Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Elektrotechniki, Automatyki,
Informatyki i Inżynierii Biomedycznej

Autoreferat

Maciej Różewicz

ALGORYTMY STABILIZACJI POJAZDÓW JEDNOŚLADOWYCH

Promotor:
dr hab. inż. Adam Piłat, prof. uczelni

Kraków, 2020

1 Wstęp

We współczesnym przemyśle motoryzacyjnym coraz więcej uwagi i wysiłku badawczego poświęca się zagadnieniom bezpieczeństwa. Szczególnie duże zainteresowanie ukierunkowane jest na systemy Aktywnego Bezpieczeństwa (ang. *Active Safety* - **AS**) i wspomagania kierowcy (ang. *Advanced Driver Asistance System* - **ADAS**), a także pełna automatyzacja pojazdów (ang. *Autonomous Driving* - **AD**). W większości są to systemy przeznaczone dla samochodów i nie jest możliwe ich bezpośrednie zastosowanie w jednośladach, które mają zupełnie inną dynamikę, co powoduje możliwość utraty równowagi, a w konsekwencji upadku. Zasadne jest zatem opracowanie analogicznych systemów bezpieczeństwa dla jednośladów, zwłaszcza iż według statystyk ryzyko śmierci motocyklisty w wypadku komunikacyjnym jest 37 razy wyższe niż pasażera samochodu [1].

Jednoślad, w porównaniu z samochodem, przysparza dodatkową trudność wynikającą z jego naturalnej niestabilności. Konieczne jest zapewnienie stabilności pozycji wertykalnej w różnych warunkach - zarówno w czasie jazdy jak i podczas postoju. Celowym jest zatem opracowanie systemu aktywnej stabilizacji (ang. *Active Stabilization System* - **ASS**).

Jako że jednoślady są nieliniowymi układami niestabilnymi, zadanie to może stanowić interesujący problem dla inżynierów sterowania. System aktywnej stabilizacji powinien działać poprawnie dla różnych kierowców, a tym samym odznaczać się dużą odpornością na zmiany parametrów działania.

Celem niniejszej pracy jest udowodnienie, iż **możliwe jest utworzenie nieliniowego regulatora stabilizującego jednoślad w warunkach postoju** (jest to przypadek trudniejszy, gdyż jednoślad w pewnym zakresie prędkości posiada własność samostabilizacji - zobacz [3]). Za zadanie postawiono sobie również **pokazanie, że dzięki zastosowaniu regulatora nieliniowego można uzyskać większy obszar atrakcji niż przy zastosowaniu regulatorów liniowych**. Ponadto, projektowany **regulator powinien odznaczać się odpowiednio dużą odpornością na zmiany parametrów układu**.

2 Opracowany model matematyczny

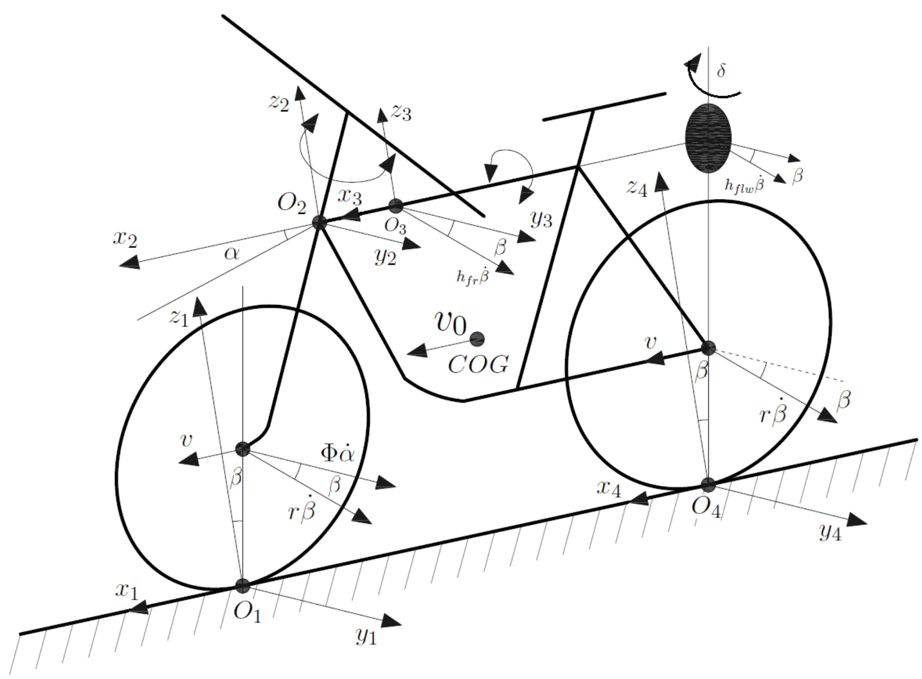
Kompleksowy model dynamiki jednośladu musiałby uwzględniać bardzo dużą liczbę czynników, w tym takie zjawiska jak na przykład: dynamika opony, tarcie podłoża, wpływ jego nierówności, itp. Poza trudnością wyprowadzenia, taki model przysparza również wielu komplikacji przy analizie jego dynamiki, dlatego synteza sterowania staje się bardzo złożona. Aby uzyskać model matematyczny, który obejmuje najważniejsze własności dynamiki istotne dla celów sterowania, jednocześnie nie komplikując bardzo modelu, w niniejszej pracy zaproponowano następujące założenia upraszczające:

- jednoślad porusza się ze stałą prędkością postępową,
- nie występuje poślizg poprzeczny i podłużny kół,
- opona ma zerową grubość,

- jednoślad porusza się po płaskiej powierzchni,
- masę kierownicy uznano za pomijalnie małą.

W celu opracowania modelu dynamiki jednośladu z CMG założono, że pojazd składa się z kilku brył sztywnych:

- ramy,
- przedniego koła,
- tylnego koła,
- koła zamachowego.



Rysunek 1: Schematyczny rysunek jednośladu z **CMG** wraz z zaznaczonymi układami współrzędnych. Rysunek opracowany na podstawie [2].

Do wyznaczenia równań dynamiki została użyta metoda Eulera-Lagrange'a, polega ona na wyznaczeniu funkcjonału Lagrange'a (tak zwanego lagrangianu). Ten funkcjonał jest różnicą całkowitej energii kinetycznej i potencjalnej w układzie (1):

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - P(q) \tag{1}$$

gdzie:

- $q = \begin{bmatrix} \beta & \delta \end{bmatrix}^T$ - jest wektorem uogólnionych położeń w układzie:
  - β - kąt wychylenia ramy roweru od pionu,
  - δ - kąt wychylenia koła zamachowego,
- $K(q, \dot{q})$ - jest funkcją prezentującą sumę energii kinetycznych w układzie,
- $P(q)$ - jest funkcją przedstawiającą sumę energii potencjalnych w układzie.

$$\frac{d}{dt}\left[\nabla_{\dot{q}} L\right] - \nabla_q L = \tau \tag{2}$$

gdzie:

- $\nabla_x F$ - oznaczenie na wektor pochodnych cząstkowych funkcji F względem zmiennej x,
- τ - wektor zewnętrznych sił i momentów sił przyłożonych do układu.

Dla każdego z wymienionych elementów wyznaczono równania opisujące jego energię kinetyczną i potencjalną.

2.1 Energia potencjalna

Dla każdego z wcześniej wymienionych elementów wyznaczono energię potencjalną.

Rama roweru

$$P_{fr} = g m_{fr} h_{fr} \cos\beta \tag{3}$$

Przednie koło

$$P_{fw} = g m_w r \cos\beta \tag{4}$$

Tylne koło

$$P_{rw} = g m_w r \cos\beta \tag{5}$$

Koło zamachowe

$$P_{flw} = g m_{flw} h_{flw} \cos\beta \tag{6}$$

2.2 Energia kinetyczna

Energia kinetyczna dla każdego elementu została wyznaczona jako suma energii ruchu postępowego jednośladu i ruchu obrotowego odchyleń od pionu. Suma energii dla każdego elementu została przedstawiona poniżej:

Rama roweru

$$K_{fr} = \frac{1}{2}(m_{fr} v_{fr}^2 + J_4 \dot{\beta}^2) \tag{7}$$

gdzie:

$v_{fr}^2 = v^2 + (h_{fr}\dot{\beta})^2 + \lambda h_{fr} p_{fr} \dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta$ - prędkość postępowa środka grawitacji roweru, gdzie:

$h_{fr}\dot{\beta}$ - pochodzi od prędkości wychylania ramy,

$\lambda h_{fr} p_{fr} \dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta$ - jest zależna od ruchu kierownicą,

$J_4\dot{\beta}^2$ - pochodzi od prędkości odchylania od pionu.

Przednie koło

$$K_{fw} = \frac{1}{2}(m_w v_{fw}^2 + J_1\dot{\alpha}^2 + J_2\dot{\beta}^2 + J_3\left(\frac{v}{r}\right)^2) \tag{8}$$

gdzie:

$v_{fw}^2 = v^2 + (\Phi\ddot{\alpha})^2 + (r\dot{\beta})^2 + 2\Phi r\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta$ - prędkość postępowa przedniego koła,

$J_1\dot{\alpha}^2$ - składowa pochodząca od ruchu kierownicą,

$J_2\dot{\beta}^2$ - składowa pochodząca od prędkości wychylania od pionu,

$J_3\left(\frac{v}{r}\right)^2$ - składowa pochodząca od ruchu postępowego.

Tylne koło

$$K_{rw} = \frac{1}{2}(m_2 v_{rw}^2 + J_2\dot{\beta}^2 + J_3\left(\frac{v}{r}\right)^2) \tag{9}$$

gdzie:

- $v_{rw}^2 = v^2 + (r\dot{\beta})^2$ - prędkość postępowa tylnego koła,
- $J_2\dot{\beta}^2$ - składowa pochodząca od prędkości wychylania od pionu,
- $J_3\left(\frac{v}{r}\right)^2$ - składowa pochodząca od ruchu postępowego.

Koło zamachowe

$$K_{fw} = \frac{1}{2}(m_{flw} v_{flw}^2 + J_p[\omega^2 + (\dot{\beta}\sin\delta)^2] + J_r[\dot{\delta}^2 + (\dot{\beta}\cos\delta)^2]) \tag{10}$$

gdzie:

$v_{flw}^2 = v^2 + (h_{flw}\dot{\beta})^2 + (\lambda p_{flw}\dot{\alpha})^2 + 2h_{flw}\lambda p_{flw}\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta$ - prędkość postępowa koła zamachowego,

$J_p[\omega^2 + (\dot{\beta}\sin\delta)^2]$ - składowa pochodząca od obrotu wokół głównej osi obrotu,

$J_r[\dot{\delta}^2 + (\dot{\beta}\cos\delta)^2]$ - składowa pochodząca od prędkości precesji.

2.3 Model matematyczny

W celu uproszczenia zaprezentowanego modelu dynamiki można zaproponować pominięcie dynamiki członu wykonawczego, obracającego kołem zamachowym. Taki rezultat można osiągnąć stosując silnik krokowy o stałej czasowej pomijalnie małej w stosunku do czasu próbkowania. Ponadto, dzięki zastosowaniu odpowiedniego sterownika dla silnika krokowego, sterowanie momentem lub sterowanie napięciem można zastąpić sterowaniem wprost prędkością obrotową precesji koła zamachowego. Dzięki temu zabiegowi można zredukować ilość zmiennych stanu z czterech do trzech. W tej konfiguracji stan i sterowanie definiuje się następująco:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\beta} \\ \delta \end{bmatrix}, \quad u = \dot{\delta}. \tag{11}$$

Model nieliniowy, w którym pominięto dynamikę członu wykonawczego zgodnie z podanymi założeniami opisuje układ równań (12):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{\mathbf{J}(x_1,x_3)}[\mathbf{G}\sin x_1 + 2(J_p - J_r)x_2 u \sin x_3 \cos x_3 - J_p \omega u \cos x_3 \\ +(m_{flw} + m_{fr})a_r(\alpha)] \\ \dot{x}_3 = u \end{array} \right\} \tag{12}$$

gdzie:

- $\mathbf{G} = g(h_{fr}m_{fr} + h_{flw}m_{flw} + 2m_w r)$,
- $\mathbf{J}(\beta, \delta) = 2J_2 + J_4 + h_{fr}^2 m_{fr} + 2r^2 m_w + h_{flw}^2 m_{flw} + J_p \cos^2\beta + J_r \sin^2\delta$.

Punktem równowagi powyższego układu jest:

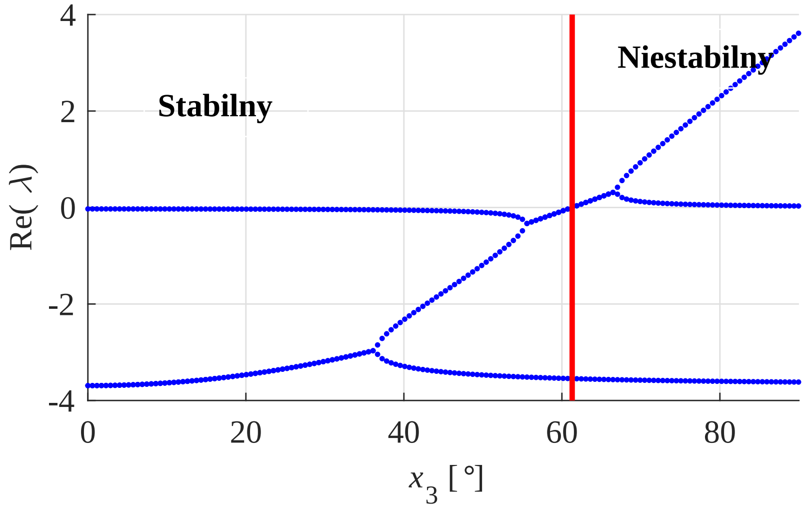
$$x^{eq} = \begin{bmatrix} k\pi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \, gdzie \, k \in Z, \; u^{eq} = 0. \tag{13}$$

Jednak z praktycznego punktu widzenia istotna jest tylko pozycja pionowa górna $x^{eq} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Model zlinearyzowany osiągnięto poprzez zastosowanie linearyzacji metodą Taylora równań (12) wokół punktu równowagi x^{eq}:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{J}(x_1^{eq}, x_3^{eq})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{J_p \omega}{\mathbf{J}(x_1^{eq}, x_3^{eq})} \\ 1 \end{bmatrix} u. \tag{14}$$

Dla modelu zlinearyzowanego można przedstawić wykres wartości własnych układu zamkniętego (z regulatorem liniowym) przy linearyzacji dla różnych wychyleń CMG - rysunek 2. Widać na jego podstawie, że przy zastosowaniu regulatora obszar stabilności jest ograniczony. Dlatego zasadnym jest skonstruowanie regulatora nieliniowego, który zwiększy ten obszar stabilności.



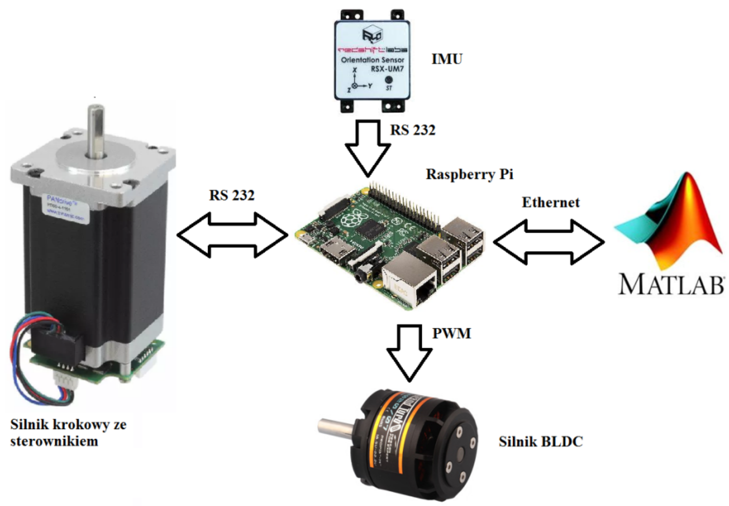
Rysunek 2: Zmienność wartości własnych dla różnych wychyleń koła zamachowego x_3 dla modelu zredukowanego przy regulacji LQ. Czerwoną linią zaznaczono granicę przy której układ się destabilizuje.

3 Stanowisko laboratoryjne

W celu eksperymentalnej weryfikacji opracowanych algorytmów stabilizacji zbudowany został laboratoryjny model badawczy. Jako obiekt sterowania wybrano rowerek dziecięcy. Natomiast platformą obliczeniową, na której zdecydowano się zrealizować zaprojektowane algorytmy sterowania w czasie rzeczywistym, został mini-komputer Raspberry Pi 3B+. Ogólnie, w skład układu badawczego wchodzą następujące elementy:

- mini-komputer Raspberry Pi 3 B+,
- silnik krokowy PAN61 wraz ze sterownikiem,
- sensor IMU (*Inertial Measurement Units*),
- silnik BLDC (*BrushLess Direct-Current motor*) wraz ze sterownikiem.

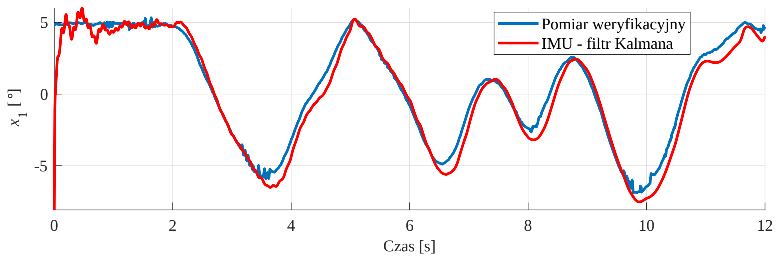
Ideowy schemat połączeń wszystkich elementów przedstawiony został na rysunku 3, natomiast widok zbudowanego rzeczywistego modelu laboratoryjnego przedstawiono na rysunku 4.



Rysunek 3: Schemat ideowy połączeń zbudowanego układu.

Rysunek 4: Funkcjonalny model eksperymentalny.

W trakcie realizacji pracy okazało się, iż drgania wprowadzane do układu przez obracające się koło zamachowe uniemożliwiają odpowiednio dokładne obserwowanie kąta wychylenia ramy i prędkości obrotowej. Konieczność wprowadzenia filtru dolnoprzepustowego spowodowała zbyt duże opóźnienie sygnału, które uniemożliwiło stabilizację. Uzyskane rezultaty dla filtracji sygnału z IMU filtrem dolnoprzepustowym i filtrem Kalmana przedstawiono na rysunku 5.



Rysunek 5: Pomiar weryfikacyjny wychylenia jednośladu.

Z tego powodu koniecznym okazało się zastosowanie zewnętrznego układu pomiarowego. W tym celu zastosowano laserowy miernik odległości LR-TB5000 firmy Keyence.

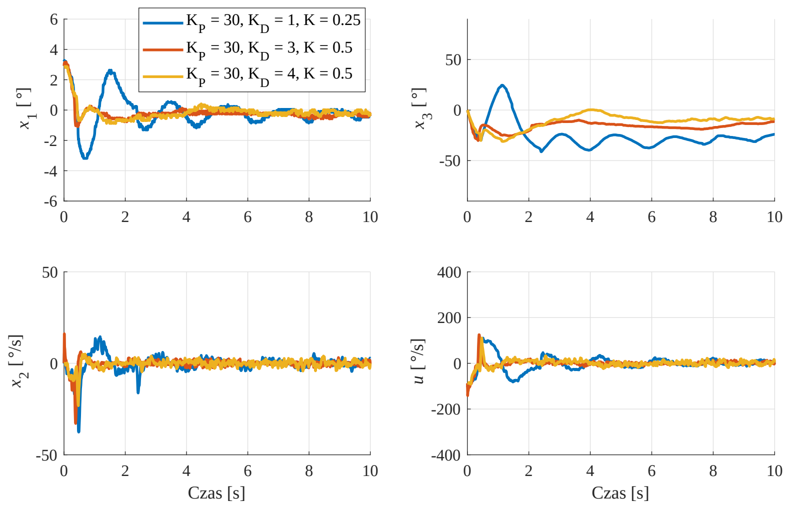
4 Opracowane algorytmy sterowania

W trakcie realizacji pracy przetestowano różne algorytmy sterowania. Zarówno oparte na modelu zlinearyzowanym (14) jak i modelu nieliniowym (12). Przedstawiono tutaj wyniki dla kilku z nich:

Regulator $PD_{\cos}$ Jest to regulator PD z modyfikacjami, które mają na celu dodanie dodatkowego sprzężenia od zmiennej x_3 oraz usunięcie nieliniowości z macierzy sterowania. Ostatecznie postać regulatora miał formę (15):

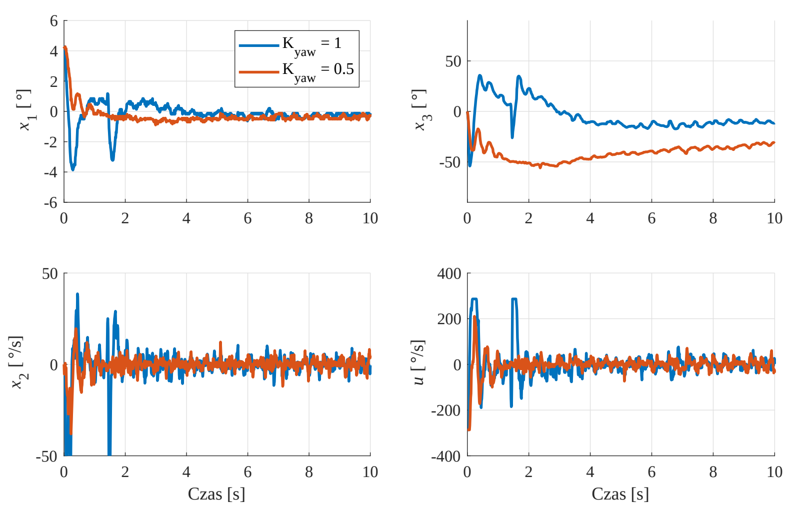
$$u(x) = \frac{K_P x_1 + K_D x_2 + K x_3}{\cos x_3} \tag{15}$$

Przykładowe wyniki dla różnych parametrów przedstawiono na rysunku 6.



Rysunek 6: Wyniki uzyskane dla różnych doborów nastaw regulatora $PD_{\cos}$.

Regulator H_∞ Jest to regulator liniowy zapewniający stabilność obiektu liniowego dla danego zakresu zmienności parametrów. Algorytm sterowania wyznaczmy jest poprzez minimalizację tak zwanej funkcji wrażliwości systemu. Ostatecznie regulator ma postać pewnej transmitancji $K(s)$. Przykładowe wyniki dla różnych parametrów przedstawiono na rysunku 7.

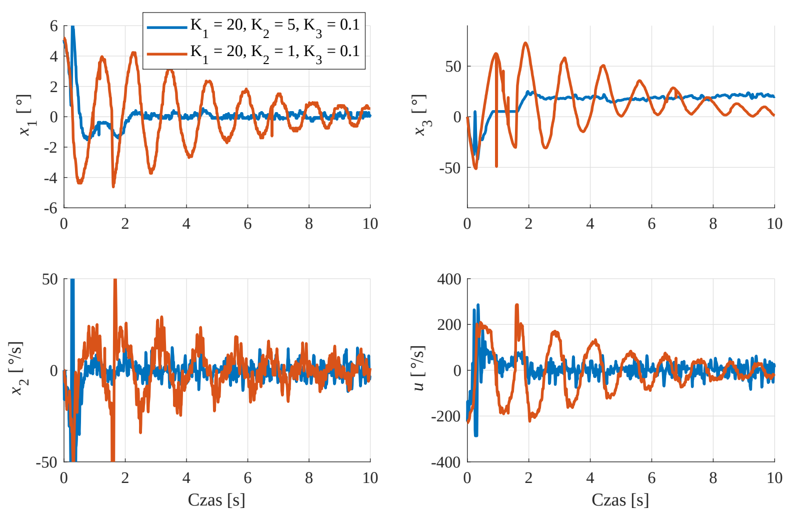


Rysunek 7: Wyniki uzyskane dla różnych doborów nastaw regulatora H_∞.

Regulator oparty o nieliniowe sprzężenie zwrotne Regulator z linearyzującym sprzężeniem zwrotnym polega na odnalezieniu pewnego dyfeomorfizmu $z = T(x)$, który pozwoli przekształcić nieliniowe równania dynamiki obiektu sterowania do postaci liniowej w nowym układzie współrzędnych. Dla tak uzyskanego układu projektuje się regulator zgodnie z teorią systemów liniowych: $v = Kz$. Po czym konieczne jest przetransformowanie sterowania do oryginalnego układu współrzędnych. Ostatecznie postać regulatora przybiera formę (16):

$$\begin{aligned} u(x) &= \frac{1}{L_g L_f h(x)}(-L_f^2 h(x) + v) - x_3 \\ &= \frac{\mathbf{J}_{(x_1,x_3)}}{J_p\omega\cos x_3 - 2(J_p - J_r)\cos x_3 \sin x_3 x_2}(-\mathbf{G}\frac{\sin x_1}{\mathbf{J}_{(x_1,x_3)}} + v) - x_3 \end{aligned} \tag{16}$$

gdzie $L_f h(x)$ jest oznaczeniem pochodnej Liego. Przykładowe wyniki dla różnych parametrów przedstawiono na rysunku 8.



Rysunek 8: Wyniki uzyskane dla różnych zestawów nastaw regulatora z nieliniowym sprzężeniem zwrotnym.

Proponowany regulator odporny W trakcie realizacji pracy zaproponowano sterowanie odporne. Opracowano je w oparciu o przedstawienie modelu dynamiki w postaci:

$$\dot{x} = A(x)x + g(x)u$$

Zakładając regulator w postaci:

$$u(x) = K(x)x$$

Wówczas poprzez badanie wartości własnych macierzy układu zamkniętego:

$$A_{closed}(x) = A(x) + g(x)K(x)$$

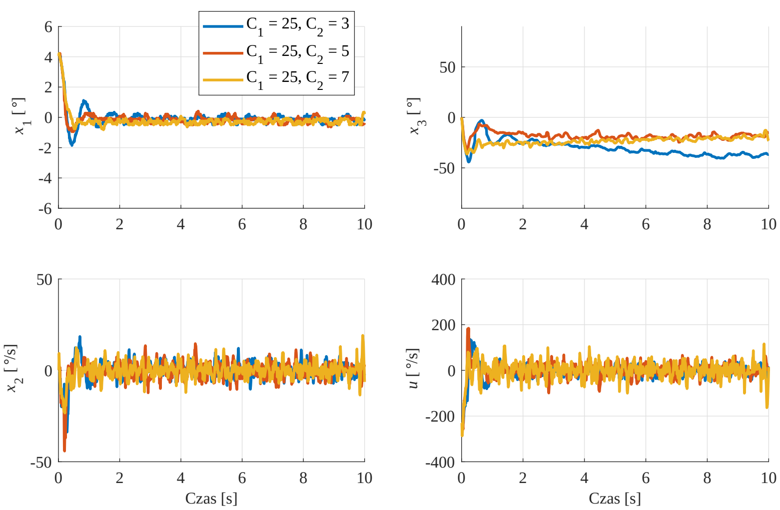
można zapewnić stabilność. Aby zapewnić odporność na daną zmienność parametrów posłużono się twierdzeniem Charitonowa o wielomianach przedziałowych. Ostatecznie postać regulatora przybiera formę (17):

$$u(x) = -\frac{\overline{f_2}}{\underline{g_2}} - C_1 x_1 - \overline{g_2} C_2 x_2 + k(x) x_3 \tag{17}$$

gdzie:

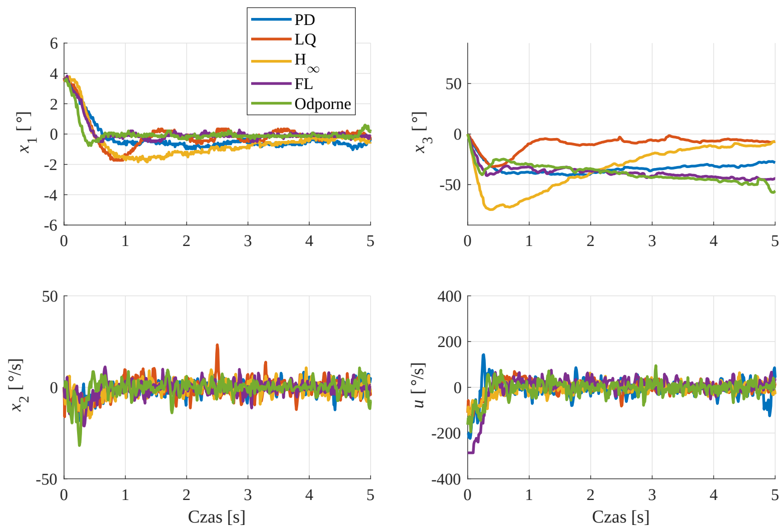
- $k(x) = \min(\overline{g_2(x)}C_2, c(x))$,
- $c(x) = \begin{cases} \frac{\overline{g_2(x)}\,\underline{g_2(x)}C_1C_2x_1}{\underline{g_2(x)}C_1x_1+\overline{f_2(x)}} & \text{dla: } |x_1| > \epsilon \\ \frac{\overline{g_2(x)}\,\underline{g_2(x)}C_1C_2}{\underline{g_2(x)}C_1+\frac{G}{\mathbf{J}_{(x_1,x_3)}}} & \text{dla: } |x_1| \leq \epsilon \end{cases}$ - wyrażenie dla $|x_1| \leq \epsilon$ przybiera taką postać ponieważ: $\lim_{x_1 \to 0} \frac{f_2(x)}{x_1} = \frac{G}{\mathbf{J}_{(0,x_3)}}$,
- $\epsilon > 0$.

Przykładowe wyniki dla różnych parametrów przedstawiono na rysunku 9.

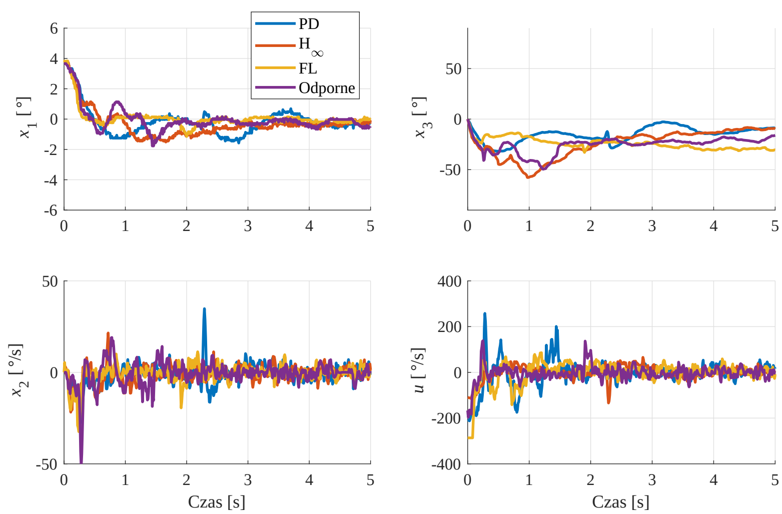


Rysunek 9: Wyniki uzyskane dla różnych zestawów nastaw proponowanego regulatora odpornego.

Na rysunkach 10 i 11 przedstawiono dodatkowo porównanie uzyskanych rezultatów dla wszystkich z przedstawionych algorytmów sterowania. Pierwszy z nich przedstawia wyniki dla nominalnych wartości użytych do projektowania sterowania. Drugi z nich przedstawia wyniki uzyskane dla rowerka z dodatkowym obciążeniem $\Delta m = 1kg$.



Rysunek 10: Porównanie uzyskanych wyników przez różne regulatory dla obiektu o parametrach nominalnych.



Rysunek 11: Porównanie uzyskanych wyników przez różne regulatory dla obiektu z dodatkowym obciążeniem $\Delta m = 1kg$.

Dla lepszego zobrazowania jakości pracy każdego z testowanych regulatorów w tabelach 1 i 2 przedstawiono wartości wskaźników jakości zdefiniowanych jako:

- $Q_1(u) = \int_0^T x_1(t)^2 dt$ - całka z kwadratu uchybu wychylenia,

- $Q_2(u) = \int_0^T u(t)^2 dt$ - całka z kwadratu sterowania,
- $Q_3(u) = \int_0^T (x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + x_3(t)^2) dt$ - całka z kwadratu uchybu stanu,
- $Q_4(4)$ - czas regulacji.

Algorytm	**Parametry**	$Q_1(u)[^{\circ 2}]$	$Q_2(u)[^{\circ 2}]$	$Q_3(u)[-]$	$Q_4(u)[s]$
Odporny	$C_1 = 25$ $C_2 = 7$	3.12	11656.56	3475.28	0.60 (II)
Odporny	$C_1 = 25$ $C_2 = 5$	2.77 (I)	10132.03	1771.48 (III)	0.59 (I)
Odporny	$C_1 = 25$ $C_2 = 3$	3.60	11951.56	3581.76	1.36
FL	$K_1 = 20$ $K_2 = 5$ $K_3 = 0.1$	4.15	17132.38	5515.10	0.76 (III)
FL	$K_1 = 20$ $K_2 = 3$ $K_3 = 0.1$	5.57	11691.92	2341.11	1.41
FL	$K_1 = 20$ $K_2 = 1$ $K_3 = 0.1$	34.57	91620.54	8087.47	9.23
$PD_{\cos}$	$K_P = 30$ $K_D = 1$ $K = 0.25$	6.31	6569.74	6206.92	4.97
$PD_{\cos}$	$K_P = 30$ $K_D = 1$ $K = 0.5$	6.05	5564.77	2130.83	3.32
$PD_{\cos}$	$K_P = 30$ $K_D = 3$ $K = 0.5$	2.79 (II)	3145.40 (II)	1551.59 (II)	2.24
$PD_{\cos}$	$K_P = 30$ $K_D = 4$ $K = 0.5$	2.91 (III)	2654.62 (I)	1422.20 (I)	2.82
$PD_{\cos}$	$K_P = 30$ $K_D = 4.5$ $K = 0.5$	6.33	4160.89 (III)	2694.79	2.93
H_∞	$K_{yaw} = 0.5$	3.89	15998.95	10781.59	2.51
H_∞	$K_{yaw} = 1$	6.23	44646.57	2353.02	1.4
LQ		7.71	6542.22	1967.06	1.27

Tablica 1: Tabela z wartościami wskaźników jakości dla testowanych algorytmów. W nawiasach liczbami rzymskimi I, II i III oznaczono najlepszy, drugi i trzeci wynik w kolumnie.

Algorytm	**Parametry**	$Q_1(u)[^{\circ 2}]$	$Q_2(u)[^{\circ 2}]$	$Q_3(u)[-]$	$Q_4(u)[s]$
Odporny	$C_1 = 25$ $C_2 = 7$	3.61 (II)	17284.43	3778.42 (II)	1.69 (I)
H_∞	$K_{yaw} = 1$	4.80	14517.97 (III)	4013.34	3.41 (III)
$PD_{\cos}$	$K_P = 30$ $K_D = 4.5$ $K = 0.5$	4.74 (III)	4603.02 (I)	1592.01 (I)	4.45
FL	$K_1 = 20$ $K_2 = 5$ $K_3 = 0.1$	2.41 (I)	6133.74 (II)	3200.78 (III)	2.16 (II)

Tablica 2: Tabela z wartościami wskaźników jakości dla testowanych algorytmów. W nawiasach liczbami rzymskimi I, II i III oznaczono najlepszy, drugi i trzeci wynik w kolumnie.

Na podstawie przedstawionych tabel można zauważyć, że najlepsze wyniki zostały uzyskane dla proponowanego regulatora odpornego, zapewnił on najkrótszy czas regulacji i najmniejsze odchyłki od pionu, oraz regulatora $PD_{\cos}$, który zapewnił najmniejszą odchyłkę całego stanu oraz najmniejsze wartości sterowania. Ponadto warto zauważyć, że najgorsze rezultaty uzyskane zostały dla regulatorów LQ i H_∞. Jest tak dlatego, że są to regulatory liniowe, które nie uwzględniają nieliniowości w macierzy sterowania. Pokazuje to, że dla uzyskania dobrych wyników stabilizacji konieczne jest zastosowanie regulatorów nieliniowych.

5 Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych badań analitycznych, symulacyjnych i eksperymentalnych udowodniono postawione tezy. Wykazano, że algorytmy liniowe nie są w stanie zapewnić tak dużego obszaru atrakcji jak algorytmy nieliniowe. Pokazano, iż w związku z nieliniowością macierzy sterowania, wraz ze wzrostem kąta obrotu **CMG**, wpływ sterowania maleje i przy odpowiednio dużym kącie obrotu układ może się zdestabilizować. Zostało to wykazane zarówno analitycznie jak i eksperymentalnie. Do eksperymentów wykorzystano zaprojektowany i wykonany specjalnie w tym celu model laboratoryjny jednośladu ze stabilizatorem żyroskopowym.

Należy zaznaczyć, że oryginalnymi osiągnięciami autora zaprezentowanymi w rozprawie doktorskiej są:

- opracowanie modelu matematycznego jednośladu ze stabilizatorem żyroskopowym, posiadającym informację o zakłóceniach pochodzących od ruchu kierownicą, dla którego sygnałem sterującym jest prędkość precesji koła zamachowego,

- opracowanie nieliniowego regulatora odpornego na zmienność parametrów (w pewnym przedziale zmienności $a \in [a_{min}, a_{max}]$) opartego na twierdzeniu Charitonowa,
- ocena i porównanie różnych algorytmów sterowania, liniowych i nieliniowych, względem wybranych wskaźników jakości,
- przeprowadzenie badań symulacyjnych i eksperymentalnych z wykorzystaniem skonstruowanego obiektu badawczego z realizacją sterowania w układzie mikro-kontrolera.

Literatura

[1] Traffic safety facts, 2008. Report no. DOT HS-811-159, 2010.

[2] Guo, L., Liao, Q., Wei, S., and Huang, Y. A Kind of Bicycle Robot Dynamic Modeling and Nonlinear Control. *Proceedings of the International Conference on Information and Automation* (Czerwiec 2010), 1613–1617.

[3] Schwab, A. L., de Lange, P. D. L., Happee, R., and Moore, J. K. Rider Control Identification in Bicycling Using Lateral Force Perturbation Tests. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics 4*, 227, 390–406.