

Autoreferat

dr inż. Piotr Bania

16 kwietnia 2019

Spis treści

1	Wykształcenie	3
2	Przebieg zatrudnienia	3
3	Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki	3
3.1	Tytuł i zakres osiągnięcia	3
3.2	Lista prac wchodzących w zakres osiągnięcia	4
3.2.1	Wkład pracy autora w publikacje wieloautorskie	5
4	Omówienie osiągnięcia	5
4.1	Zadanie sterowania stochastycznego	6
4.2	Metody rozwiązywania zadania sterowania oraz trudności z nimi związane	7
4.3	Zastosowania teorii informacji w zagadnieniach sterowania	9
4.3.1	Przykład działania metody IBC dla układu z szumem parametrycznym	11
4.3.2	Metoda IBC dla układów liniowych z nieznanymi parametrami i kwadratowym kosztem sterowania	13
4.3.3	Wnioski	13
4.4	Zastosowania teorii informacji w zagadnieniach planowania eksperymentu i estymacji parametrów	14
4.4.1	Przykład	15
4.5	Jednoczesna estymacja stanu, parametrów i kowariancji szumów w stochastycznych układach liniowych	16
4.6	Filtracja przy skwantowanych obserwacjach	17
4.7	Podsumowanie osiągnięcia	19
5	Wykaz publikacji	20
5.1	Statystyki bibliometryczne	20
5.2	Publikacje po uzyskaniu stopnia doktora	20
5.3	Publikacje przed uzyskaniem stopnia doktora	22
6	Pozostała działalność naukowa	23
6.1	Udział w pracach badawczo-rozwojowych	23
6.2	Udział w projektach badawczych	24
6.3	Nagrody i wyróżnienia	24
6.4	Współpraca z firmami	24
6.5	Działalność recenzencka	24
6.5.1	Recenzje w czasopismach	24
6.5.2	Recenzje dla Narodowego Centrum Nauki	24

7	Działalność dydaktyczna	24
7.1	Kształcenie kadr	24
7.2	Prowadzone przedmioty	25
7.3	Dodatkowa działalność dydaktyczna	25
8	Działalność organizacyjna	25

1 Wykształcenie

2008 Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Uzyskanie stopnia doktora nauk technicznych w dyscyplinie Automatyka i Robotyka.

- Temat rozprawy: Algorytmy optymalizacji w nieliniowej regulacji predykcyjnej.
- Promotor: dr hab. inż. Adam Korytowski.
- Obrona rozprawy doktorskiej: 14 października 2008 r.
- Nadanie stopnia doktora nauk technicznych przez Radę Wydziału Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki AGH: 30 października 2008 r.
- Praca została wyróżniona.

2000 Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Uzyskanie tytułu zawodowego magistra inżyniera. Kierunek studiów: Automatyka i Robotyka, specjalność: Komputerowe Systemy Sterowania.

2 Przebieg zatrudnienia

Okres	Miejsce zatrudnienia
Od I 2009	Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki (obecnie Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej), stanowisko: adiunkt naukowo-dydaktyczny.
2015-2017	Comarch S. A. – Konsultant ds. analizy danych, statystyki i przetwarzania obrazów (umowa o dzieło).
2010-2012	Silvermedia sp. z o.o. – Specjalista ds. statystyki i modelowania matematycznego (umowa o dzieło).
2001-2008	AGH w Krakowie, Wydział EAIiE – asystent.

3 Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki

3.1 Tytuł i zakres osiągnięcia

Podstawą wniosku o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego w dyscyplinie Automatyka i Robotyka stanowi osiągnięcie pt. **Zastosowanie teorii informacji do rozwiązywania zadań sterowania stochastycznego i estymacji parametrów wraz z rozwiązaniami odpowiednich zadań filtracji.**

Na przedmiotowe osiągnięcie składa się osiem prac, z czego pięć w czasopismach z listy filadelfijskiej, dwie w materiałach konferencyjnych międzynarodowych konferencji afiliowanych przez IEEE oraz jedna z konferencji krajowej. W ramach osiągnięcia rozwiązano następujące, powiązane ze sobą zagadnienia częściowe:

1. Zaproponowano metodę *Information Based Control*, (IBC), służącą do przybliżonego rozwiązywania zadań sterowania stochastycznego układami liniowymi z niepewnymi parametrami oraz wykazano, że metoda ta może generować rozwiązania optymalne. Praca 1 oraz uzupełniająco praca 2.

2. Opracowano Bayesowską metodę generacji optymalnych sygnałów pobudzających dla potrzeb identyfikacji parametrów układów liniowych stochastycznych. Jako kryterium optymalności wykorzystano informację wzajemną pomiędzy pomiarami i parametrami systemu. Uzyskany wynik został wykorzystany do oszacowania informacji w metodzie IBC. Praca 3.
3. Podano algorytm jednoczesnej estymacji stanu, parametrów oraz kowariancji szumów w stochastycznych układach liniowych z nieznanymi parametrami. Tym samym podano rozwiązanie zagadnienia automatycznego strojenia filtru Kalmana. Rozwiązanie tego problemu wykorzystano do zrealizowania efektywnej obliczeniowo implementacji metody IBC dla systemów z nieznanymi parametrami. Praca 4.
4. Wykorzystując i rozwijając powyższy wynik, opracowano algorytmy klasyfikacji skończonej liczby stanów awaryjnych dla układów liniowych. Prace 5 i 6.
5. Podano metodę rozwiązywania problemu filtracji dla układów stochastycznych ze skwantowaną obserwacją oraz znaleziono równania filtru optymalnego dla układu liniowego pierwszego rzędu z kwantyzatorem na wyjściu. Praca 7. W pracy 7 wskazano też, że zbieżność szeregu aproksymującego rozwiązanie wynika z twierdzeń podanych w pracy 8.

3.2 Lista prac wchodzących w zakres osiągnięcia

W nawiasach kwadratowych podano szacowany procentowy wkład autora w daną pracę. Przy każdej pracy podano impact factor (IF) czasopisma, liczbę punktów wg. listy czasopism punktowanych Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego oraz odnośnik do strony z danym artykułem.

1. Bania P. (2018), [100%]. Example for equivalence of dual and information based optimal control. *International Journal of Control*, Published online: 20 Feb 2018, <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1436775>, IF=2.101, 25pt.
2. Bania P. (2017), [100%]. Simple example of dual control problem with almost analytical solution. *Proc. of 19th Polish Control Conf., Krakow, Poland, June 18-21, 2017*, pp. 55-64, https://doi.org/10.1007/978-3-319-60699-6_7, 5pt.
3. Bania P. (2019), [100%]. Bayesian input design for linear dynamical model discrimination. *Entropy* 2019, 21(4), 351, <https://www.mdpi.com/1099-4300/21/4/351>, IF=2.305, 30pt.
4. Bania P., Baranowski J. (2016), [60%]. Field Kalman Filter and its approximation. *Proc. of 55th IEEE Conf. on Decision and Control December 12-14, Las Vegas, USA*, pp. 2875-2880, <https://ieeexplore.ieee.org/document/7798697>, 15pt.
5. Baranowski J., Bania P., Prasad I., Cong T. (2017), [30%]. Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter. *EURASIP J. on Advances in Signal Processing 2017:79*, <https://doi.org/10.1186/s13634-017-0514-8>, IF=1.639, 25pt.
6. Bania P., Baranowski J. (2017a), [65%]. Bayesian estimator of a faulty state: Logarithmic odds approach. *Proc. of 22nd Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 28-31 Aug. 2017, Miedzydroje, Poland*, pp. 253-257, <https://ieeexplore.ieee.org/document/8046834>, 15pt.
7. Bania P., Baranowski J. (2017), [65%]. Approximation of optimal filter for Ornstein-Uhlenbeck process with quantised discrete-time observation. *International Journal of Control*, Vol. 91, Issue 2, pp. 411-419, <https://doi.org/10.1080/00207179.2017.1282627>. IF=2.101, 25pt.
8. Bania P., Baranowski J., Zagorowska M. (2016), [34%]. Convergence of Laguerre impulse response approximation for noninteger order systems. *Mathematical Problems in Engineering*, Volume 2016, Article ID 9258437, <http://dx.doi.org/10.1155/2016/9258437>, IF=1.145, 30pt.

Sumaryczny impact factor publikacji oraz suma punktów wynoszą odpowiednio 9.291 oraz 170.

3.2.1 Wkład pracy autora w publikacje wieloautorskie

- Praca 4. Mój wkład pracy to: stworzenie koncepcji algorytmu, dowód twierdzenia 1, opracowanie aproksymacji typu *Moving Horizon*, analiza złożoności obliczeniowej, opracowanie przykładu, stworzenie oprogramowania, wykonanie symulacji oraz porównanie z metodą Autocovariance Least-Squares.
- Praca 5. Mój wkład pracy to: dowód twierdzenia 1, wyprowadzenie wzorów (17-20), koncepcja operatora zapominania (21), wyprowadzenie wzorów (34-36), stworzenie kodu, opracowanie przykładów 1 i 2 oraz porównanie działania algorytmu z działaniem filtra Kalmana.
- Praca 6. Mój wkład pracy to: dowód twierdzenia 1, wyprowadzenie wzorów (14-25), (28-30), koncepcja operatora zapominania, opracowanie algorytmu (32-39), stworzenie kodu oraz opracowanie przykładów.
- Praca 7. Mój wkład pracy to: opracowanie koncepcji artykułu, wyprowadzenie wszystkich wzorów, dowód lematu 4.1, stworzenie kodu oraz opracowanie przykładu.
- Praca 8. Mój wkład pracy to: opracowanie koncepcji artykułu, dowód twierdzenia 1, dowód lematów 4 i 5, dowód twierdzenia 6, wyprowadzenie wzorów (44) i (45), dowód lematu 13, pomoc w opracowaniu przykładów, pomoc w dowodzeniu pozostałych twierdzeń.

Numery wzorów podane powyżej odnoszą się do danej pracy.

4 Omówienie osiągnięcia

Synteza optymalnego sprzężenia zwrotnego dla układów stochastycznych z częściową obserwacją jest fundamentalnym, ciągle nie w pełni rozwiązaniem zagadnieniem teorii sterowania. Podstawowa trudność wynika z faktu, że regulator optymalny nie jest na ogół prostą funkcją aktualnych wyjść systemu, ale zawiera w sobie złożone reguły decyzyjne zależne od całej historii pomiarów. Reguły te pozwalają aktywnie pozyskiwać informacje o stanie systemu oraz redukować niepewność realizacji celu sterowania.

W ramach przedmiotowego osiągnięcia, podjęto próbę częściowego rozwiązania powyższego zadania w oparciu o teorię informacji Shannona oraz podano rozwiązania, powiązanych z zadaniem syntezy regulatora, problemów filtracji i estymacji parametrów. Poniżej, przedstawione zostaną główne wyniki zawarte w pracach 1-8.

Omówienie osiągnięcia jest zorganizowane następująco. Podrozdziały 4.1 i 4.2 zawierają wprowadzenie i dyskusję. Opis osiągnięcia znajduje się w p. 4.3-4.6. W punkcie 4.1 sformułowano ogólne zadanie sterowania stochastycznego. Dyskusja metod rozwiązywania zadania oraz trudności z tym związanych znajduje się w p. 4.2. Ideę metody IBC przedstawiono w p. 4.3. Zastosowania teorii informacji do estymacji parametrów oraz ich potencjalne wykorzystanie w metodzie IBC pokazano w p. 4.4. Następnie, w p. 4.5, omówiono wyniki dotyczące problemu jednoczesnej estymacji stanu i parametrów w układach liniowych oraz ich związku z metodą IBC. Problem filtracji przy skwantowanych obserwacjach oraz jego związek z metodą IBC, omówiono w p. 4.6.

Notacja. Symbol $\xi \sim p_\xi$, oznacza, że zmienna losowa ξ ma gęstość $p_\xi(\xi)$. Symbol $\xi \sim N(m, S)$, oznacza, że ξ ma rozkład normalny o średniej m i kowariancji S . Jeżeli $S > 0$ to gęstość rozkładu normalnego oznaczamy przez $N(x, m, S) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |S|^{-\frac{1}{2}} \exp(-0.5(x - m)^T S^{-1}(x - m))$. Symbol $\text{col}(a_1, a_2, \dots, a_n)$, oznacza wektor kolumnowy. Niech $\xi \in R^n$ oraz niech Q będzie macierzą kwadratową wymiaru n . Formę kwadratową $\xi^T Q \xi$ zapisujemy skrótowo, jako $|\xi|_Q^2$.

4.1 Zadanie sterowania stochastycznego

Aby sformułować zadanie, rozważmy układ stochastyczny, opisany równaniami różnicowymi

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, w_k), k = 0, 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k, v_k), \quad (2)$$

$$u_k \in U_{ad}, U_{ad} = \{u \in R^r : u_{\min} \leq u \leq u_{\max}\}, \quad (3)$$

gdzie $x_k \in R^n$, $y_k \in R^m$, $w_k \in R^{n_w}$, $v_k \in R^{n_v}$, $w_k \sim p_w$, $v_k \sim p_v$. Nierówności (3) są wektorowe. Zakładamy, że funkcje f, h są odpowiednio regularne. Horyzont sterowania N , jest ustalony. Początkowy rozkład x_0 oznaczamy przez $p_0^-(x_0)$. Zmienne $x_0, w_0, w_1, \dots, w_k, v_0, v_1, \dots, v_k$ są wzajemnie niezależne dla wszystkich k . Szczególnym przypadkiem systemu (1-2), dla którego można przeprowadzić efektywne obliczenia, jest układ liniowy z nieznanymi parametrami. Układ ten jest opisany równościami

$$x_{k+1} = A(\theta)x_k + B(\theta)u_k + G(\theta)w_k, k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (4)$$

$$y_k = C(\theta)x_k + D(\theta)v_k, k = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

gdzie $w_k \sim N(0, I_{n_w}), v_k \sim N(0, I_m)$. Parametr $\theta \in R^{n_\theta}$, może być zmienną dyskretną lub ciągłą. Rozkład a priori parametru θ oznaczamy przez $p_0^-(\theta)$. Warunek początkowy x_0 , ma rozkład warunkowo normalny tj. $p(x_0|\theta) = N(x_0, m_0^-(\theta), S_0^-(\theta))$, przy czym $m_0^-(\theta), S_0^-(\theta)$, są odpowiednio regularne oraz $S_0^-(\theta) > 0$. Jeżeli przyjmiemy, że θ jest dodatkową zmienną stanu, to równania (4-5), możemy uważać za szczególny przypadek systemu (1-2) z odpowiednio zdefiniowanym wektorem stanu. W dalszym ciągu, dla zwartości zapisu będziemy odnosić się do równań (1-2), taktując równania (4-5) jako szczególny przypadek.

Strategia sterowania. Poniżej, dla uproszczenia zapisu, będziemy stosować następujące oznaczenia: $X_k = \text{col}(x_0, x_1, \dots, x_k)$, $Y_k = \text{col}(y_0, y_1, \dots, y_k)$, $U_k = \text{col}(u_0, u_1, \dots, u_k)$ oraz $X = X_{N-1}$, $Y = Y_{N-1}$, $U = U_{N-1}$. Niech $B(R^{N_m}, R^{N_r})$, oznacza zbiór odwzorowań ograniczonych z R^{N_m} w R^{N_r} . Zbiór B z normą $\|f\|_{\mathbf{B}} = \sup_{Y \in R^{N_m}} \|f(Y)\|_{R^{N_r}}$, jest przestrzenią Banacha. Zbiór ten oznaczamy przez \mathbf{B} i nazywamy przestrzenią strategii sterowania. Odwzorowanie

$$\varphi_k : R^{m(k+1)} \rightarrow U_{ad}, u_k = \varphi_k(Y_k), \quad (6)$$

nazywamy dopuszczalną strategią sterowania w chwili k .

Niech $U_{ad}^N = (U_{ad} \times U_{ad} \times \dots, \times U_{ad})_{N \text{ times}}$. Odwzorowanie

$$\varphi : R^{mN} \rightarrow U_{ad}^N \subset R^{N_r}, U = \varphi(Y), \quad (7)$$

gdzie

$$\varphi(Y) = \text{col}(\varphi_0(Y_0), \dots, \varphi_{N-1}(Y_{N-1})). \quad (8)$$

będziemy nazywać strategią dopuszczalną. Zbiór wszystkich strategii dopuszczalnych oznaczamy przez S_{ad} . Zbiór S_{ad} jest ograniczonym, domkniętym i wypukłym podzbiorem \mathbf{B} .

Cel sterowania. Wiele praktycznie istotnych zadań sterowania optymalnego można sprowadzić, poprzez dodanie nowej zmiennej stanu, do minimalizacji pewnej funkcji $L : R^n \rightarrow R$ określonej na stanie końcowym. Niech $L : R^n \rightarrow R$ będzie taką funkcją oraz niech $J : S_{ad} \rightarrow R$ oznacza wartość średnią zmiennej losowej $L(x_N)$. Tę wartość średnią będziemy nazywać kosztem sterowania. Poszukujemy strategii $\varphi \in S_{ad}$, która minimalizuje koszt

$$J(\varphi) = E\{L(x_N)|\varphi\}, \quad (9)$$

przy czym wartość oczekiwaną obliczamy względem $x_0, w_0, \dots, w_{N-1}, v_0, \dots, v_{N-1}$. Symbol $E\{\bullet|\varphi\}$ we wzorze (9) oraz wszędzie poniżej oznacza, że wartość oczekiwana obliczana jest przy ustalonej strategii φ . Podobnie $I(X; U|\varphi)$ oznacza informację wzajemną Shannona pomiędzy zmiennymi X oraz U , przy ustalonej strategii φ . Strategię optymalną oznaczamy przez φ^* . Zakładamy, że φ^* istnieje. Sterowanie optymalne odpowiadające realizacji zmiennej Y_k oznaczamy przez $u_k^* = \varphi_k^*(Y_k)$.

Sformułowany powyżej cel sterowania oraz modele (1-5), opisują szeroką klasę praktycznych zadań sterowania. W szczególności model (1-3) zawiera w sobie, jako przypadki szczególne, modele z niepewnymi parametrami, modele z szumem parametrycznym oraz może być traktowany, jako skończenie wymiarowa aproksymacja układów o parametrach rozłożonych. Sformułowanie celu sterowania obejmuje wszystkie klasyczne zadania syntezy regulatorów liniowo-kwadratowych, zadania syntezy optymalnego regulatora adaptacyjnego oraz szereg innych typowych zadań sterowania. Jest to zatem model dostatecznie ogólny ze względu na zastosowania. W przypadku czasu ciągłego, zamiast równania (1) można rozpatrywać równanie Itô

$$dx = f(x, u)dt + g(x, u)dw. \quad (10)$$

Zakładając, że sterowanie jest przedziałami stałe lub przedziałami liniowe, można skonstruować dyskretny w czasie odpowiednik równania (10) i w ten sposób sprowadzić problem do analizy modelu (1-3) ze wskaźnikiem jakości (9).

4.2 Metody rozwiązywania zadania sterowania oraz trudności z nimi związane

Jak to wynika ze sposobu sformułowania zadania, znalezienie strategii optymalnej jest trudnym i bardzo złożonym problemem wariacyjnym. Poszukujemy bowiem ciągu odwzorowań $\varphi_k(Y_k)$, zależnych w miarę zwiększania k , od coraz większej liczby obserwacji. Rozwiązanie optymalne można teoretycznie uzyskać metodą programowania dynamicznego (DP), tak jak to zostało opisane w klasycznych pracach Bellmana (1957) i Feldbauma (1965) oraz w monografii Zabczyka (1996). Pomimo, że metoda programowania dynamicznego jest dobrze ugruntowana w literaturze, klasa możliwych do rozwiązania za jej pomocą zadań jest raczej wąska i obejmuje głównie syntezę dynamicznego sprzężenia zwrotnego w układach liniowych (LQG - Linear Quadratic Gaussian) oraz zaledwie kilkanaście znanych w literaturze rozwiązań zadań nieliniowych. Aby rozszerzyć tę listę, w pracach Bania (2017), (2018), podano analityczne rozwiązania trzech prostych zadań sterowania dualnego dla układów nieliniowych.

Podstawową przyczyną trudności przy syntezie regulatora optymalnego metodą programowania dynamicznego jest duża, rosnąca wykładniczo ze wzrostem liczby zmiennych i horyzontu sterowania, złożoność obliczeniowa. Złożoność ta ma dwa źródła. Po pierwsze należy obliczyć odpowiednie wartości oczekiwane, co samo w sobie jest zadaniem trudnym, wymagającym rozwiązania odpowiednich równań ewolucji rozkładu prawdopodobieństwa stanu. W przypadku czasu ciągłego jest to równanie Fokkera-Plancka, dla czasu dyskretnego mamy równanie Chapmana-Kołmogorowa. Dalej należy rozwiązać równanie Bellmana, zawierające w sobie zagnieżdżoną optymalizację (nested optimization). Z uwagi na powyższe trudności, zadanie sformułowane w p. 4.1 zostało powszechnie uznane za praktycznie nierozwiązywalne. Szczegółową dyskusję problemu złożoności oraz przegląd literatury podają Filatov i Unbehauen (2004) oraz Åström i Wittenmark (1995).

Na podstawie analizy pewnych charakterystycznych cech regulatora optymalnego oraz własności znanych rozwiązań analitycznych, stworzono szereg metod i reguł przybliżonego rozwiązywania zadania. Jednym ze sposobów konstrukcji rozwiązania sub-optymalnego jest zastąpienie oryginalnego problemu (1-3), (9), ciągiem łatwiejszych do rozwiązania, zadań sterowania optymalnego w pętli otwartej. Zadania takie polegają na minimalizacji funkcji kosztu

$$J_k(u^{(k)}, Y_k) = E\{L(x_N)|Y_k, u^{(k)}\}, \quad (11)$$

gdzie $u^{(k)} = \text{col}(u_k, \dots, u_{N-1})$, oznacza ciąg przyszłych sterowań. Minimalizując funkcjonal (11), zamiast odwzorowania φ , poszukuje się ciągu $u^{(k)}$, a zatem zadanie jest zwykłym problemem minimalizacji funkcji wielu zmiennych. Ponieważ, ciąg $u^{(k)}$ w (11) jest ustalony, wpływ przyszłych pomiarów zostaje pominięty i to właśnie ten zabieg decyduje o uproszczeniu zadania, uwalnia on bowiem od zagnieżdżonej optymalizacji. Jednakże, jak zobaczymy poniżej, uproszczenie powyższe jest zbyt daleko idące. Minimum w (11) oznaczamy przez $\bar{u}^{(k)}(Y_k)$. Do sterowania systemem wykorzystuje się tylko pierwszy element ciągu $\bar{u}^{(k)}$, powtarzając procedurę optymalizacji w kolejnych krokach. Stąd, strategia sterowania generowana przez sekwencyjną minimalizację (11) ma postać

$$\varphi_k(Y_k) = \bar{u}_1^{(k)}(Y_k). \quad (12)$$

Powyższe uproszczenie znane jest, jako *Open Loop Feedback Optimal* (OLFO), (zob. Tse (1974), Bar-Shalom i Tse (1976)) i wiadomo, że za wyjątkiem systemów liniowych z szumami Gaussa, nie gwarantuje ono optymalności. Ponadto, strategia (12) niekoniecznie realizuje jakiegokolwiek sprzężenie zwrotne. Strategia OLFO zakłada bowiem, że zadania sterowania i filtracji można rozdzielić i rozwiązywać niezależnie od siebie. Stanowi to treść tzw. twierdzeń o separacji (zob. np. Zabczyk (1996)). Jeżeli założenia tych twierdzeń są spełnione, co ma miejsce w układach liniowych, to strategia OLFO może generować rozwiązania optymalne. Założenie separowalności jest podstawą konstrukcji większości regulatorów adaptacyjnych. Sterowanie wyznacza się wówczas przyjmując, że parametry systemu otrzymane z estymatora w chwili bieżącej są równe ich prawdziwym wartościom i nie zmieniają się pod wpływem nowych obserwacji. A zatem niepewność estymacji oraz wpływ przyszłych pomiarów są pomijane. Postępowanie takie znane jest w literaturze, jako *Certainty Equivalence Principle* (CE) (zob. Åström i Wittenmark (1995)). Przybliżenia te, pomimo swojej niewątpliwej i potwierdzonej eksperymentalnie przydatności, mogą być zawodne. Aby się o tym przekonać, rozważmy elementarny przykład układu całkującego z nieznanym wzmocnieniem:

$$x_{k+1} = x_k + \theta u_k, x_0 = 1, \quad (13)$$

$$y_k = x_k, \quad (14)$$

gdzie $\theta \in \{-1, 1\}$, jest zmienną losową opisaną rozkładem równomiernym tj. $P(\theta = -1) = P(\theta = 1) = \frac{1}{2}$. Dodając nowe równanie stanu $\theta_{k+1} = \theta_k$, układ ten możemy traktować, jako szczególny przypadek układu (1-2). Załóżmy, że celem sterowania jest doprowadzenie stanu x_N do zera oraz niech minimalizowany wskaźnik jakości ma postać

$$J(\varphi) = E \left(x_N^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \right), \quad (15)$$

przy czym $N > 1$. Korzystając z (11) oraz z (13-15), widzimy, że w pierwszym kroku metody OLFO, należy zminimalizować funkcję

$$\begin{aligned} J_0(u) &= E \left(x_N^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \middle| Y_0 \right) = E \left(\left(1 + \theta \sum_{i=0}^{N-1} u_i \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \sum_{i=0}^{N-1} u_i \right)^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \sum_{i=0}^{N-1} u_i \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Minimum wyrażenia (16), jest osiągame dla $u_i = 0, i = 0, 1, \dots, N-1$. Zastosowanie sterowania $u_0 = 0$, daje oczywiście $x_1 = 1$. Powtarzając tę procedurę dla $k = 1, 2, \dots, N-1$, otrzymamy za każdym razem $u_k = 0, x_{k+1} = 1$ oraz $J(\varphi) = 1$. Reguła CE mówi z kolei, że nieznaną wartość parametru θ należy zastąpić jej estymatą i na tej podstawie wyznaczyć regulator. Jeżeli za estymatę parametru θ przyjmimy wartość oczekiwaną $E(\theta|Y_0)$, to otrzymamy zero i żadnego sensownego regulatora nie da się wyznaczyć. Jeżeli będziemy wybierać według zasady maksymalnego prawdopodobieństwa a posteriori, to parametru θ nie da się jednoznacznie wyznaczyć, bo $P(\theta = -1|Y_0) = P(\theta = 1|Y_0) = \frac{1}{2}$. A zatem musimy zgadywać. W konsekwencji, zarówno dla reguły CE, jak i dla metody OLFO otrzymamy $J(\varphi) \geq 1$. Tymczasem, biorąc $u_0 \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ i stosując sprzężenie zwrotne

$$u_1 = \frac{u_0 y_1}{1 - y_1}, \quad (17)$$

$$u_k = 0, k \geq 2, \quad (18)$$

otrzymamy, z prawdopodobieństwem 1, $x_N = 0$ oraz $J(\varphi) = \frac{1}{2}(1 + 2u_0^2) < 1$. Widać stąd, że metoda OLFO oraz reguła CE mogą być zawodne i na ogół nie pozwalają spełnić podstawowych wymagań stawianych układom regulacji, takich jak stabilność. Powyższe niedomaganie dotyczy większości algorytmów sterowania, w których zasada rozdzielania sterowania i filtracji przyjmowana jest a priori, jako pewnik. Aby wyjaśnić przyczyny niepoprawnego działania algorytmu OLFO zauważmy, że regulator (17) można zapisać w postaci

$$u_1 = -\hat{\theta}^{-1} y_1, \quad (19)$$

gdzie

$$\hat{\theta} = \frac{y_1 - 1}{u_0}, \quad (20)$$

jest estymatorem parametru θ . Estymator ten jest dobrze określony, tylko wtedy gdy $u_0 \neq 0$. Widać stąd, że informacja o parametrze θ , zawarta w obserwacji y_1 , będzie niezerowa tylko wtedy, gdy $u_0 \neq 0$. Informacja ta może być wykorzystana w kolejnych krokach do redukcji niepewności. Metoda OLFO nie uwzględnia takiej możliwości i pomija informacje zawarte w przyszłych pomiarach. Aby usunąć problem, zaproponowano rozmaite modyfikacje polegające na dodaniu do funkcjonału (11), pewnej funkcji kary za zbyt dużą przewidywaną niepewność parametrów (zob. Filatov i Unbehauen (2004)). W zadaniach sterowania dualnego, jako funkcje kary wybiera się zwykle pewne funkcje skalarnie od macierzy kowariancji estymowanych parametrów, bądź też używa się wyznacznika macierzy informacyjnej Fishera. Szczególnie użyteczne wydaje się podejście dwukryterialne zaproponowane przez Filatova i Unbehauena (2004), gdzie jako drugie kryterium przyjęto ślad macierzy kowariancji parametrów.

Ogólny wniosek, jaki można wysnuć z powyższej analizy oraz z wyników podanych w pracach Delvenne i Sandberg (2013) oraz Touchette i Lloyd (2000), (2004), sprowadza się do stwierdzenia, że informacja o stanie lub parametrach systemu musi, o ile to możliwe, być aktywnie generowana przez regulator. Informacja ta jest następnie wykorzystywana do redukcji niepewności.

Literatura

- [1] Åström K., Wittenmark B. (1995). Adaptive Control. *Addison-Wesley, 2nd edition*.
- [2] Bar-Shalom Y., Tse E. (1976). Caution, probing, and the value of information in the control of uncertain systems. *Ann. Econ. Social. Measurement. Vol 5. pp. 323-337*.
- [3] Bellman, R.E. (1957). Dynamic Programming. *Princeton University Press, Princeton, NJ. Republished 2003: Dover, ISBN 0-486-42809-5*.
- [4] Delvenne J-C., Sandberg H. (2013). Towards a thermodynamics of control: entropy, energy and Kalman filtering. *Proc. of the 52nd IEEE Conf. on Decision and Control, December 10-13. Florence, Italy, pp. 3109-3114*.
- [5] Feldbaum A. A. (1965). Optimal control systems. *Elsevier Science*.
- [6] Filatov, N.M., Unbehauen, H. (2004). Adaptive Dual Control: Theory and Applications. *Lecture Notes in Control and Information Sciences No. 302, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg*.
- [7] Tse E. (1974). Adaptive Dual Control Methods. *Annals of Economic and Social Measurement, 3(1)*.
- [8] Touchette H., Lloyd S. (2000). Information-theoretic limits of control. *Phys. Rev. Lett. 2000 Feb 7;84(6):1156-9*.
- [9] Touchette H., Lloyd S. (2004). Information-theoretic approach to the study of control systems. *Phys. A 331, 140-172*.
- [10] Zabczyk J. (1996). Chance and decision. Stochastic control in discrete time. *Quaderni Scuola Normale di Pisa*.

4.3 Zastosowania teorii informacji w zagadnieniach sterowania

Argumentacja przedstawiona w poprzednim punkcie, sugeruje istnienie istotnych związków pomiędzy optymalnością stochastyczną i informacją o stanie systemu zawartą w pomiarach. Niech $Y = \text{col}(y_0, y_1, \dots, y_{N-1})$, $X = \text{col}(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$, $U = \text{col}(u_0, u_1, \dots, u_{N-1})$. Jeżeli strategia φ jest ustalona, to relacje pomiędzy zmiennymi X oraz U (zob. p. 4.1), są określone przez ich łączny rozkład prawdopodobieństwa $p(X, U|\varphi)$. Rozkład ten zależy oczywiście od strategii φ . W szczególności, jeżeli $p(X, U|\varphi) = p(X|\varphi)p(U|\varphi)$, to zmienne X oraz U są niezależne i sterowanie jest typu otwartego. Najmniejszą wartość wskaźnika jakości, jaką można osiągnąć przy sterowaniu otwartym będziemy oznaczać

przez J_o . Aby zmniejszyć wskaźnik jakości poniżej wartości J_o , zmienne X oraz U muszą być zależne, a zatem w układzie musi wystąpić sprzężenie zwrotne. Miarą zależności zmiennych losowych jest informacja wzajemna Shannona, którą będziemy tu oznaczać przez $I(\varphi) = I(X; U|\varphi)$. Informacja ta zależy od strategii φ . Wartość wskaźnika jakości (9) przy strategii φ oznaczamy $J(\varphi)$. Korzystając z wyników podanych w pracach Delvenne i Sandberg (2013) oraz Touchette i Lloyd (2000), (2004) można wysunąć przypuszczenie, że spełniona jest następująca nierówność

$$J_o - J(\varphi) \leq \varrho(I(\varphi)), \varphi \in S_{ad}, \quad (21)$$

gdzie funkcja ϱ jest niemalejąca, ograniczona oraz $\varrho(0) = 0$. Ponadto, przy nieco tylko mocniejszych założeniach, istnieje stała $L > 0$, taka że

$$J_o - J(\varphi) \leq LI(\varphi), \varphi \in S_{ad}. \quad (22)$$

Dodatkowo, jeżeli $L(x_N) \geq c|x_N|^2$, $c > 0$, to istnieją liczby $a, b > 0$, takie że

$$J(\varphi) \geq ae^{-bI(\varphi)}. \quad (23)$$

Powyższe nierówności zostały udowodnione przez autora niniejszego opracowania. Ponieważ w chwili obecnej praca znajduje się w recenzji (preprint: <https://arxiv.org/pdf/1904.06287.pdf>), wyrażenia (21-23) będziemy traktować, jako roboczą hipotezę. Zakładając prawdziwość hipotezy widzimy, że niezerowa informacja wzajemna pomiędzy X i U , jest warunkiem koniecznym redukcji wskaźnika jakości poniżej wartości J_o . Ponieważ, $I(\varphi) \leq I(X; Y|\varphi)$, to informację $I(\varphi)$ w nierównościach (21-23), można zastąpić, łatwiejszą do obliczenia, informacją $I(X; Y|\varphi)$. Stąd warunek $I(X; Y|\varphi) > 0$, jest także konieczny dla redukcji wskaźnika jakości poniżej wartości J_o . Nierówności (21) i (22) zachodzą w każdym układzie sterowania, niezależnie od jego struktury oraz od rozważanego wskaźnika jakości. Nierówność (23) jest spełniona dla kwadratowych funkcji kosztu. **Nierówności (21-23) sugerują, że metodę OLFO należy zmodyfikować tak, aby generowała ona informację o stanie (parametrach) systemu. Modyfikacja taka, została przedstawiona w pracy Bania (2018) i roboczo nazwana *Information Based Control*, (IBC).** Praktycznie realizowalna implementacja metody IBC wygląda następująco. Niech $X_k^+ = \text{col}(x_{k+1}, \dots, x_{N-1})$, $Y_k^+ = \text{col}(y_{k+1}, \dots, y_{N-1})$, $u^{(k)} = \text{col}(u_k, \dots, u_{N-1})$, oznaczają odpowiednio przyszłe stany systemu, przyszłe obserwacje oraz ciąg przyszłych sterowań. Dla $k = 0, 1, \dots, N - 2$ definiujemy

$$\begin{aligned} I_k(u^{(k)}, Y_k) &= \\ &= \int p(X_k^+, Y_k^+ | Y_k, u^{(k)}) \ln \frac{p(X_k^+, Y_k^+ | Y_k, u^{(k)})}{p(X_k^+ | Y_k, u^{(k)})p(Y_k^+ | Y_k, u^{(k)})} dX_k^+ dY_k^+. \end{aligned} \quad (24)$$

Równość (24) określa, przewidywaną w chwili k , informację wzajemną pomiędzy zmiennymi X_k^+ i Y_k^+ , przy warunku w postaci dotychczasowych obserwacji Y_k . Ponieważ obserwacja y_N jest nieistotna z punktu widzenia sterowania, można założyć, że $I_{N-1} = 0$. Istotą metody IBC, jest wykorzystanie wyrażenia (24), jako kary za niedostatek informacji spowodowany zastosowaniem klasycznego algorytmu OLFO. Aby znaleźć strategię sterowania, minimalizujemy funkcjonal

$$J_k(u^{(k)}, \nu_k, Y_k) = E\{L(x_N) | Y_k\} - \nu_k I_k(u^{(k)}, Y_k), \quad (25)$$

gdzie

$$u_i^{(k)} \in U_{ad}, \nu_k \geq 0, k = 0, \dots, N - 1, N \geq 2. \quad (26)$$

Podobnie jak w metodzie OLFO, zamiast skomplikowanego odwzorowania φ poszukujemy ciągu $u^{(k)}$, co istotnie upraszcza problem, jednakże tym razem, ze względu na obecność funkcji kary, algorytm aktywnie generuje informacje i jest możliwe, że metoda IBC znajdzie strategię lepszą niż metoda OLFO. Minimalizacja funkcjonalu (25) może być także zinterpretowana, jako kompromis pomiędzy strategią OLFO (pierwszy człon) oraz aktywnym uczeniem (drugi człon). Intensywność uczenia zależy od parametru ν_k . Jeżeli $\nu_k = 0$, to metoda IBC przechodzi w metodę OLFO, o której wiemy, że nie jest na ogół optymalna. Minimum wyrażenia (25) oznaczamy przez $\bar{u}^{(k)}$. Do sterowania systemem wykorzystujemy pierwszy element ciągu $\bar{u}^{(k)}$, powtarzając całą procedurę w kolejnych krokach. W pracy Bania (2018) pokazano, że algorytm IBC może znajdować rozwiązania optymalne, pod warunkiem odpowiedniego doboru parametru ν_k . **Jest to oryginalne rozwiązanie zagadnienia częściowego nr. 1, składającego się na przedmiotowe osiągnięcie.**

4.3.1 Przykład działania metody IBC dla układu z szumem parametrycznym

Aby zilustrować działanie metody IBC, przeanalizujemy prosty przykład. Rozważmy najpierw system deterministyczny pierwszego rzędu

$$\dot{\eta}(t) = -a_c \eta(t) + (b_c + \epsilon(t))u(t) + g_{2c} \zeta(t), \quad (27)$$

gdzie $\epsilon(t)$ oraz $\zeta(t)$ reprezentują odpowiednio zmiany wzmocnienia oraz zakłócenia na wejściu. Sterowanie oznaczamy przez $u(t) \in R$. Zakładając, że ϵ jest procesem Wienera oraz ζ jest białym szumem, równanie (27) można zapisać w postaci dwóch równań Itô

$$dx = (A_c(u)x + B_c u)dt + G_c dw, \quad (28)$$

$$A_c(u) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ u & -a_c \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ b_c \end{bmatrix}, G_c = \begin{bmatrix} g_{1c} & 0 \\ 0 & g_{2c} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Procesy $w_1(t)$ oraz $w_2(t)$ są wzajemnie niezależnymi standardowymi procesami Wienera. Parametry a_c, b_c, g_{1c}, g_{2c} , są liczbami dodatnimi. Równanie obserwacji ma postać

$$y_k = x_2(t_k) + v_k, k = 0, 1, 2, \dots, \quad (30)$$

gdzie $v_k = N(0, s_v), s_v > 0, t_k = kT_0, T_0 > 0$. Jeżeli sterowanie jest przedziałami stałe t.j. $u(t) = u_k, t \in [t_k, t_{k+1})$, to dyskretny w czasie odpowiednik równań (28) i (30) ma postać

$$x_{k+1} = A(u_k)x_k + Bu_k + \sqrt{D(u_k)}w_k, \quad (31)$$

$$y_k = Cx_k + v_k, \quad (32)$$

gdzie

$$A(u_k) = A_0 + A_1 u_k, \quad (33)$$

$$D(u_k) = D_0 + D_1 u_k + D_2 u_k^2, \quad (34)$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$D_0 = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_3 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0 & d_2 \\ d_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d_4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]. \quad (37)$$

Macierze A, B, D można obliczyć posługując się następującymi regułami dyskretyzacji:

$$A = e^{A_c T_0}, B = \int_0^{T_0} e^{A_c \tau} B_c d\tau, D = \int_0^{T_0} e^{A_c \tau} G_c^2 e^{A_c^T \tau} d\tau.$$

Szum na wejściu jest sekwencją wzajemnie niezależnych zmiennych Gaussa t.j. $w_k \sim N(0, I_{2 \times 2})$, gdzie $I_{2 \times 2}$ oznacza macierz jednostkową wymiaru 2. Warunek początkowy jest dany relacją $x_0 \sim N(m_0^-, S_0^-)$. Minimalizowany wskaźnik jakości ma postać

$$J(\varphi) = \frac{1}{2} E\{q_1 x_{1,2}^2 + r_0 \varphi_0^2 + q_2 x_{2,2}^2 + r_1 \varphi_1^2\}, \quad (38)$$

gdzie $x_{k,2}$ oznacza drugą składową wektora x_k oraz $q_k \geq 0, r_k > 0$. Przyjęte do obliczeń parametry systemu (28) wynosiły: $a_c = 1, b_c = 1, g_{1c} = g_{2c} = \sqrt{2}, s_v = 0.01, T_0 = 0.1$. Parametry systemu z czasem dyskretnym (31-32) wynosiły: $a_1 = 1.0, a_2 = 0.90483, a_3 = b = 0.09516, d_1 = 0.2, d_2 = 9.674 \cdot 10^{-3}, d_3 = 0.18126, d_4 = 6.189 \cdot 10^{-4}$. Wagi we wskaźniku jakości wynosiły: $r_0 = r_1 = 10^{-3}, q_0 = 0, q_1 = 1$. Warunki początkowe były określone relacjami $m_0^- = (0, 0)^T, S_0^- = \text{diag}(s_{0,1}, s_{0,2}), s_{0,1} = 5, s_{0,2} = 0.1$. Dla uproszczenia założono, że $y_0 = 0$.

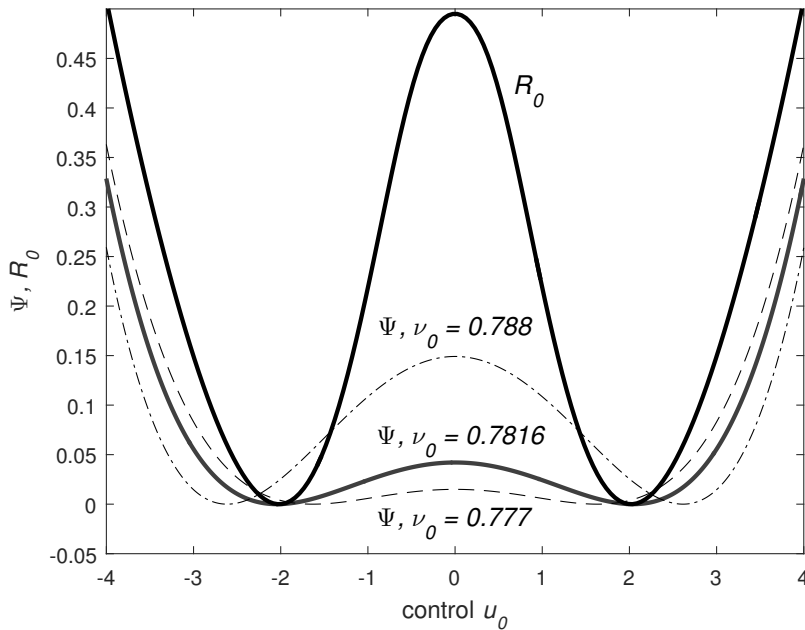
Wzory opisujące rozwiązanie optymalne podano w pracy Bania (2017). Rozwiązanie optymalne porównamy z rozwiązaniem uzyskanym metodą IBC. Ze względu na skomplikowaną postać wzorów, nie będziemy ich tutaj przytaczać i podamy jedynie końcowy wniosek. Zgodnie ze wzorem (6), strategia φ składa się z dwóch odwzorowań $u_0 = \varphi_0(y_0)$ oraz $u_1 = \varphi_1(y_0, y_1)$. Ponieważ założyliśmy dla uproszczenia, że $y_0 = 0$, to strategia φ_0 jest liczbą rzeczywistą i będziemy ją oznaczać u_0 . Aby porównać strategię optymalną ze strategią IBC, definiujemy minimalną wartość kosztu przy ustalonym u_0

$$R_0(u_0) = \min_{\varphi_1} J(u_0, \varphi_1), \quad (39)$$

przy czym $J(u_0, \varphi_1)$, oznacza koszt (38). Sterowanie optymalne w pierwszym kroku minimalizuje funkcję R_0 . Dla metody IBC, minimalna wartość kosztu (25), przy ustalonych u_0, ν_0 , jest dana wzorem

$$\Psi(u_0, \nu_0) = \min_{u_1} J_0(u_0, u_1, \nu_0). \quad (40)$$

Łatwo zauważyć, że sterowanie generowane przez IBC w pierwszym kroku, będzie równe sterowaniu optymalnemu, o ile funkcja Ψ będzie miała minima w tych samych punktach co funkcja R_0 . Można to osiągnąć, dobierając odpowiednio parametr ν_0 . Co więcej, okazuje się, że spełnienie powyższego warunku gwarantuje, iż sterowanie u_1 , generowane przez IBC w drugim kroku, będzie także równe sterowaniu optymalnemu (zob. także równości (64) i (76) w pracy Bania (2018)). Na rys. 1 przedstawiono wykres funkcji R_0 oraz wykresy funkcji Ψ dla kilku wartości parametru ν_0 . Jeżeli $\nu_0 \approx 0.7816$, to funkcja Ψ ma minima w tych samych punktach co R_0 . A zatem metoda IBC pozwala znaleźć strategię optymalną i można to zrobić bez użycia programowania dynamicznego.



Rysunek 1: Wykres funkcji R_0 oraz wykresy funkcji Ψ dla kilku wartości parametru ν_0 , przy założeniu, że $y_0 = 0$. Dla lepszej widoczności, wykresy zostały przeskalowane i przesunięte w pionie.

Zauważmy też, że sterowanie optymalne jest niezerowe, pomimo, iż warunek początkowy jest skoncentrowany wokół zera (tj. $m_0 = (0, 0)^T$). Jest to, opisany przez Feldbauma (1965), efekt dualny. Niezerowe sterowanie w pierwszym kroku dostarcza informacji o nieobserwowanej, pierwszej składowej stanu. Informacja ta wykorzystywana jest w kroku drugim do zmniejszenia niepewności stanu końcowego. Ponieważ ilość informacji o x_1 , zawarta w obserwacji y_1 , nie zależy od znaku u_0 , istnieją dwie strategie optymalne. Powyższy rezultat uzyskano w ramach nieopublikowanych jeszcze badań będących rozwinięciem pracy Bania (2018). Analogiczny wynik, dla układów liniowych z nieznanymi parametrami, podano w pracy Bania (2018).

4.3.2 Metoda IBC dla układów liniowych z nieznanymi parametrami i kwadratowym kosztem sterowania

W pracy Bania (2018), pokazano, że metoda IBC może być efektywnie stosowana do sterowania układami opisanymi równościami (4-5). Układy takie, stanowiące podstawowy model w teorii regulacji adaptacyjnej, są ważne ze względu na zastosowania. Niech funkcja kosztu ma postać

$$J(\varphi) = E\left\{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N |x_k|_{Q_k}^2 + |\varphi_{k-1}|_{R_{k-1}}^2\right\}, \quad (41)$$

gdzie macierze wagowe Q_k, R_k są dodatnio półokreślone. Na podstawie wyników podanych w artykule Bania (2018), można pokazać, że odpowiednikiem wskaźnika jakości (25), jest wyrażenie

$$J_k(u^{(k)}, \nu_k, Y_k) = \int p(\theta|Y_k) \left(\sum_{i=k+1}^N |\mu_i(\theta|Y_k)|_{Q_i}^2 + |u_{i-1}|_{R_{i-1}}^2 \right) d\theta - \nu_k I_k(u^{(k)}, Y_k), \quad (42)$$

gdzie średnia μ_i spełnia równanie

$$\mu_{i+1}(\theta|Y_k) = A(\theta)\mu_i(\theta|Y_k) + B(\theta)u_i, \mu_k(\theta|Y_k) = m_k(\theta|Y_k) \quad (43)$$

oraz $m_k(\theta|Y_k)$, jest estymatą stanu otrzymaną z filtru Kalmana dla systemu (4-5), przy ustalonym parametrze θ . Ponadto zachodzi równość $I_k(u^{(k)}, Y_k) = c_k + H(Y_k^+|u^{(k)}, Y_k)$, gdzie liczby c_k nie zależą od $u^{(k)}$ oraz $H(Y_k^+|u^{(k)}, Y_k)$ oznacza entropię zmiennej Y_k^+ , przewidywaną w chwili k . A zatem, w rozważanym zadaniu, maksymalizacja informacji jest równoważna maksymalizacji entropii pomiarów. W pracy Bania (2018), podano także analityczne wyrażenia opisujące rozkład warunkowy $p(\theta|Y_k)$ oraz łatwe do obliczenia oszacowania dolne entropii $H(Y_k^+|u^{(k)}, Y_k)$. Zastąpienie entropii $H(Y_k^+|u^{(k)}, Y_k)$, jej dolnym oszacowaniem, prowadzi do efektywnie działającej metody IBC, dla układów opisanych równaniami (4-5). Nieco inny sposób konstrukcji oszacowań informacji opisano w pracy Bania (2019).

4.3.3 Wnioski

- Metody oparte na zasadzie rozdzielania sterowania i filtracji, przyjmowanej bez wcześniejszego sprawdzenia jako pewnik, mogą być zawodne.
- Przy relatywnie słabych założeniach, można udowodnić, że minimalna wartość kosztu (9), jest ograniczona od dołu przez malejącą funkcję informacji wzajemnej pomiędzy trajektorią stanu i zmiennymi sterującymi lub też pomiędzy trajektorią stanu i obserwacjami.
- Algorytm OLFO można zmodyfikować tak, aby generował informację o stanie (parametrach) systemu. Prowadzi to do metody IBC.
- Metoda IBC może generować strategie optymalne, pod warunkiem, że intensywność uczenia (parametr ν_k we wzorze (25)), jest odpowiednio dobrana. Sposób doboru ν_k jest problemem otwartym.
- Jeżeli obliczenie informacji wzajemnej we wzorze (25) jest zbyt trudne, można użyć jej oszacowania dolnego. Przykłady takich oszacowań podano w pracach Bania (2018) i Bania (2019).
- Zadanie sterowania optymalnego w metodzie IBC jest standardowym problemem minimalizacji funkcji wielu zmiennych i może być rozwiązane za pomocą powszechnie znanych algorytmów optymalizacji, bez użycia programowania dynamicznego. Powoduje to znaczącą, w porównaniu z programowaniem dynamicznym, redukcję złożoności obliczeniowej i potencjalnie umożliwia rozwiązywanie zadań o dużym wymiarze.
- Aby wyznaczyć wartość oczekiwaną oraz informację w (25), należy wcześniej rozwiązać zadanie filtracji (estymacji stanu i parametrów). Ogólne rozwiązanie zadania filtracji nie jest oczywiście znane, jednak w przypadku systemów liniowych z nieznanymi parametrami oraz w pewnych szczególnych przypadkach systemów nieliniowych, rozwiązania takie zostały podane w pracach Bania i Baranowski (2016), (2017), Baranowski et. al. (2017) oraz Bania i Baranowski (2017a). Prace te, będące częścią przedmiotowego osiągnięcia, będą omówione poniżej.

4.4 Zastosowania teorii informacji w zagadnieniach planowania eksperymentu i estymacji parametrów

Szczególnym przypadkiem systemu (1-2), jest system liniowy z nieznanymi parametrami (4-5). Zadanie sterowania takim systemem wymaga wcześniejszej estymacji parametrów. Błąd estymacji zależy od sygnału pobudzającego, należy zatem wybrać sygnał, który minimalizuje błąd. Ponieważ błąd estymacji jest szacowany przez informację wzajemną pomiędzy obserwacjami i parametrami, zamiast minimalizować błąd, można maksymalizować informację. Zagadnienie to można również traktować, jako szczególny przypadek metody IBC, przyjmując we wzorze (25), $L(x_N) = 0$. W artykule Bania (2019) zaproponowano Bayesowską metodę projektowania eksperymentu identyfikacyjnego dla systemu (4-5) oraz porównano tę metodę z klasyczną metodą wykorzystującą kryterium D-optymalne. Poniżej przedstawione zostaną główne wyniki uzyskane w pracy Bania (2019). Rozważamy, rodzinę modeli liniowych

$$Y = F_\theta U + Z, \quad (44)$$

gdzie $\theta \in 1, 2, \dots, r$, $Y, Z \in R^{n_Y}$, $U \in R^{n_U}$ oraz macierze F_θ są ograniczone. Parametr θ jest nieznan. Rozkład a priori parametru θ ma postać

$$P(\theta = i) = p_{0,i}, i = 1, \dots, r. \quad (45)$$

Zmienna losowa Z jest warunkowo normalna t.j. $p(Z|\theta) = N(Z, 0, S_\theta)$, gdzie macierze kowariancji S_θ są znane i dodatnio określone dla wszystkich θ . Zmienną U będziemy nazywać sygnałem. Zbiór sygnałów dopuszczalnych ma postać

$$\mathbf{S}_\rho = \{U \in R^{n_U}; U^T U \leq \rho\}. \quad (46)$$

Estymator MAP parametru θ jest określony równością

$$\hat{\theta}(Y, U) = \arg \max_{\theta \in \{1, \dots, r\}} p(\theta|Y, U). \quad (47)$$

Prawdopodobieństwo błędu dla estymatora MAP wynosi

$$P_e(U) = 1 - \int \left(\max_{\theta \in \{1, \dots, r\}} p(\theta|Y, U) \right) p(Y|U) dY. \quad (48)$$

Sygnał U powinien minimalizować P_e . Obliczenie P_e jest na ogół bardzo skomplikowane, jednakże w pracy Bania (2019) udowodniono, że

$$P_e(U) \leq \frac{1}{2}(H(\theta) - I(Y; \theta|U)) \log_2 e, \quad (49)$$

gdzie $H(\theta)$ oznacza entropię zmiennej θ oraz $I(Y; \theta|U)$, jest informacją wzajemną pomiędzy zmiennymi Y oraz θ . A zatem maksymalizacja $I(Y; \theta|U)$, pozwala zredukować prawdopodobieństwo błędu. Aby uniknąć trudności związanych z obliczaniem $I(Y; \theta|U)$, można posłużyć oszacowaniem dolnym. W pracy Bania (2019) pokazano, że

$$I_l(U) \leq I(Y; \theta|U) \leq H(\theta), \quad (50)$$

gdzie

$$I_l(U) = - \sum_{i=1}^r p_{0,i} \ln \left(\sum_{j=1}^r p_{0,j} e^{-D_{i,j}(U)} \right), \quad (51)$$

$$D_{i,j}(U) = \frac{1}{4} U^T Q_{i,j} U + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1}{2}(S_i + S_j) \right| - \frac{1}{4} \ln |S_i| |S_j|, \quad (52)$$

$$Q_{i,j} = (F_i - F_j)^T (S_i + S_j)^{-1} (F_i - F_j). \quad (53)$$

Stąd oraz z (49) otrzymujemy

$$P_e(U) \leq \frac{1}{2}(H(\theta) - I_l(U)) \log_2 e. \quad (54)$$

A zatem, maksymalizacja wyrażenia (51) pozwala znaleźć sygnał bogaty w informacje o parametrze θ . Rozważmy teraz rodzinę układów liniowych

$$x_{k+1} = A_\theta x_k + B_\theta u_k + G_\theta w_k, k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (55)$$

$$y_k = C_\theta x_k + D_\theta v_k, k = 1, 2, \dots, N, \quad (56)$$

gdzie rozkład a priori parametru θ jest dany przez (45) oraz $x_k \in R^n, y_k \in R^m, w_k \in R^{n_w}, v_k \in R^m, w_k \sim N(0, I_{n_w}), v_k \sim N(0, I_m)$. Zmienne $w_0, \dots, w_{N-1}, v_1, \dots, v_N$ są wzajemnie niezależne. Warunek początkowy jest zerowy. Jeżeli przyjmujemy następujące oznaczenia: $X = \text{col}(x_1, \dots, x_N), Y = \text{col}(y_1, \dots, y_N), U = \text{col}(u_0, \dots, u_{N-1}), W = \text{col}(w_0, \dots, w_{N-1}), V = \text{col}(v_1, \dots, v_N)$, to relacje pomiędzy zmiennymi Y oraz U można zapisać w postaci (44). A zatem oszacowanie (50-53), może być użyte do projektowania eksperymentu identyfikacyjnego dla systemu dynamicznego (55-56). Ponadto, w pracy Bania (2019), wykazano, że:

- W przypadku dwóch możliwych wartości parametru θ lub dla małej energii sygnału U , zadanie maksymalizacji oszacowania (51), daje się sprowadzić do rozwiązania pewnego problemu własnego dla macierzy hermitowskiej.
- Jeżeli parametr jest identyfikowalny, to $\lim_{\rho \rightarrow \infty} P_e(\rho U) = 0$, dla prawie wszystkich U z kuli jednostkowej.
- W analizowanych przykładach, proponowana metoda daje mniejsze prawdopodobieństwo błędu niż klasyczne metody oparte na kryterium D- optymalności.
- Metodę można uogólnić na przypadek ciągłego (tj. mocy continuum), zbioru parametrów θ .
- Model (44), można zastąpić ogólniejszym modelem nieliniowym w postaci $Y = F(\theta, U) + Z$, gdzie funkcja F jest odpowiednio regularna oraz $p(Z|\theta, U) = N(Z, 0, S(\theta, U)), S(\theta, U) > 0, U \in S_\rho$.

Ze sposobu konstrukcji funkcji I_l wynika, że proponowana metoda może być łatwo uogólniona na przypadek niezerowych warunków początkowych. Tym samym funkcja I_l , może być użyta, jako dolne oszacowanie informacji $I_k(u^{(k)}, Y_k)$, w metodzie IBC dla układów opisanych równaniami (55-56) lub (4-5). Analogiczne do (50-53) oszacowania informacji $I_k(u^{(k)}, Y_k)$, podano w pracy Bania (2018). **Jest to oryginalne rozwiązanie zagadnienia częściowego nr. 2, składającego się na prezentowane osiągnięcie naukowe.**

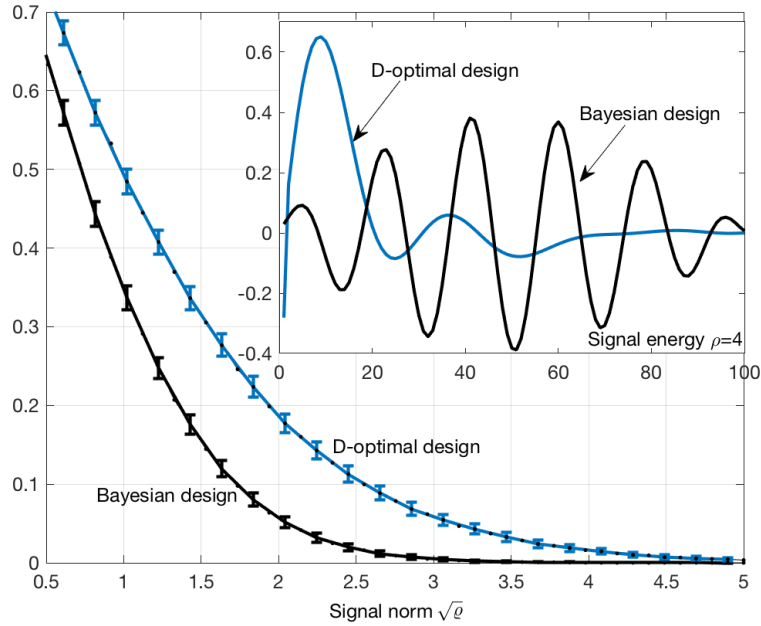
4.4.1 Przykład

W artykule Bania (2019), porównano proponowaną metodę Bayesowską, z klasycznym podejściem opartym na kryterium D- optymalnym. Działanie metod testowano w przypadku układu pierwszego rzędu, opisanego równaniami

$$x_{k+1} = a_\theta x_k + b_\theta u_k, \quad (57)$$

$$y_k = x_k + \sigma_v v_k, \quad (58)$$

gdzie $\theta \in \{1, 2, 3, 4\}, a_\theta = 0.6 + 0.1(\theta - 1), b_\theta = 1 - a_\theta, \sigma_v = 0.1, v_k \sim N(0, 1)$. Rozkład a priori parametru θ był jednostajny tj. $p_{0,\theta} = 0.25$. Horyzont sterowania $N = 100$. Obliczenia przeprowadzono w następujący sposób. Przy zadanej maksymalnej energii sygnału (parametr ρ we wzorze (46)), dla obu metod wyznaczano sygnał optymalny w sensie kryterium (51) oraz w sensie kryterium D- optymalnego. Następnie, za pomocą symulacji Monte-Carlo, estymowano prawdopodobieństwo błędu (48). Wyniki obliczeń, dla różnych wartości ρ , pokazano na rys. 2. W prawym górnym rogu rysunku pokazano też przykładowe sygnały generowane przez obie metody, dla $\rho = 4$. Widać wyraźnie, że w tym przykładzie, proponowana metoda Bayesowska daje znacznie mniejsze prawdopodobieństwo błędu. W szczególności, dla przykładowych sygnałów pokazanych na rys. 2, jest ono około trzy razy mniejsze niż dla metody D- optymalnej.



Rysunek 2: Prawdopodobieństwo błędu estymatora MAP, jako funkcja maksymalnej dopuszczalnej normy sygnału oraz przykładowe sygnały generowane przez obie metody. Ilość prób w metodzie Monte Carlo wynosiła 10^5 . Dla lepszej widoczności, standardowe przedziały błędów pomnożono przez 10.

4.5 Jednoczesna estymacja stanu, parametrów i kowariancji szumów w stochastycznych układach liniowych

Rozważmy układ z czasem ciągłym

$$dx = (A(\theta)x + B(\theta)u)dt + G(\theta)dw \quad (59)$$

i dyskretną w czasie obserwacją

$$y_k = C(\theta)x(t_k) + D(\theta)v_k, k = 0, 1, \dots \quad (60)$$

gdzie w jest procesem Wienera, $v_k \sim N(0, I_m)$ oraz $t_k \geq 0$, jest ciągiem chwil obserwacji, takim że $\lim_{k \rightarrow \infty} t_k = \infty$. Rozkład a priori parametru θ oznaczamy $p_0^-(\theta)$. Zadanie filtracji dla systemu (59-60), polega na znalezieniu rozkładu warunkowego $p(x(t), \theta | Y_k)$ lub równoważnie rozkładów $p(x(t) | \theta, Y_k)$ oraz $p(\theta | Y_k)$. W pracy Bania i Baranowski (2016) rozwiązano zadanie filtracji dla układu (59-60) oraz podano rekursywną postać estymatora stanu i parametrów dla tego układu. Podano również sposób zapominania starych danych i wykazano, że tak zmodyfikowany estymator może być stosowany dla układów z wolno zmieniającymi się parametrami. Uzyskany wynik jest istotny z punktu widzenia zastosowań, pozwala bowiem estymować on-line macierze $G(\theta)$ oraz $D(\theta)$, opisujące kowariancje szumów na wejściach i wyjściach układu. Tym samym, zaproponowana metoda rozwiązuje problem automatycznego strojenia filtru Kalmana. **Prace Bania i Baranowski (2017a) oraz Baranowski et. al. (2017), stanowią rozszerzenie oraz zastosowanie powyższych wyników do rozwiązywania problemów izolacji i detekcji skończonej ilości stanów awaryjnych.** W zadaniach tego typu, parametr θ numeruje poszczególne stany awaryjne, które są znane, ale nie wiadomo, który z nich wystąpił. Rolą estymatora jest znalezienie najbardziej prawdopodobnej wartości θ . Ponieważ θ może przyjmować tylko skończoną liczbę wartości, można podać jawną postać estymatora rekursywnego. Aby uodpornić estymator na powolne zmiany parametrów, wprowadzono mechanizm zapominania starych danych.

Uzyskane rezultaty wykorzystano w pracach Bania (2017) i Bania (2018), do obliczania wartości oczekiwanych oraz informacji w metodzie IBC dla układów z nieznanymi parametrami. **Powyższy wynik, stanowi oryginalne rozwiązanie zagadnień częściowych nr. 3 i 4, składających się na przedmiotowe osiągnięcie.**

4.6 Filtracja przy skwantowanych obserwacjach

Jak to podkreślono w p. 4.3.3, rozwiązanie zadania filtracji i estymacji parametrów ma fundamentalne znaczenie dla metody IBC. Znając bowiem rozwiązanie zadania filtracji, można obliczyć wartość oczekiwaną oraz informację we wzorze (25). Zadanie filtracji zastało rozwiązane dla układów z nieznanymi, losowymi parametrami, jednak dla układów nieliniowych, opisanych równaniami (1-2) lub równaniem (10), ogólne rozwiązanie zadania filtracji nie jest znane. Aby poszerzyć zakres problemów możliwych do rozwiązania metodą IBC, do rozwiązywania zadania filtracji można wykorzystać wyniki uzyskane w pracy Bania i Baranowski (2017). Pomimo, że w pracy analizowano filtrację przy skwantowanych obserwacjach, wyniki można łatwo rozszerzyć na systemy opisane równaniem (10), z dyskretną w czasie obserwacją daną równaniem (2). Poniżej omówimy krótko wyniki zawarte w tej pracy.

Kwantyzacja pomiarów jest zjawiskiem powszechnym w cyfrowych układach sterowania, układach elektromechanicznych z enkoderami oraz w sieciach bezprzewodowych. O ile w przypadku przetworników A/D, wpływ szumu kwantyzacji można zredukować poprzez odpowiednie dopasowanie poziomu sygnału, to w przypadku estymacji małych prędkości obrotowych w układach z enkoderami, estymata stanu generowana przez klasyczny filtr Kalmana jest istotnie obciążona i szumu kwantyzacji nie można pominąć. Przyjęto, że model systemu ma postać równań Itô

$$dx = f(t, x)dt + g(t, x)dw, \quad (61)$$

gdzie $x(t) \in R^n$, $w(t) \in R^{n_w}$ oraz funkcje f, g spełniają globalny warunek Lipschitza. Dyskretne w czasie i skwantowane obserwacje są opisane równaniem

$$y_k = Q(x_n(t_k) + v_k), \quad (62)$$

gdzie $v_k \sim N(0, \sigma^2)$. Kwantyzator Q jest opisany równością

$$Q(s) = \Delta[s\Delta^{-1}], \quad (63)$$

gdzie Δ jest przedziałem kwantyzacji oraz $[\]$, oznacza zaokrąglenie do najbliższej liczby całkowitej. W przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k)$, gęstość warunkowa $p(t, x|Y_{k-1})$, spełnia równanie Fokkera-Plancka

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \mathcal{L}p, \quad (64)$$

gdzie operator \mathcal{L} ma postać

$$\mathcal{L}p(t, x) = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i(t, x)p(t, x)) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (D_{i,j}(t, x)p(t, x)), \quad (65)$$

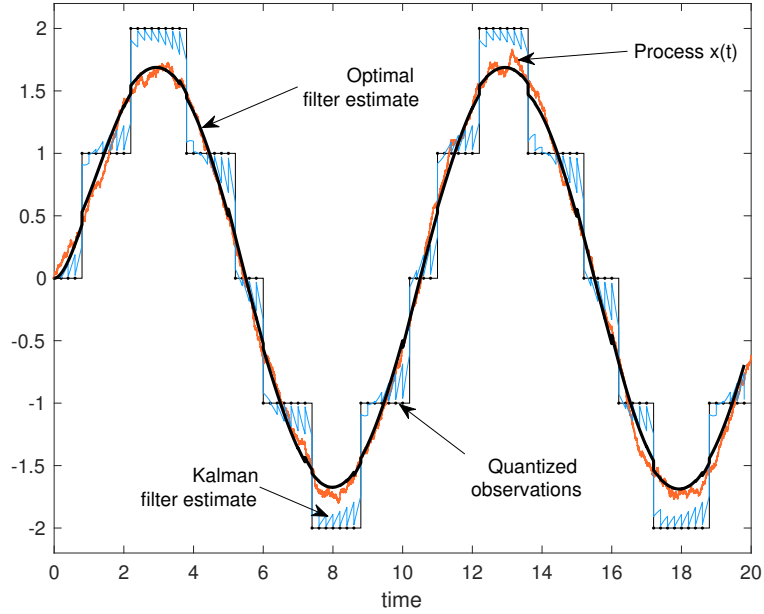
$D(t, x) = g(t, x)g(t, x)^T$, jest macierzą dyfuzji oraz $p(t_{k-1}, x|Y_{k-1}) = p_{k-1}(x|Y_{k-1})$, jest warunkiem początkowym z poprzedniego kroku. W chwili t_k , wykonywany jest nowy pomiar. Zgodnie z regułą Bayesa, bezpośrednio po pomiarze y_k , gęstość warunkowa $p_k(x|Y_k)$, jest dana wzorem

$$p_k(x|Y_k) = \frac{p(y_k|x)p(t_k, x|Y_{k-1})}{p(Y_k)}. \quad (66)$$

Gęstość ta ewoluuje zgodnie z równaniem (64), aż do następnego pomiaru. Postępując w ten sposób dla kolejnych kroków, można wyznaczyć $p(t, x|Y_k)$ dla dowolnej chwili czasu. Skończenie wymiarowe przybliżenie rozwiązania równania (64) ma postać szeregu

$$p_N(t, x) = \sum_{i=1}^N \xi_i(t)e_i(x) \quad (67)$$

gdzie e_i jest ciągiem funkcji ortogonalnych w $L_2(R^n, R)$. Granica szeregu (67) leży w L_2 , ale nie koniecznie w L_1 . Tymczasem gęstość prawdopodobieństwa musi być elementem przestrzeni L_1 . Aby udowodnić zbieżność szeregu (67) w przestrzeni L_1 , na funkcje bazy (funkcje e_i w (67)) należy nałożyć



Rysunek 3: Porównanie działania filtru Kalmana z działaniem filtru optymalnego, dla $N = 40$, $u(t) = 3.5 \sin 0.2\pi t$, $x_0 = 0$.

pewne dodatkowe warunki. Warunki te podano w pracy (Bania et. al. 2016). W szczególności, jeżeli e_i jest ciągiem wielowymiarowych funkcji Hermita, to na podstawie twierdzenia 6, udowodnionego w pracy (Bania et. al. 2016), można pokazać, że szereg (67) jest zbieżny w normie przestrzeni L_1 i wówczas, w granicy $N \rightarrow \infty$, wzór (67), rzeczywiście opisuje rozkład prawdopodobieństwa. Stosując metodę Galerkiną, w pracy Bania i Baranowski (2017), wyprowadzono układ równań różniczkowych dla współczynników szeregu (67) oraz, na podstawie wzoru (66), podano regułę aktualizacji tych współczynników w chwili t_k tj. bezpośrednio po wykonaniu pomiaru. Tym samym skonstruowano skończenie wymiarową aproksymację rozwiązania zadania filtracji. Następnie, podano analityczną postać równań filtru, dla systemu opisanego równaniami

$$dx = (-ax + bu)dt + \sqrt{d}dw, \quad (68)$$

$$y_k = Q(x(t_k) + v_k), \quad (69)$$

gdzie $a = 2, b = 1, d = 0.025, \sigma = 0.02, \Delta = 1, t_k = kT_0, T_0 = 0.1$. Działanie aproksymacji filtru optymalnego, dla $N = 40$, porównano z działaniem klasycznego filtru Kalmana. Wyniki obliczeń pokazano na rys. 3. Zaobserwowano, że średni kwadrat błędu dla filtru optymalnego może być nawet kilkadziesiąt razy mniejszy niż błąd filtru Kalmana. W rozważanym przykładzie błąd ten był około dwadzieścia pięć razy mniejszy. **Powyższy wynik, jest oryginalnym rozwiązaniem zagadnienia częściowego nr. 5, składającego się na przedmiotowe osiągnięcie.**

4.7 Podsumowanie osiągnięcia

Uzyskano nowe, znaczące wyniki w zakresie zastosowania teorii informacji w zagadnieniach sterowania. Opracowano metodę *Information Based Control* oraz wykazano, że metoda ta może w pewnych przypadkach generować regulatory optymalne. **Metoda IBC nie wymaga stosowania programowania dynamicznego co znacząco redukuje złożoność obliczeniową, umożliwia rozwiązywanie zadań o dużym wymiarze i stanowi istotny wkład w dziedzinę.**

Ponadto, wykorzystując metody teorii informacji, opracowano nową Bayesowską metodę planowania eksperymentów identyfikacyjnych dla liniowych układów dynamicznych z nieznanymi parametrami oraz wykazano, że **metoda może dawać błędy wielokrotnie mniejsze niż klasyczne metody planowania eksperymentów identyfikacyjnych.** Wskazano także na możliwość zastosowania tych wyników do oszacowania informacji w metodzie IBC. Stanowi to istotny wkład w dziedzinę teorii sterowania, automatyki i robotyki.

Rozwiązano zadanie jednoczesnej estymacji stanu i parametrów w układach liniowych i tym samym **rozwiązano problem automatycznego strojenia filtru Kalmana, co stanowi istotny wkład autora w dziedzinę automatyki i robotyki.**

W obszarze teorii filtracji podano równania filtru optymalnego przy skwantowanych obserwacjach oraz wskazano możliwość zastosowania uzyskanych rezultatów w metodzie IBC. Stanowi to kolejny istotny wkład w dziedzinę.

5 Wykaz publikacji

5.1 Statystyki bibliometryczne

Baza danych	Liczba cytowań	h-indeks
Web of Science	57	5
Web of Science (z wyłączeniem autocytowań)	45	b/d
Scopus	97	5
Google Scholar	185	9

5.2 Publikacje po uzyskaniu stopnia doktora

Suma punktów MNiSW dla wymienionych poniżej publikacji wynosi 250.5.

1. Bania P. (2019a). Information based method for approximate solving stochastic control problems. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, article under review, preprint: <https://arxiv.org/pdf/1904.06287.pdf>.
2. Bania P. (2019). Bayesian input design for linear dynamical model discrimination. *Entropy* 2019, 21(4), 351.
3. Bania P. (2018). Example for equivalence of dual and information based optimal control. *International Journal of Control*, Published online: 20 Feb 2018, <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1436775>.
4. Bania P., Baranowski J. (2017). Approximation of optimal filter for Ornstein-Uhlenbeck process with quantised discrete-time observation. *International Journal of Control*, Vol. 91, Issue 2, pp, 411-419.
5. Bania P. (2017). Simple example of dual control problem with almost analytical solution. *Trends in Advanced Intelligent Control, Optimization and Automation : proceedings of KKA 2017 — the 19th Polish Control Conference, Kraków, Poland, June 18–21, 2017, pp. 55–64, / eds. Wojciech Mitkowski et al. Springer International Publishing, ISBN: 978-3-319-60698-9*.
6. Bania P., Baranowski J. (2017a). Bayesian estimator of a faulty state: Logarithmic odds approach. *Proc. of 22nd Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 28-31 Aug. 2017, Miedzyzdroje, Poland, pp. 253-257*.
7. Baranowski J., Bania P., Bauer W., Chyliński J., Piątek P. (2017). Hybrid Newton observer in analysis of glucose regulation system for ICU patients. *Trends in Advanced Intelligent Control, Optimization and Automation : proceedings of KKA 2017 — the 19th Polish Control Conference, Kraków, Poland, June 18–21, 2017, pp. 825–827 / eds. Wojciech Mitkowski et al. Springer International Publishing, ISBN: 978-3-319-60698-9*.
8. Baranowski J., Bania P., Prasad I., Cong T. (2017). Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter. *EURASIP J. on Advances in Signal Processing* 2017:79.
9. Bania P., Baranowski J. (2016). Field Kalman Filter and its approximation. *Proc. of 55th IEEE Conf. on Decision and Control December 12-14, Las Vegas, USA, pp. 2875-2880*.
10. Bania P., Baranowski J., Zagorowska M. (2016). Convergence of Laguerre impulse response approximation for noninteger order systems. *Mathematical Problems in Engineering, Volume 2016, Article ID 9258437*.
11. Augustyn J., Bania P., Baranowski J., Czubak M., Długosz M., Klemiatio M., Pauluk M., Skruch P., Tutaj A. (2015). Perspektywiczne zagadnienia automatyki i robotyki. [Perspective issues of automation and robotics]. red. Jerzy Baranowski. *Rzeszów : NOT, ISBN: 978-83-943506-1-1*.

12. Zagórska M., Baranowski J., Bania P., Bauer W., Dziwiński T., Piątek P. (2015). Parametric optimization of PD α controller using Laguerre function approximation. *MMAR 2015 : 20th international conference on Methods and Models in Automation and Robotics : 24–27 August 2015, Międzyzdroje, Poland* : pp. 104–109.
13. Zagórska M., Baranowski J., Bania P., Piątek P., Bauer W., Dziwiński T. (2015). Impulse response approximation method for "fractional order lag". *Advances in modelling and control of non-integer order systems : 6th conference on Non-integer order calculus and its applications, 2014 Opole, Poland / eds. Krzysztof J. Latawiec, Marian Łukaniszyn, Rafał Stanisławski. Springer International Publishing, cop. 2015. — (Lecture Notes in Electrical Engineering ; ISSN 1876-1100 ; vol. 320). — ISBN: 978-3-319-09899-9 ; e-ISBN: 978-3-319-09900-2. pp. 113–122.*
14. Baranowski J., Zagórska M., Bania P., Bauer W., Dziwiński T., Piątek P. (2014). Impulse response approximation method for Bi-fractional filter. *MMAR 2014 : 19th international conference on Methods and Models in Automation and Robotics : 02–05 September 2014, Międzyzdroje, Poland pp. 379–383.*
15. Bania P., Bułka J., Wochlik I., Izworski A., Orzechowski T., (2013). Przetwarzanie sygnałów ABR przy użyciu sieci neuronowych w zadaniach diagnostyki słuchu — [Hearing diagnosis based on ABR signal processing utilizing artificial neural networks]. *W: Inżynieria biomedyczna : podstawy i zastosowania. T. 9, Sieci neuronowe w inżynierii biomedycznej / zespół red. monografii Władysław Torbicz [et al.] ; red. tomu Ryszard Tadeusiewicz [et al.]. — [Warszawa] : Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, cop. 2013. — ISBN: 978-83-7837-024-6, pp. 95–104.*
16. Bania P., Baranowski J. (2013). Laguerre polynomial approximation of fractional order linear systems. *Advances in the theory and applications of non-integer order systems : 5th conference on Non-integer order calculus and its applications : [4–5 July 2013], Cracow, Poland / eds. Wojciech Mitkowski, Janusz Kacprzyk, Jerzy Baranowski. Springer International Publishing, cop. 2013. — (Lecture Notes in Electrical Engineering ; ISSN 1876-1100 ; vol. 257). — ISBN: 978-3-319-00932-2 ; e-ISBN: 978-3-319-00933-9, pp. 171–182.*
17. Raciborski F., Bania P., Wochlik I., Tomaszewska A., Samel-Kowalik P., Walkiewicz A., Borowicz J., Komorowski J., Lusawa A., Nowicka A., Samolinski B. (2012). e-Allergy: the new approach to premedical recognition of allergy and asthma: 1756. *Allergy: European Journal of Allergy and Clinical Immunology, 67():657, Nov 2012.*
18. Bania P. (2011). Warunki normalności zasady maksimum Pontriagina dla zadań z ograniczeniami stanu końcowego. [Conditions for normality of Pontryagin's maximum principle with final state constraints]. *Automatyka : półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, t. 15 z. 1, pp. 29–46.*
19. Bania P., Turnau A. (2011). Obserwatory zdarzeniowe jako metoda redukcji strumienia danych w systemach sterowania — [Event observers as a method of reducing the data stream in control systems]. *W: Projektowanie, analiza i implementacja systemów czasu rzeczywistego : praca zbiorowa / pod red. Leszka Trybusa i Sławomira Samoleja. — Warszawa : Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 2011. — pp. 397–406.*
20. Bania P. (2011). Jednoczesna estymacja stanu i parametrów w układach nieliniowych przy skwantowanych pomiarach wyjść. [State estimation for nonlinear systems with quantized measurements]. *W: KKA 2011 : XVII Krajowa Konferencja Automatyki : Kielce–Cedzyna, 19–22.06.2011 r. : pp. 119–128.*
21. Bania P. (2011). Estymacja stanu w układach nieliniowych przy skwantowanych pomiarach wyjść — [State estimation of nonlinear systems with quantized output measurement]. *W: Postępy automatyki i robotyki, Cz. 1 / pod red. Krzysztofa Malinowskiego i Ryszarda Dindorfa. — Kielce : Politechnika Świętokrzyska, pp. 11–22.*

22. Bania P. (2011). Estymacja stanu w układach liniowych przy skwantowanych pomiarach wyjść. [State estimation of linear systems with quantized output measurement]. *Automatyka : półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie*, t. 15 z. 1, s. 15–28.
23. Pauluk M., Bania P., Marchewka D., Rosół M. (2008). Dobór procesora sygnałowego w konstrukcji regulatora optymalnego. [DSP processors in optimal controller designing]. *PAR Pomiarzy Automatyka Robotyka ; nr 10/2008*, s. 45–49.

5.3 Publikacje przed uzyskaniem stopnia doktora

1. Bania P. (2006). Czy sterowanie predykcyjne wymaga dokładnej optymalizacji? [Does the predictive control require an exact optimization?]. *Automatyka : półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie*, t. 10 z. 1, s. 11–32.
2. Bania P., Grega W. (2005). Heating system control in commercial buildings with peak demand adjustment. *Energy and power systems, the IASTED international conference : April 18–20, 2005 Krabi, Thailand / ed. Worawit Tayati ; IASTED*. — Anaheim ; Calgary ; Zurich, pp. 64–69.
3. Bułka J., Bania P., Izworski A., Kowal J., Wochlik I. (2004). The utilization of the computational intelligence methods in interpretation of biomedical signals: for the case of BAEP signals. *Proceedings of the IASTED international conference on Advances in computer science and technology : November 22–24, 2004 St. Thomas, US Virgin Islands / ed. S. Sahni*. — Anaheim ; Calgary ; Zurich : Acta Press, 2004. — (A Publication of the International Association of Science and Technology for Development), pp. 281–284.
4. Bania P., Grega W. (2004). Nonlinear model predictive controller for heating system. *MMAR 2004 : proceedings of the 10th IEEE international conference on Methods and Models in Automation and Robotics : 30 August – 2 September 2004, Międzyzdroje, Poland. Vol. 1 of 2, Control theory, Control engineering, Modeling and simulation / eds. S. Domek, R. Kaszyński ; IEEE, IEEE Robotics & Automation Society, IEEE Control Systems Society*. — Szczecin : Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 2004, ISBN 83-88764-04-7, pp. 511–516.
5. Izworski A., Bania P. (2004) Interpretation of the biomedical signals using the RBF-type neural networks. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems ; ISSN 1109-2734*. — 2004, vol. 3 iss. 9, pp. 1799–1803.
6. Bania P., Izworski A., Tadeusiewicz R., Wochlik I. (2004). Automatic, mobile system for evaluation of human hearing abilities. *CIMSA 2004 [Dokument elektroniczny] : proceedings of the 2004 IEEE international conference on Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications : Boston, USA, 14–16 July 2004 / IEEE ; CIS Computational Intelligence Society ; I&M Instrumentation & Measurement Society*, pp. 17–20.
7. Bania P., Bułka J., Izworski A., Wochlik I. (2004). Application of RBF-type neural network to modeling of auditory brainstem response signal registration. *SCI 2004 : the 8th world multi-conference on Systemics, Cybernetics and Informatics : July 18–21, 2004 Orlando, USA : proceedings, Vol. 15 / eds. Nagib Callaos [et al.]*. — [Orlando] : IIIS, 2004. International Institute of Informatics and Systemics, pp. 199–202.
8. Izworski A., Bania P., Bułka J., Wochlik I., Kowal J., Karwat B. (2003). Mobile computer system for automated analysis of ABR recordings. *Proceedings of the seventh IASTED international conference on Software engineering and applications : November 3–5, 2003 Marina del Rey, USA / ed. M. H. Hamza*. — Anaheim ; Calgary ; Zurich : Acta Press, 2003. — (A Publication of the International Association of Science and Technology for Development). — pp. 23–26.
9. Grega W., Kołek K., Bania P. (2002). Optymalne sterowanie węzłem cieplnym [Optimal control of a heating station.] *XIV [Czternasta] krajowa konferencja automatyki : Zielona Góra 24–27*

czerwca 2002, T. 2 / red. nauk. Zdzisław Bubnicki, Józef Korbicz ; Uniwersytet Zielonogórski. — Zielona Góra : Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych UZ, 2002. — pp. 997–1002.

10. Monitorowanie i optymalizacja zużycia energii cieplnej w AGH : sprawozdanie z realizacji Grantu Uczelnianego Zamawianego (GUZ). Cz. 1, (zadania 1-3,5) — [Monitoring and optimization of heat energy consumption at the University of Mining and Metallurgy : the report on the University Research Grant] / oprac. Wojciech GREGA przy współpr. z Krzysztofem KOŁKIEM i Piotrem BANIA ; Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie. Katedra Automatyki. — Kraków : AGH KA, 2002. — 27, [2] s.
11. Kołek K., Bania P. (2002). Internetowy system pomiarowy [Internet measuring system]. *PAR Pomiary Automatyka Robotyka ; ISSN 1427-9126*. — 2002 R. 6 nr 2, s. 5–8.
12. Bułka J. Wochlik I., Kowal J., Bania P., Izworski A. (2002). Determination of primary features of ABR signals in intelligent system aiding the auditory system diagnosis. *Advances in systems theory, mathematical methods and applications / eds. Alexander Zemliak, Nikos E. Mastorakis*. — [Athens] : WSEAS Press, 2002. — (Electrical and Computer Engineering Series : A Series of Reference Books and Textbooks ; ISSN 1790-5117). — pp. 163–167.
13. Bułka J. Wochlik I., Kowal J., Bania P., Izworski A. (2002). Determination of primary features of ABR signals in intelligent system aiding the auditory system diagnosis. *Proceedings of the 2002 WSEAS international conferences : Instrumentation, Measurement, Control, Circuits and Systems '02 (2nd IMCCAS) : Information Science and Applications '02 (2nd ISA) : Soft Computing, Optimization, Simulation and Manufacturing Systems '02 (2nd SOSM) : Mathematics and Computers in Physics '02 (4th MCP) : Mechanical Engineering Multiconference '02 (4th MEM) : Cancun, Mexico May 12–16, 2002 / eds. Alexander Zemliak, Nikos E. Mastorakis*. pp. 163–167.
14. Bułka J. Wochlik I., Izworski A., Bania P. (2002). Determination of diagnostic parameters in the BAEP signal analysis. *SCI 2002 : the 6th world multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics : July 14–18, 2002 Orlando, USA : proceedings. Vol. 13, Concepts and applications of Systemics, Cybernetics and Informatics III / eds. Nagib Callaos, Greg Whymark, William Lesso ; ISAS*. — Orlando: International Institute of Informatics and Systemics, 2002. — ISBN10: 980-07-8150-1. — pp. 584–587.
15. Wochlik I., Bułka J., Tadeusiewicz R., Bania P., Izworski A. (2002). Determination of diagnostic parameters in an automated system for ABR signal analysis. *METMBS'02 : proceedings of the international conference on Mathematics and Engineering Techniques in Medicine and Biological Sciences : Las Vegas, Nevada, USA June 24–27, 2002, Vol. 2 / ed. Faramarz Valafar*. — USA : CSREA Press, 2002. — pp. 391–394.
16. Bania P. (2000). Stabilizujące sprzężenie zwrotne dla systemu magnetycznej lewitacji. *Automatyka 4 (2)*, wyd. AGH, Kraków, pp. 117–139.

6 Pozostała działalność naukowa

6.1 Udział w pracach badawczo-rozwojowych

- 2001-2003, Grant Uczelniany Zamawiany: Monitorowanie i optymalizacja zużycia energii cieplnej w AGH GUZ nr. 21.10.120.31, wykonawca. Wyniki prac badawczo-rozwojowych zostały wdrożone w węzłach ciepłych AGH. Opracowane algorytmy działają do dziś. Szacowane roczne oszczędności wynoszą od 50 - 100 tys. zł, w zależności od sezonu grzewczego.
- 2010-2012, Opracowanie innowacyjnego urządzenia do zdalnego przeprowadzania badań przesiewowych słuchu. Projekt WND-POIG.01.04.00-12-093/10, wykonawca. Wartość projektu 5 706 079 zł. Urządzenie zostało wdrożone do produkcji pod nazwą handlową Home ABR.

- W roku 2016 została założona spółka spin-off o nazwie NG-Heat, której udziałowcami są m in. Centrum Transferu Technologii AGH oraz autor niniejszego opracowania. W roku 2018, spółka NG-Heat uzyskała dofinansowanie w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój 2014-2020, działanie 1.2, projekt POIR.01.02.00-00-0302/17, System Zarządzania Stroną Popytową na Ciepło Systemowe. Kwota dofinansowania: 1 805 296,89 zł. Projekt jest w trakcie realizacji. W ramach w/w projektu jestem zatrudniony jako główny specjalista ds. algorytmów.

6.2 Udział w projektach badawczych

2014-2017, Projektowanie i zastosowanie podsystemów niecałkowitego rzędu w układach sterowania, 2013/09/D/ST7/03960, NCN, 366 350 zł, wykonawca.

6.3 Nagrody i wyróżnienia

2008. Moja rozprawa doktorska pt. *Algorytmy optymalizacji w nieliniowej regulacji predykcyjnej* została wyróżniona przez Radę Wydziału Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, AGH.

6.4 Współpraca z firmami

- 2015, Comarch S. A. – Konsultant ds. analizy danych, statystyki i przetwarzania obrazów.
- 2010, Silvermedia sp. z o.o. – Specjalista ds. statystyki i modelowania matematycznego.

6.5 Działalność recenzencka

6.5.1 Recenzje w czasopismach

Recenzent w czasopismach m.in: *IEEE Transactions on Automatic Control*, *International Journal of Control*, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, *Asian Journal of Control*, *IEEE Control Systems Letters*, *Mathematical Problems in Engineering* oraz na konferencjach: *American Control Conference*, *IEEE Conference on Decision and Control*. Liczba wykonanych recenzji to ok. 50. Od roku 2013 jestem członkiem *IEEE Control Systems Society*. W roku 2016 byłem redaktorem pomocniczym (associate editor) czasopisma *Transactions of the Institute of Measurement and Control*.

6.5.2 Recenzje dla Narodowego Centrum Nauki

W latach 2013-2014 byłem recenzentem projektów Narodowego Centrum Nauki, panel ST-8, liczba zrecenzowanych projektów: 21.

7 Działalność dydaktyczna

7.1 Kształcenie kadr

Prace inżynierskie:

1. Fryś M., *Zastosowanie rozszerzonego filtru Kalmana do jednoczesnej estymacji stanu i parametrów układu zbiornika z wodą.*
2. Hotłoś K., *Estymacja stanu przy skwantowanych pomiarach wyjść.*
3. Niemiec T., *Zastosowanie rozszerzonego filtru Kalmana do estymacji stanu laboratoryjnego modelu wahadła na wózku.*
4. Szeliga A., *Sterowanie predykcyjne układem trzech zbiorników.*
5. Tuszyńska K., *Czasooptymalne sterowanie układami spinowymi.*
6. Zygmunt M., *Automatyczne rozpoznawanie tablic rejestracyjnych.*

Prace magisterskie:

1. Barański M., *Jednoczesna estymacja stanu i parametrów w stochastycznych systemach liniowych.*
2. Bogacz M., *Eliminacja błędów kwantyzacji w układach z enkoderami.*
3. Furdyna M., *Estymacja tensora dyfuzji w mikroskopii pojedynczych cząstek.*
4. Góra M., *Sterowanie predykcyjne robotem dwukółowym.*
5. Jackowski D., *Sterowanie predykcyjne układem zbiorników z wodą.*
6. Majchrzyk P., *Zastosowanie algorytmów sekwencyjnej konweksyfikacji w zadaniach estymacji stanu.*
7. Mrzygłód A., *Estymacja obrazu metodą Bayesa.*
8. Niemiec T., *Zastosowanie metody obszarów wiarygodności w zadaniach optymalizacji sterowania.*
9. Pająk A., *Zastosowanie rozszerzonego filtra Kalmana do estymacji parametrów i stanu laboratoryjnego modelu sumnicy.*
10. Pólchłopek J., *Nawigacja inercyjna robota dwukółowego.*
11. Stefańczyk M., *Zastosowanie rozszerzonego filtra Kalmana do estymacji stanu i parametrów układu wahadła na wózku.*
12. Szeliga A., *Sterowanie predykcyjne wybranymi układami nieliniowymi.*
13. Witalec A., *Implementacja algorytmu estymacji stanu i parametrów stochastycznych układów liniowych w pakiecie R.*

7.2 Prowadzone przedmioty

- Wykłady: *Identyfikacja procesów przemysłowych, Statystyka i procesy stochastyczne* na studiach pierwszego stopnia na kierunku Automatyka i Robotyka.
- Laboratoria i ćwiczenia: *Teoria sterowania, Teoria optymalizacji, Identyfikacja procesów przemysłowych, Optymalizacja w systemach sterowania, Laboratorium problemowe.* Przed rokiem 2008: *Elektronika z techniką mikroprocesorową* - laboratorium oraz *Teoria automatów* - laboratorium.

7.3 Dodatkowa działalność dydaktyczna

Przygotowanie wykładów i laboratoriów z przedmiotu *Identyfikacja procesów przemysłowych*, zob. [link do sylabusu](#) oraz [link do materiałów do laboratorium](#).

8 Działalność organizacyjna

- W roku 2013 byłem członkiem komitetu organizacyjnego 16th French-German-Polish Conference on Optimization, która odbyła się w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie.
- Od roku 2012 jestem członkiem Komisji do spraw egzaminu kierunkowego. W jej ramach współorganizuję i koordynuję przeprowadzenie obron prac inżynierskich oraz egzaminu kierunkowego i wstępnego na drugi stopień studiów.
- Od wielu lat biorę systematyczny udział w wydarzeniach promujących Akademię Górniczo-Hutniczą. Są to głównie następujące imprezy: Festiwal Nauki – organizowany corocznie na krakowskim Rynku, Dni Otwarte Akademii Górniczo-Hutniczej, Dzień Otwarty Wydziału Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej.

Piotr Banaś