., co oznacza zmniejszenie (spłaszczenie) kształtu powierzchni kapelusza. Natomiast analiza symetrii wykazała, że $\lambda_{min}$ dla koła o większym promieniu wykazuje większą symetrię wartości. W przypadku $\lambda_{max}$ dla promienia koła 1 wartości te są regularnie i symetrycznie rozłożone względem dowolnej średnicy, natomiast dla większego promienia (równego 2) symetria i regularność zostaje zaburzona i praktycznie zanika.

W badaniach doktoranta należy podkreślić fakt systematycznego podejścia Autora do eksperymentalno-symulacyjnej weryfikacji proponowanej koncepcji z wykorzystaniem odpowiedniego aparatu matematycznego i dobrze dobranych narzędzi informatycznych. W przeprowadzonych badaniach Doktorant uwzględnił analizę widma operatora Laplace'a i teorię spektralną w celu opracowania nowego podejścia do zagadnienia rozwiązania określonej klasy problemów odwrotnych.

Opracowana przez Doktoranta metoda i autorski algorytm tworzenia map izochorowych dla celów określania położenia uszkodzenia (nieciągłości) pozwala na wyznaczanie uszkodzeń w podstawowych obszarach geometrycznych. Dodatkowo autorska metoda identyfikacji wizualnej położenia uszkodzenia pozwala na łatwe badanie regularności i symetrii zaburzeń map izochorowych wyznaczanych na podstawie wartości najmniejszych i największych dla poszczególnych obszarów, w tym wraz ze zmianą ich rozmiarów. Gruntowne przebadanie proponowanych metod i algorytmu stanowią, w mojej ocenie, solidną podstawę do dalszych prac eksperymentalnych na obiektach rzeczywistych dla całej gamy możliwych zastosowań praktycznych.

## 4. Analiza źródeł

Bibliografia z różnych dziedzin wiedzy związanych z rozprawą zawiera podstawowe pozycje dotyczące problematyki rozprawy doktorskiej. Bibliografia obejmuje listę 69 pozycji, w tym wydania książkowe, artykuły przeglądowe, badawcze – zarówno publikacje z uznanych wydawnictw i czasopism międzynarodowych, jak i polskich, a także publikacje konferencyjne i materiały edukacyjne udostępnione na stronach internetowych. Przeważają pozycje literatury dotyczące podstaw matematycznych, w tym zagadnień odwrotnych, analizy matematycznej, statystyki i prawdopodobieństwa, ale także metod testowania, metod numerycznych czy metody elementów skończonych. Przy (nielicznych) pozycjach internetowych brakuje dat dostępu, co jednak nie umniejsza bardzo dobrego wrażenia dot. wysokiego poziomu edytorskiego i merytorycznego tej części rozprawy. Lista bibliografii została przygotowana starannie i czytelnie.

## 4. Ocena strony redakcyjnej rozprawy

Przedstawiona do recenzji rozprawa została przygotowana w języku polskim. Przejrzysta struktura pracy pozwala na łatwą orientację czytelnika w tekście. Najważniejsze wyniki pracy zostały odpowiednio wyeksponowane. Na uwagę zasługuje dbałość Autora o szatę graficzną i formatowanie tekstu. Warta podkreślenia jest wysoka jakość kolorowych rycin dobrze ilustrujących omawiane koncepcje i przede wszystkim autorskie wyniki prac badawczych, ale także bogato zdobiących tekst rozprawy. Autor nie ustrzegł się drobnych błędów formatowania tabel, ale pozostaje to bez wpływu na ich czytelność. Nieco słabiej, w tym kontekście, należy niestety ocenić warstwę językową rozprawy (vide uwagi krytyczne).

## 5. Oryginalność i przydatność rozprawy

Zdaniem recenzenta zarówno tematyka rozprawy, zastosowane metody i uzyskane wyniki noszą cechy oryginalności. Należy zaznaczyć, że ważnym aspektem tych prac jest ich umiejscowienie w światowych badaniach nad opracowaniem algorytmów rozwiązania problemu odwrotnego w celu lokalizacji uszkodzeń (nieciągłości obszarów geometrycznych). Jest to problem z klasy zagadnień odwrotnych spotykany w szeregu istotnych praktycznych zastosowań. Rezultaty badań przedstawione przez Doktoranta mogą stanowić wkład w dalsze prace i budowę nowoczesnych, skomputeryzowanych systemów opartych na metodach i algorytmach wykrywania uszkodzeń w wielu obszarach zastosowań.

## 6. Uwagi krytyczne i komentarze

Praca przedstawiona do recenzji została przygotowana, pod względem graficznym, bardzo czytelnie. Jednakże Autor nie ustrzegł się szeregu niedociągnięć w warstwie językowej rozprawy. Są to zarówno błędy redakcyjne, niedociągnięcia składniowe, jak i pewna niekonsekwencja edycyjna. Różnego rodzaju niezręczności językowe i błędy edytorskie kontrastują z wyrazistą, przejrzystą i przyjazną dla czytelnika oprawą graficzną tekstu.

Najbardziej jaskrawym przykładem niekonsekwencji w warstwie edytorskiej jest zastosowany przez Autora typ narracji. Niestety w tym zakresie styl Autora jest niespójny. Przykładowo w dolnej części strony 9. w jednym akapicie Doktorant zastosował trzy różne style: wpierw narrację w 3 osobie (*„autor przyjął”*), następnie w 1 osobie (*„mnie interesuje”*), by w kolejnym zdaniu przejść do liczby mnogiej (*„uzyskaliśmy do analizy”*). Szczególnie niekorzystna jest, w opinii recenzji, zastosowana w szeregu fragmentów pracy narracja w liczbie mnogiej. Taki zabieg retoryczny wzbudza u czytelnika rozprawy mylne wrażenie co do samodzielności uzyskanych przez jej Autora wyników. Ujmując rzecz generalnie, ujednolicenie stylu w ramach całej rozprawy byłoby, w opinii recenzenta, zabiegiem pozytywnie wpływającym na czytelność rozprawy i poprawiającym właściwy odbiór istotnych osiągnięć Doktoranta. Innym zabiegiem stylistycznym utrudniającym, w niektórych momentach, podążanie za logiką tekstu jest animizacja niektórych pojęć występujących w tekście. Autor stylistycznie „ożywia” niekiedy np. opisywany algorytm (np. str. 42) co powoduje mylne wrażenie co do kierowniczego sprawstwa wykonywanych przez jednostkę obliczeniową czynności.

Jeśli chodzi o stronę merytoryczną, to podstawowa wątpliwość dotyczy pojęcia „map izochorowych”. Autor wprowadził pojęcie ”map izochorowych” na stronie 9. W związku z tym, że zaproponowana przez Doktoranta nazwa nie jest standardowa (być może została zaproponowana przez autora na odróżnienie od kartograficznego określenia mapy poziomicowej?), a także biorąc pod uwagę blisko spokrewnione określenia dla odpowiedników metod LSM (z ang. *level set methods*) należało poświęcić więcej uwagi na odpowiednie wprowadzenie i utrwalenie tego pojęcia. Być może, choćby dla wygody czytelników, warto było wydzielić np. osobny fragment pracy na wprowadzenie tego, a także innych, specyficznych dla niniejszej rozprawy, podstawowych pojęć.

Ponadto, Autor niekonsekwentnie zastosował numerowanie i odwołania do wzorów występujących w rozprawie. Przykładowo, rozdział 3 zawiera numery wzorów, przy czym w przypadku rozdziału 2 tylko niektóre wzory są numerowane. Interesujący jest fakt, że Autor zastosował w tekście referencje jedynie do nielicznych wzorów (np. do równania 3.1, 3.2, 3.5, ale do szeregu innych już nie...). Jest to niekonsekwencja utrudniająca czytelnikowi sprawne śledzenie logicznego toku rozumowania (i sposobu wnioskowania podjętego na drodze do uzyskanych przez Doktoranta wyników) ujawnionego przez Autora w tekście rozprawy.

Z innych drobnych potknięć edycyjnych wskazać można m.in. odwołanie do „poniższej tabeli” (strona 32) – której brak poniżej cytowanego tekstu. Tego typu niezręczności można było łatwo uniknąć stosując konsekwentnie numerację oraz odwołania w tekście do wszystkich tabel, wzorów oraz ilustracji. Autorowi udało się w ramach niniejszej rozprawy zaprezentować jako matematyk biegle posługujący się rzemiosłem – aparatem matematycznym. Niestety nie zawsze dołożył On należytej staranności przy pisowni wzorów i równań. M.in. w kilku miejscach iloczyn kartezjański nie został właściwie zapisany, w innych miejscach wkradły się przekłamania co do znaków i symboli.

Recenzowana rozprawa nie jest pozbawiona fragmentów budzących pewne wątpliwości lub rodzących określone pytania dotyczące następujących kwestii merytorycznych:

1. W rozdziale 4 Autor prezentuje wyniki badań numerycznych wykonanych w środowisku Matlab, z wykorzytaniem PDE Toolbox. Rys. 4.1 przedstawia ilustrację symulacji obszaru kwadratowego, podlegającego obliczeniom numerycznym z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Kwadrat ten jest pokryty siatką dzielącą obszar na mniejsze elementy trójkątne o liczbie 722. Natomiast w dalszej części pracy, na szeregu ilustracji przedstawiających np. mapy izochorowe widoczne są obrazy składające się ze znacznej liczby pikseli. Autor mógł przedstawić szersze wyjaśnienia jak dokładnie został przeprowadzony proces rozwiązania zagadnienia odwrotnego w aspekcie trudności matematycznych, w szczególności uniknięcia tzw. *inverse crime*. Czy Autor badał wpływ zmiany danych wejściowych (np. szumu) na skuteczność badanych algorytmów?

2. W rozdziale 4, w podrozdziale 4.1.2. prezentowany jest Rys. 4.8., który jednak nie znajduje odniesienia w tekście tego podrozdziału. Krótki podpis tego rysunku nie jest, w opinii recenzenta, wystarczająco precyzyjny. Recenzent zgaduje, że Autor zamieścił najbardziej znaczącą informację w końcu pierwszego akapitu, jednak takie rozwiązanie (bez odwołania do konkretnego rysunku) nie jest satysfakcjonujące.

3. Na stronie 42 Autor przedstawia procedurę działania algorytmu zaimplementowanego w pakiecie obliczeniowym Matlab PDE Toolbox. Jest tam m.in. napisane, że:
   „...wszystkie obliczenia które zawierają jedynie macierze i wektory rozmiaru $j$ są o wiele tańsze w obliczeniach niż te, które zawierają wektory o długości $n$. ...".
   Jakie dokładnie znaczenie ma określenie: „tańsze" w powyższym kontekście?

4. Na stronie 42 Autor podaje, że:
   „...obliczenia dla wartości własnej i testy dla zbieżności są robione co kilka kroków $j$, dopóki wszystkie przybliżenia wartości własnych wewnątrz szukanego przedziału nie zostaną oznaczone jako zbieżne. Kiedy $n$ jest dużo większe niż $j$ takie obliczenia są robione bardzo często, natomiast dla mniejszych $n$ dużo rzadziej ...".
   Proszę sprecyzować co dokładnie oznaczają określenia: „co kilka kroków", „często", „dużo rzadziej".

5. Zaproponowana przez Autora metoda opiera się na znajomości pierwszych wartości własnych operatora Laplace'a. W dalszych pracach na pewno cennym byłoby móc zastosować w praktyce opracowane algorytmy. Proszę o komentarz w jaki sposób może być kontynuowana podjęta w rozprawie praca badawcza w tym zakresie.

6. Autor kilkukrotnie podkreśla, że najważniejsze wyniki prac badawczych uzyskał na podstawie przeprowadzonych przez niego obliczeń numerycznych. Jednakże w rozprawie nie znalazłem wyczerpującej informacji dotyczącej środowiska obliczeniowego, w jakim te obliczenia zostały przeprowadzone. Moim zdaniem interesująco przedstawiałoby się zestawienie informacji nt. wykorzystanego sprzętu, złożoności obliczeniowej algorytmów oraz czasu wykonywania obliczeń. Istotnym pytaniem implementacyjnym wydaje się być także to, jak iteracyjny charakter badanych metod i algorytmów wpływa na ich docelowe

zastosowanie w szerszym zakresie zagadnień praktycznych. Proszę o skomentowanie ww. aspektów obliczeniowych i implementacyjnych.

## 7. Wnioski końcowe

Do istotnych osiągnięć Doktoranta można zaliczyć:

1) Opracowanie metody i algorytmu uzyskiwania danych niezbędnych do tworzenia map izochorowych.
2) Zaproponowanie koncepcji map izochorowych najmniejszych i największych wartości własnych następujących obszarów geometrycznych: kwadrat, koło, elipsa oraz obszarów rozstępów dla obszarów jakimi są trójkąt równoboczny, trójkąt równoramienny i trójkąt prostokątny.
3) Opracowanie metody określenia położenia uszkodzenia na podstawie map izochorowych następujących obszarów geometrycznych: kwadrat, koło, elipsa.
4) Opracowanie metody identyfikacji wizualnej położenia uszkodzenia następujących obszarów geometrycznych: trójkąt równoboczny, trójkąt równoramienny i trójkąt prostokątny.
5) Graficzne metody badania symetrii najmniejszych i największych wartości własnych kwadratów o bokach równych 1, 2 i 3, oraz map izochorowych najmniejszych i największych wartości własnych kwadratów i kół.

Autor przeprowadził zarówno szeroką dyskusję teoretyczną, jak i szerokie badania numeryczne, pozytywnie weryfikując zaproponowane przez siebie metody i algorytmy. Zaproponowana przez Autora koncepcja lokalizacji uszkodzeń struktury w wybranych obszarach geometrycznych z wykorzystaniem teorii spektralnej okazała się skutecznym sposobem, który może być zastosowany w procesie rozwiązania zagadnień odwrotnych szeregu zastosowań.

Przytoczone powyżej uwagi krytyczne nie umniejszają wartości naukowej ocenianej pracy. Uważam, że praca zawiera wartościowy i oryginalny dorobek naukowy Doktoranta. Zakres i poziom uzyskanych wyników badawczych odpowiada ustawowym (Ustawa o stopniach naukowych i tytule naukowym z dnia 14 marca 2003 r z późniejszymi zmianami – tekst jednolity Dz. Ustaw z 2017 r. poz. 1789) i zwyczajowym wymaganiom stawianym rozprawom na stopień doktora nauk technicznych w dyscyplinie automatyka i robotyka (obecnie w dyscyplinie automatyka, elektronika i elektrotechnika w naukach inżynieryjno-technicznych).

**Wnioskuję zatem do Wysokiej Rady Dyscypliny Automatyka, Elektronika i Elektrotechnika Akademii Górniczo Hutniczej w Krakowie o przyjęcie rozprawy i dopuszczenie jej Autora, mgra Mateusza Brzęka do jej publicznej obrony.**

A Romanowski