

**Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie**

Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki
i Inżynierii Biomedycznej

KATEDRA AUTOMATYKI I ROBOTYKI



AUTOREFERAT

WALDEMAR BAUER

**IMPLEMENTACJA UKŁADÓW NIECAŁKOWITEGO RZĘDU
W SYSTEMACH WBUDOWANYCH**

DYSCYPLINA NAUKOWA:

Automatyka i Robotyka

PROMOTOR:

Prof. dr hab. inż.

Wojciech Mitkowski

Kraków 2020

1 Wstęp

W dzisiejszych czasach szeroko zakrojonym problemem jest realizacja systemów niecałkowitego rzędu na platformy cyfrowe w szczególności pracujących w czasie rzeczywistym. Teoria tego typu układów jest dobrze ugruntowana, jednak wiele problemów związanych z implementacją na platformy sprzętowe jest nadal otwartych. Stworzenie stabilnej i odpornej numerycznie implementacji systemów niecałkowitego rzędu w postaci ich aproksymacji jest jedną z oczywistych potrzeb. Obecnie również zauważalny jest wzrost zainteresowaniem zastosowania układów niecałkowitego rzędu w rozwiązaniach problemów z zakresu modelowania procesów cieplnych, super dyfuzji, modelowaniu układów elektrycznych i tworzenia filtrów.

W pracy tej poruszana jest tematyka opracowania własnych metod aproksymacji układów niecałkowitego rzędu bazujących na metodzie Oustaloupa i ich implementacji w układach cyfrowych. Praca ma również podjąć próbę usystematyzowania wiedzy w zakresie implementacji układów ułamkowych w układach czasu rzeczywistego.

W skutek przeprowadzonych badań i analizy problemu w pracy można postawić następującą tezę:

”Możliwe jest zdefiniowanie postaci aproksymacji układów niecałkowitego rzędu którą po dyskretyzacji będzie można zaimplementować w układach wbudowanych w szczególności pracujących w czasie rzeczywistym.”

Teza ta została potwierdzona przez autora rozprawy poprzez opracowanie dwóch nowych aproksymacji bazujących na aproksymacji Oustaloupa. Dokonanie implementacji regulatorów i filtrów na platformy wbudowane Arduino Uno oraz STM32F0-DISCOVERY oraz poprzez syntezę układów regulacji dla laboratoryjnych systemów nagrzewnicy powietrza i lewitacji magnetycznej.

Rozprawa została podzielona na siedem rozdziałów zasadniczych w których przedstawiono podstawy teoretyczne dotyczące rachunku różniczkowego niecałkowitego rzędu. Opisano w niej również znane sposoby implementacji tej klasy układów wraz z metodami opracowanymi przez autora rozprawy - czasowa metoda Oustaloupa oraz równoległa metoda Oustaloupa. Przedstawiono rodzaje stosowanych obecnie układów niecałkowitego rzędu. Zaprezentowano teorię dotyczącą układów wbudowanych w szczególności bazujących na systemach czasu rzeczywistego. Opis metody implementacji opracowanych aproksymacji na układy wbudowane i sprawdzenie ich poprawności na platformach sprzętowych Arduino Uno oraz STM32F0-DISCOVERY. W następnym rozdziale rozprawy opisano eksperymenty weryfikujące poprawność zaproponowanych implementacji metod aproksymacji układów niecałkowitego rzędu poprzez ich realizację na laboratoryjnych układach nagrzewnicy powietrza i lewitacji magnetycznej. Ostatni rozdział zasadniczy zawiera podsumowanie osiągniętych rezultatów oraz opis dalszych możliwych kierunków rozwoju. W tym opracowaniu szczegółowo zostaną opracowane przez autora rozwiązania aproksymacji systemów niecałkowitego rzędu oraz eksperymenty weryfikacyjne na systemach nagrzewnicy powietrznej i lewitacji magnetycznej.

2 Opracowane metody aproksymacji

2.1 Aproksymacja Oustaloupa

Jedną z najczęściej wykorzystywanych metod do realizacji układów niecałkowitego rzędu jest metoda Oustaloupa (Oustaloup et al., 2000). Aproksymacja ta przybliża transmitancję $G(s) = s^\alpha$ za pomocą

formuły:

$$G_t(s) = K \prod_{i=1}^N \frac{s + \omega'_i}{s + \omega_i} \quad (1)$$

gdzie:

$$\omega'_i = \omega_b \omega_u^{(2i-1-\alpha)/N} \quad (2)$$

$$\omega_i = \omega_b \omega_u^{(2i-1+\alpha)/N} \quad (3)$$

$$K = \omega_h^\alpha \quad (4)$$

$$\omega_u = \sqrt{\frac{\omega_h}{\omega_b}} \quad (5)$$

Aproksymacja działa dla częstotliwości z przedziału $\omega \in [\omega_b, \omega_h]$ i N jest rzędem aproksymacji. Aproksymacja ta realizuje przybliżenie systemu s^α poprzez serię asymptotycznie stabilnych liniowych systemów pierwszego rzędu. Jak można zaobserwować wybór szerokiego pasmo częstotliwości skutkuje dużymi wartościami ω_u i wysokimi rzędami N , co skutkuje odstępami między biegunami w zakresie od bliskich $-\omega_h$ do bardzo bliskich $-\omega_b$. Odstępy te nie są liniowe (istnieje grupa w pobliżu $-\omega_b$), co w rezultacie powoduje problemy z zachowaniem asymptotycznej stabilności układów w procesie dyskretyzacji na układach cyfrowych. Dzieje się tak ponieważ wszystkie liczby zmiennoprzecinkowe pojedynczej lub podwójnej precyzji używane w dzisiejszych systemach informatycznych określone w normie IEEE754 (zobacz IEEE (1985)) posiadają ograniczenia związane z reprezentacją liczb, kolejnością wykonywania działań, błędami zaokrągleń, przepełnień i niedomiarów. Przypadek niestabilności numerycznej tej aproksymacji w procesie dyskretyzacji obrazują wykresy 1a, 1b i 1c.

2.2 Aproksymacje oparte na aproksymacji Oustaloupa

Równoległa aproksymacja Oustaloupa

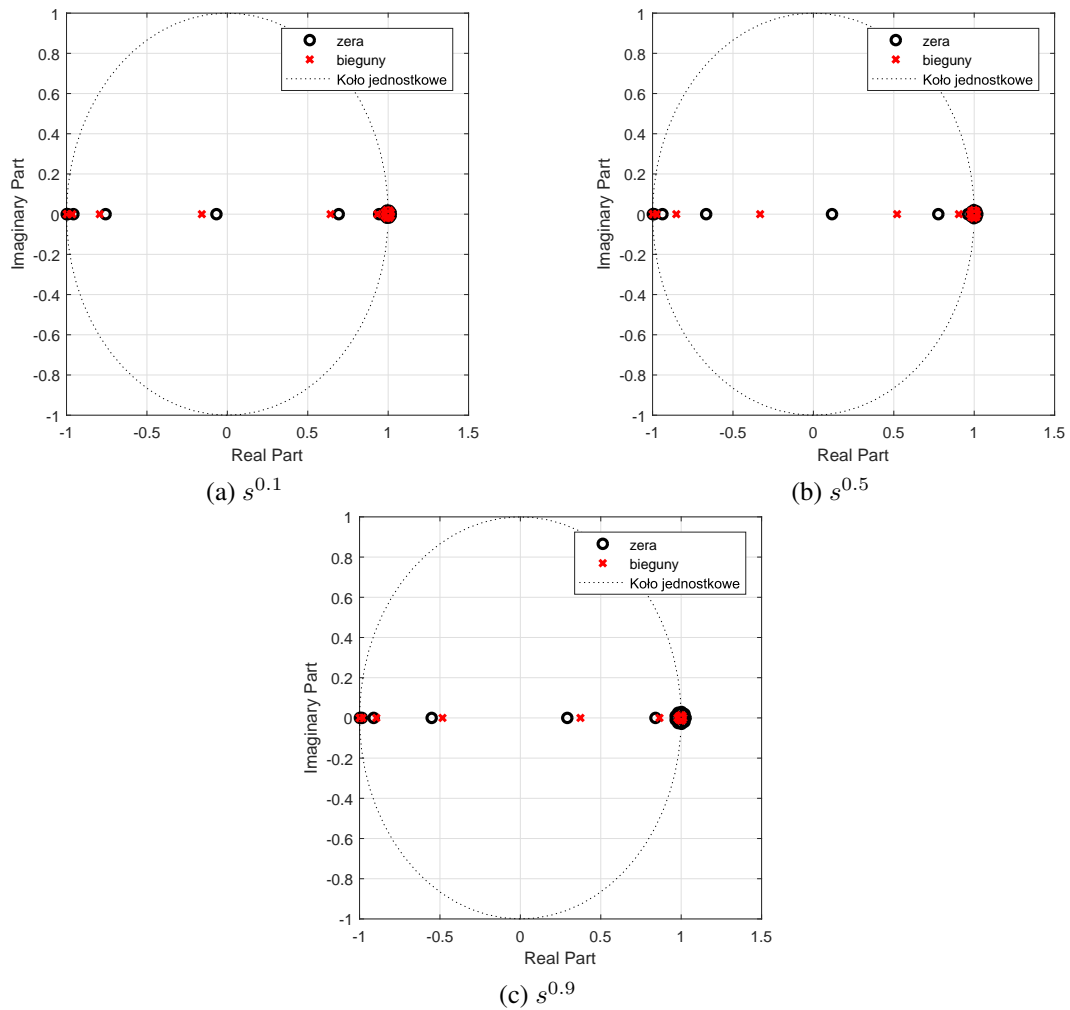
Równoległa aproksymacja Oustaloupa jest modyfikacją podstawowej Metody Oustaloupa opisywanej równaniem (1), pozwalającą na rozmieszczenie biegunów aproksymacji w taki sposób, by po dyskretyzacji układ pozostawał asymptotycznie stabilny.

Metoda ta opiera się na koncepcji by zamiast aproksymacji wyższego rzędu (dla $N > 5$) w całym przedziale $[\omega_b, \omega_h]$ utworzyć ją przy pomocy sumy dwóch aproksymacji dla niższych częstotliwości ($L(s)$) i wyższych częstotliwości ($H(s)$), obie rzędu $n = \lfloor N/2 \rfloor$.

$$L(j\omega) \approx j\omega^\alpha, \omega \in [\omega_b, \omega_c] \quad (6)$$

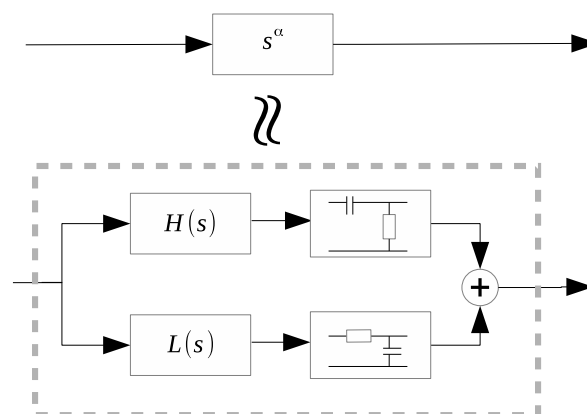
$$H(j\omega) \approx j\omega^\alpha, \omega \in [\omega_c, \omega_h] \quad (7)$$

Punkt dzielący zbiór $[\omega_b, \omega_h]$ znajduje się w jego centrum ω_c . Obie te aproksymacje powinny być połączone szeregowo z filtrami dolnoprzepustowymi i górnoprzepustowymi (oba z częstotliwością odcięcia ω_c). Te połączenia szeregowo są następnie połączone równolegle. Taką konstrukcję przedstawiono na rysunku 2.



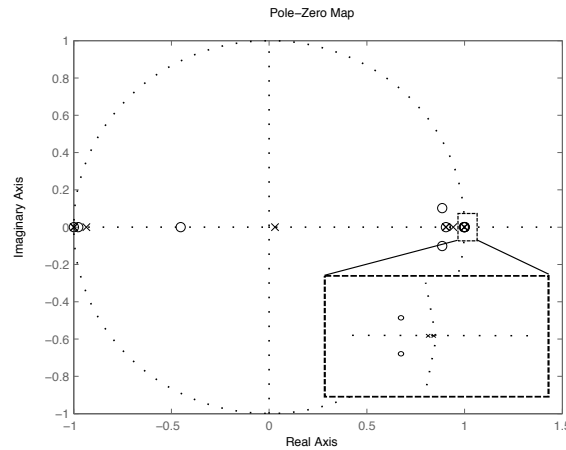
Rysunek 1: Rozkład zer i biegunów systemów dyskretnych dla aproksymacji czasowego Oustaloupa rzędu 15

Ponieważ pasma niskie i wysokie są aproksymowane oddzielnie, takie równoległe połączenie jest zgodne z aproksymacją całego pasma, jednak z różnie rozmieszczonymi biegunami. Do odfiltrowania niechcianych pasm z aproksymacji $L(s)$ i $H(s)$ zalecane są klasyczne filtry pierwszego rzędu, ponieważ nie będą powodowały powstawania nowych błędów numerycznych. Przykład rozmieszczenia



Rysunek 2: Schemat równoległej aproksymacji Oustaloup

biegunów z tej metody prezentuje rysunek 3.



Rysunek 3: Rozmieszczenie zer i biegunów w kole jednostkowym dla $s^{0.5}$ przy aproksymacji równoległej Oustaloupa

Czasowa aproksymacja Oustaloupa

Proponowane podejście polega na realizacji każdego bloku transmitancji (1) w postaci systemu przestrzeni stanów, zgodnie z zależnością opisaną w równaniu (8). Asymptotycznie stabilne systemy pierwszego rzędu zostaną następnie zebrane w postaci macierzowego równania różniczkowego z trójkątną dolną macierzą stanu, postaci danej przez (10). Taka postać umożliwi stabilniejszą numerycznie realizację dyskretyzacji tego układu.

Przy zerowych warunkach początkowych można każdy ze członów transmitancji (1) zapisać jako:

$$\frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_k = A_k x_k + B_k u_k \\ y_k = x_k + u_k \end{cases} \quad (8)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A_k &= -\omega_k \\ B_k &= \omega'_k - \omega_k \\ C &= 1 \\ D &= 1 \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie ω'_k jest dana (2) a ω_k jest dana przez (3). Ostatecznie możemy zapisać aproksymację w postaci układu równań różniczkowych równoważną do transmitancji (1):

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_2 & A_2 & 0 & \dots & 0 \\ B_3 & B_3 & A_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_N & B_N & \dots & B_N & A_N \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} KB_1 \\ KB_2 \\ KB_3 \\ \vdots \\ KB_N \end{bmatrix} u \quad (10)$$

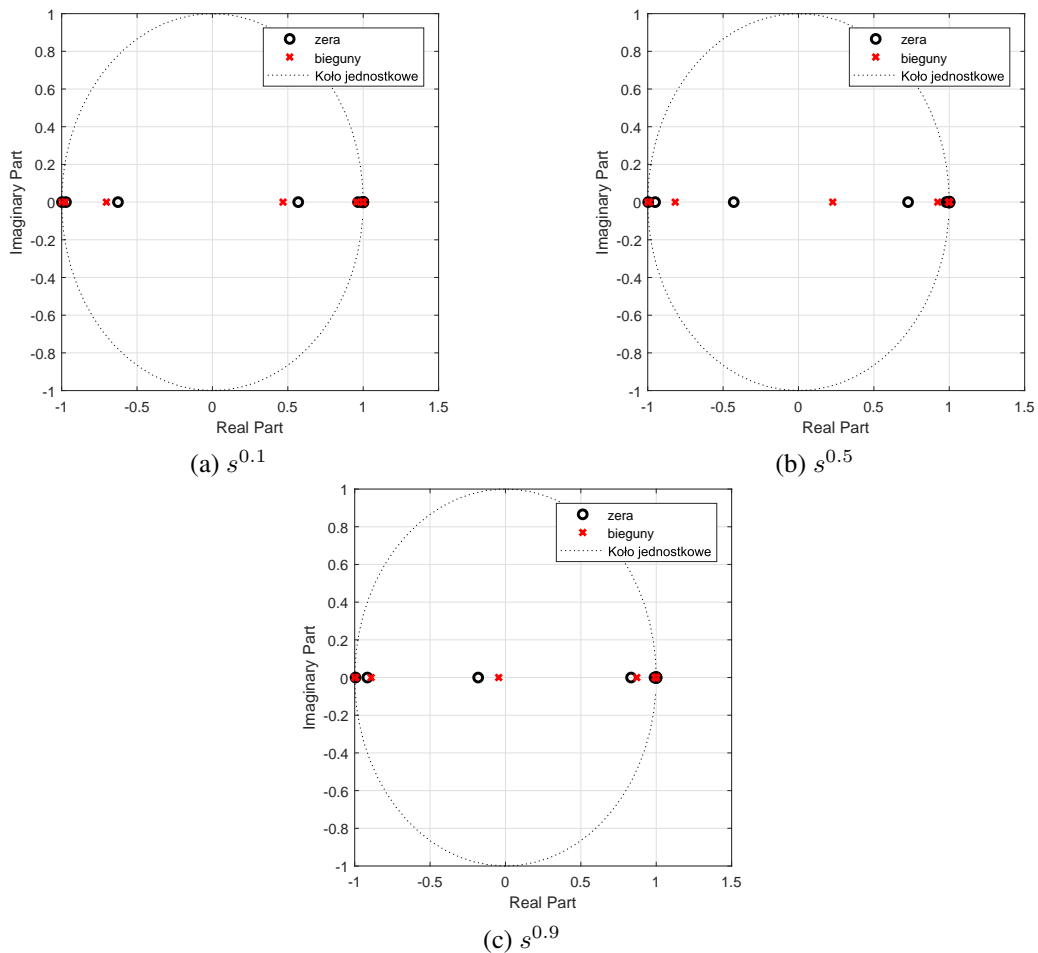
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Ku$$

lub krócej:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (11)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + Du$$

Jak widać macierz \mathbf{A} jest macierzą trójkątną dolną. Jest to niezwykle ważne w przypadku tego problemu, ponieważ wszystkie jego wartości własne (bieguny transmitancji (1) znajdują się na przekątnej. Zatem nie ma potrzeby wyliczania wartości własnych tego układu, co prowadziłyby do błędów numerycznych. Dlatego metody dyskretyzacji muszą zachować strukturę macierzy z układu (10). Dla porównania stabilności tej metody z klasyczną przedstawiono wykresy 4a, 4b i 4c.



Rysunek 4: Rozkład zer i biegunów systemów dyskretnych dla aproksymacji czasowego Oustaloupa rzędu 15

3 Przykłady implementacji

3.1 Realizacja regulatora ułamkowego PID dla systemu nagrzewnicy powietrznej

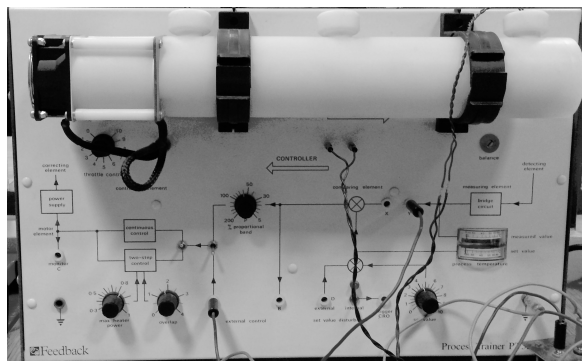
Projektowanie systemu sterowania dla systemu nagrzewnicy powietrznej wiąże się z następującym problemem, system dynamiczny który go opisuje jest niestacjonarny, ze względu na nagrzewanie się linii przesyłowej ciepłego powietrza. Dlatego projektowany układ regulacji powinien być odporny na zmiany parametrów instalacji w trakcie trwania procesu grzania.

Model nagrzewnicy powietrznej

Proces nagrzewania powietrznego można w uproszczeniu przedstawić jako system liniowy z opóźnieniem (LTI), który jest opisany przy pomocy transmitancji postaci:

$$P(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-s\tau}, \quad (12)$$

gdzie $K=18.8$, $T_1=7.783$, $T_2=0.0014$ and $\tau=0.5842$. Parametry zostały zidentyfikowane w eksperymentach, a proces dokładnie opisany w pracy Dziwiński et al. (2014a). Na zdjęciu 5 znajduje się układ nagrzewnicy powietrznej, który został użyta w eksperymentach.



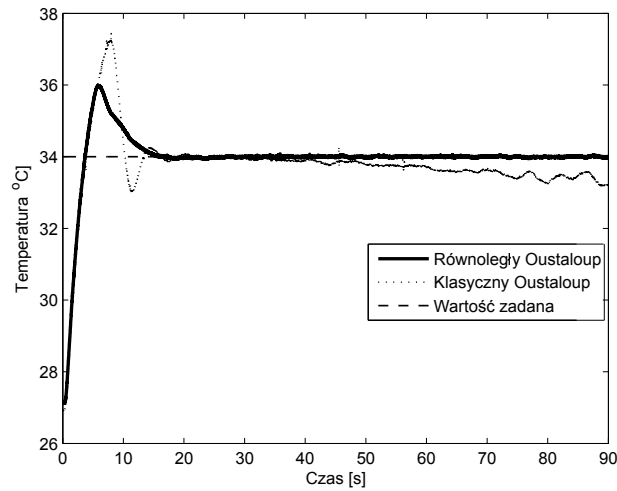
Rysunek 5: Nagrzewnica powietrzna PT326

Implementacja regulatora $PI^\alpha D^\mu$ i wyniki eksperymentu

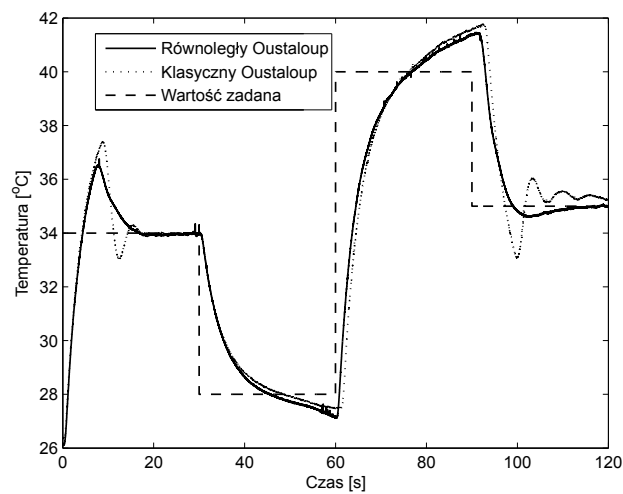
Do sterowania laboratoryjnym układem nagrzewnicy powietrza regulator $PI^\alpha D^\mu$ został zaimplementowany dwiema metodami: klasyczną metodą Oustaloupa (2.1) oraz równoległą metodą Oustaloupa(2.2). Regulatory te zostały zaimplementowane w taki sposób by rząd aproksymacji był sobie równy i wynosił $N = 8$.

Jakość zaimplementowanych regulatorów dla laboratoryjnego systemu grzewczego zbadano na podstawie szeregu eksperymentów na urządzeniu. Pierwszy z nich sprawdzał zachowanie się układu na wymuszenie w postaci skoków wartości wartości zadanej, wynik zaprezentowano na rysunkach 6 i 7. Jak można zauważyć implementacja przy pomocy metody równoległej Oustaloupa dla tych samych parametrów strojenia regulatora posiada większą stabilność numeryczną niż metoda klasyczna. Można to zaobserwować na rysunku 6 w 40 sekundzie. Wynika to z faktu grupowania biegunów w pobliżu $-\omega_b$ w klasycznej metodzie Oustaloup, w implementacji równoległej problem ten nie występuje.

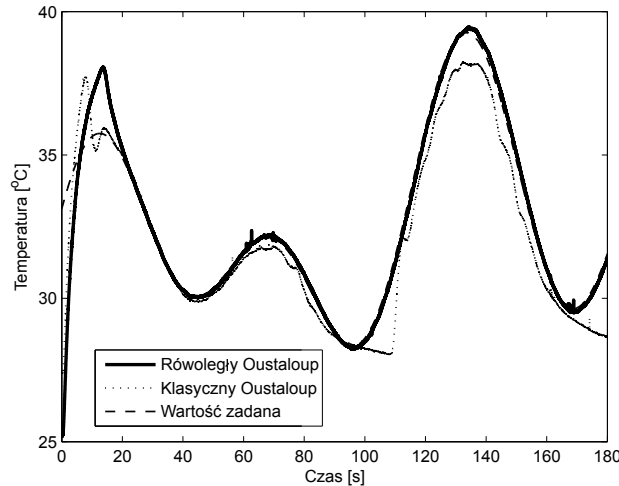
Wynik ostatniego eksperymentu przedstawiono na rysunku 8 obrazuje zadanie nadążania sterowania za sygnałem referencyjnym. Po analizie wykresu można stwierdzić, że implementacja równoległa radzi sobie lepiej z tym zadaniem. To znowu dowodzi, że jej odporność numeryczna jest większa niż w przypadku metody klasycznej. Dodatkowe publikacje autora na ten temat można znaleźć w (Kania et al., 2014; Dziwiński et al., 2015; Dziwiński et al., 2014a,b; Bauer, 2015).



Rysunek 6: Porównanie wydajności kontrolerów dla stałej wartości wymuszenia



Rysunek 7: Porównanie na szereg odpowiedzi skokowych



Rysunek 8: Porównanie dla zadania nadążania

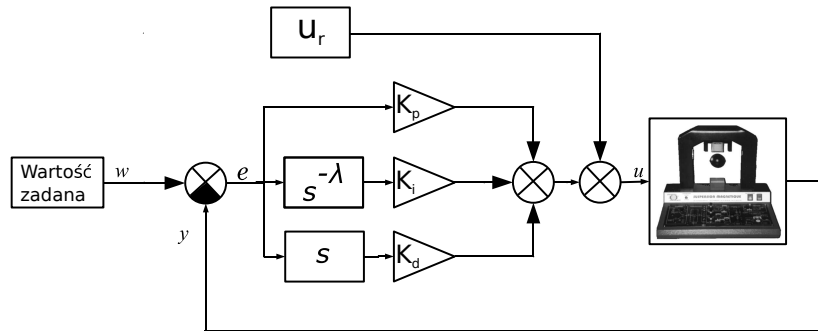
3.2 Realizacja regulatora $PI^{\lambda}D$ dla układu lewitacji magnetycznej

Matematyczny model lewitacji magnetycznej

Model matematyczny tego obiektu, opiera się na podstawowej zależności z drugiej zasady dynamiki Newtona. Jeżeli zdefiniujemy $x_1(t)$ jako pozycję piłki rozumianą jako odległość między piłką a elektromagnesem i $x_3(t)$ będzie prądem cewki elektromagnesu to $Fl(x_1(t), x_3(t))$ rozumiana jest jako siła generowana przez elektromagnes, m jest masą kuli oraz g jest przyspieszenie grawitacyjne. Prąd cewki w układzie zazwyczaj jest zależny od wielu czynników, takich jak zmiany indukcyjności, prędkości i inne. Jednak system laboratoryjny lewitacji jest wyposażony w dedykowany sterownik prądu co pozwala na zaniechanie wpływu tych zakłóceń w rozpatrywanym modelu. W rozważanym systemie $u(t)$ jest napięciem sterowania, k_s jest wzmocnieniem sterowania cewki, T_s jest stałą czasową regulatora cewki i i_s jest wartością prądu na cewce przy zerowym błędzie jej regulatora. Prędkość sfery ferromagnetycznej x_2 jest pierwszą pochodną pozycji więc możemy zbudować model przestrzeni stanów. Nieliniowy system lewitacji magnetycznej opisany przez układ nieliniowych równań różniczkowych ma postać (Piłat, 2002):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{a}{mb} \exp\left(-\frac{x_1(t)}{b}\right) x_3^2(t) + g \\ \frac{\exp\left(\frac{x_1(t)}{p}\right)}{T_s} (k_s u(t) + i_s - x_3(t)) \end{bmatrix} \quad (13)$$

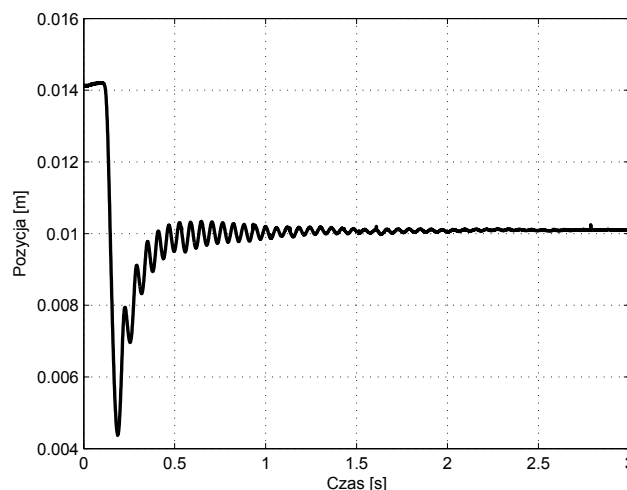
gdzie a, b, p to dodatnie zmienne pomocnicze.

Rysunek 9: System lewitacji magnetycznej z regulatorem ułamkowym typu $PI^\lambda D$

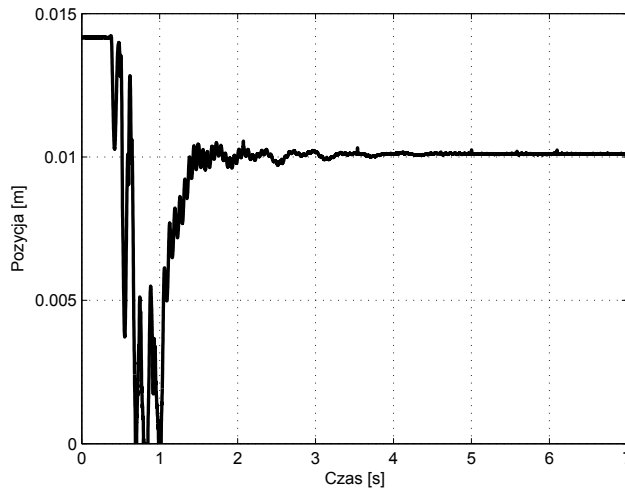
Implementacja regulatora $PI^\alpha D^\mu$ i wyniki eksperymentu

Na tym etapie prac ustalono następujące zasady eksperymentów dla określenia jakości opracowanego regulatora: do implementacji integratora niecałkowitego rzędu posłuży czasowa metoda Oustaloupa, rząd aproksymacji będzie wynosił $N = 8$, zakres częstotliwości dla których przeprowadzona zostanie aproksymacją będzie znajdował się w przedziale $\omega \in [10^{-6}, 10^6]$ natomiast czas dyskretyzacji wyniesie 0.001 sekundy.

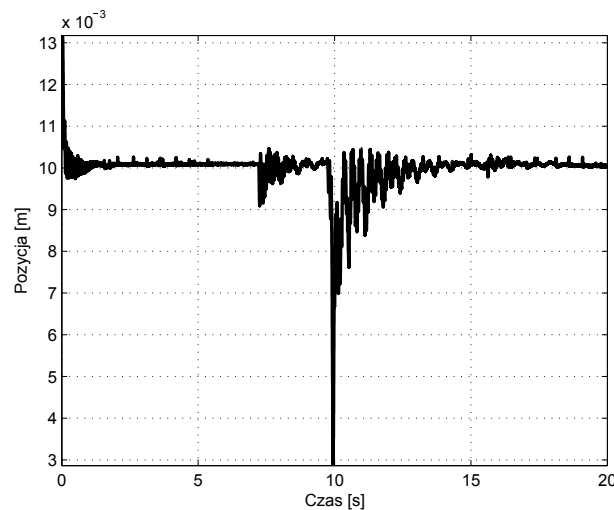
Przeprowadzono eksperymenty mające na celu sprawdzenie poprawność działania zaprojektowanego regulatora. Czasowa aproksymacja Oustaloup została zaimplementowana w środowisku czasu rzeczywistego przy użyciu karty pomiarowej RT-DAC i biblioteki MATLAB RT-CON. Na rysunku 10 można zaobserwować proces osiągnięcia pozycji w zadanym punkcie 10^{-3} m przy starcie z bazy urządzenia. Jak widać $PI^\lambda D$ stabilizuje pozycję systemu w czasie 1,5 sekundę co stanowi dobry wynik.

Rysunek 10: Rzeczywista pozycja obiektu w systemie lewitacji magnetycznej z $PI^\lambda D$ - rozpoczęcie z bazy

Wykres przedstawiony na rysunku 11 obrazuje sytuację, gdy sfera została gwałtownie wrzucona pod elektromagnes. W tym przypadku regulator ustabilizował system, ale czas tego procesu był dłuższy niż w pierwszym przypadku, zobacz rysunek 10.



Rysunek 11: Rzeczywista pozycja obiektu wrzuconego pod elektromagnes



Rysunek 12: Rzeczywista pozycja obiektu w czasie zakłóceń

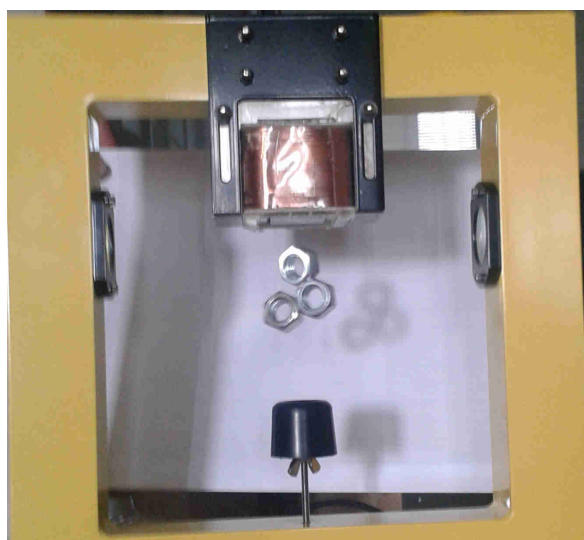
Wyniki ostatniego eksperymentów przedstawiono na wykresie 12 pokazuje jak opracowany regulator radzi sobie ze znacznymi zakłóceniami, gdy system został zakłócony około 7 i 10 sekundy.

Przeprowadzone eksperymenty dowiodły, że opracowany regulatora jest bardzo odporny na zakłócenia. Dodatkowo można to zaobserwować poprzez zmianę obiektu przedstawionego na zdjęciach 13 i 14.

4 Podsumowanie

Rozprawa doktorska stanowi efekt pracy badawczej autora nad implementacją członów dynamicznych niecałkowitego rzędu na układach wbudowanych. Opracowane przez autora metody i przeprowadzone eksperymenty dowodzą, że możliwe jest stworzeni stabilnych numerycznie i odpornych na zakłócenia metod realizacji dynamicznych układów niecałkowitego rzędu na układy wbudowane.

Niektóre rezultaty dotyczące bezpośrednio tematyki rozprawy jak i tematów pobocznych były przedstawiane przez autora na konferencjach naukowych bądź też publikowane w czasopismach na-

Rysunek 13: Pozycja sfery dla której projektowany był regulator $PI^{\lambda}D$ Rysunek 14: Nakrętki lewitujące w systemie z regulatorem $PI^{\lambda}D$

ukowych, zobacz: Bauer (2016b); Bauer and Rydel (2016); Kania et al. (2014); Bauer and Kawala-Janik (2017); Dziwiński et al. (2015); Baranowski et al. (2015b); Zagórska et al. (2015); Baranowski et al. (2016e); Zagórska et al. (2014b, 2015); Bauer et al. (2015); Baranowski et al. (2014d,b); Zagórska et al. (2014c); Dziwiński et al. (2014a); Piątek et al. (2014b); Kawala-J.ik et al. (2014); Baranowski et al. (2014e, 2016b); Bauer et al. (2013); Zagórska et al. (2014d); Piątek et al. (2014a); Dziwiński et al. (2014b); Baranowski et al. (2014c); Bauer et al. (2014); Zagórska et al. (2014a); Baranowski et al. (2016c, 2015c); Bauer (2015); Zagórska et al. (2015); Baranowski et al. (2015a, 2016d,a, 2014a); Bauer (2016a).

Według autora jako najważniejsze oryginalne osiągnięcia w pracy należy zaliczyć:

1. Opracowanie dwóch metod aproksymacji elementu s^{α} opartej na metodzie Oustaloupa:
 - 1.1. Równoległej metody Oustaloupa,

- 1.2. Czasowej metody Oustaloupa - wspólnie z mgr inż. Martą Zagórowską i dr. hab.inż. Jerzy Baranowskim.
2. Podanie stabilnych numerycznie metod dyskretyzacji dla opracowanych metody dyskretyzacji.
3. Implementacja w Matlabie metod do symulacji i wyliczania postaci aproksymacji testowanych układów ciągłych i dyskretnych.
4. Implementacja i przeprowadzenie testów odporności numerycznej członów dynamicznych niecałkowitego rzędu na Arduino Uno.
5. Implementacja i przeprowadzenie testów odporności numerycznej członów dynamicznych niecałkowitego rzędu na mikroprocesorze STM32.
6. Opracowanie i implementacja regulatora ułamkowego PID dla laboratoryjnego systemu nagrzewnicy powietrznej z opóźnieniem w tym:
 - 6.1. przeprowadzenie procesu strojenia regulatora przy użyciu metody symulowanego wyzarczenia,
 - 6.2. implementacja regulatora z użyciem aproksymacji równoległej Oustaloupa i klasycznej metody Oustaloupa,
 - 6.3. porównanie otrzymanych wyników regulacji w eksperymentach na rzeczywistym obiekcie laboratoryjnym.
7. Opracowanie i implementacja regulatora ułamkowego typu $PI^{\lambda}D$ dla laboratoryjnego systemu lewitacji magnetycznej w tym:
 - 7.1. opracowanie i opisanie procesu strojenia regulatora przy użyciu linearyzacji w punkcie pracy,
 - 7.2. implementacja regulatora z użyciem czasowej aproksymacji Oustaloupa,
 - 7.3. testy zaimplementowanego rozwiązania na rzeczywistym obiekcie laboratoryjnym,
 - 7.4. porównanie we współpracy z dr inż. Markiem Rydlem implementacji czasowej aproksymacji Oustaloupa w dwóch wariantach: niskiego rzędu oraz zredukowanej z wysokiego rzędu aproksymacji. Wyniki potwierdzono na laboratoryjnym systemie lewitacji magnetycznej.

Przygotowana rozprawa na pewno nie wyczerpuje tematów związanych z implementacją elementów niecałkowitego rzędu na układach wbudowanych. Przede wszystkim ze względu na wybraną tematykę pracy nie podjęto rozważań dotyczących oceny jakości zachowania się dynamiki tej klasy układów. Ze względu na to autor widzi kilka otwartych problemów badawczych dotyczących układów dynamicznych niecałkowitego rzędu. Pierwszym z nich jest opracowanie metod określania stabilności układów czasowych z członami niecałkowitego rzędu po zamknięciu sprzężenia zwrotnego (metoda analogiczna do Kryterium Nyquista), umożliwiło by to określanie zapasów wzmocnień i fazy dla opracowywanych rozwiązań. Rozwój takich metod umożliwiłby ustalenie reguł strojenia regulatorów opartych o układy niecałkowitego rzędu w szczególności doboru zbioru ograniczeń.

Bibliografia

- J. Baranowski, P. Piątek, W. Bauer, T. Dziwiński, and M. Zagórska. Bi-fractional filters, part 2: Right half-plane case. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference on*, pages 369–373. IEEE, 2014a.
- J. Baranowski, P. Piątek, W. Bauer, T. Dziwiński, and M. Zagórska. Bi-fractional filters, part 2: Right half-plane case. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference on*, pages 369–373, 2014b.
- J. Baranowski, P. Piątek, A. Kawala-Jik, M. Zagórska, W. Bauer, and T. Dziwiński. Non-integer order filtration of electromyographic signals. In K. J. Latawiec, M. Łukaniszyn, and R. Stanisławski, editors, *Advances in Modelling and Control of Noninteger-order Systems - 6th Conference on Non-Integer Orfer Caculus and its Applications*. Springer, 2014c.
- J. Baranowski, M. Zagórska, P. Bania, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Impulse response approximation method for bi-fractional filter. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference On*, 2014d.
- J. Baranowski, M. Zagórska, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Remarks on impulse response of non-integer order systems. In *Materiały XXXVII Międzynarodowej konferencji z podstaw elektrotechniki i teorii obwodów IC-SPETO*, pages 50–54, Ustroń, 21–24. 05. 2014e.
- J. Baranowski, W. Bauer, M. Zagórska, T. Dziwiński, and P. Piątek. Time-domain oustaloup approximation. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2015 20th International Conference On*, pages 116–120. IEEE, 2015a.
- J. Baranowski, W. Bauer, M. Zagórska, T. Dziwiński, and P. Piątek. Time-domain oustaloup approximation. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2015 20th International Conference On*, 2015b.
- J. Baranowski, M. Zagórska, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Applications of direct lapunov method in caputo non-integer order systems. *Elektronika ir Elektrotechnika*, 21(2):10–13, 2015c.
- J. Baranowski, W. Bauer, and M. Zagórska. Stability properties of discrete time-domain oustaloup approximation. In S. Domek and P. Dworak, editors, *Theoretical Developments and Applications of Non-Integer Order Systems*, volume 357 of *Lecture Notes in Electrical Engineering*, pages 93–103. Springer International Publishing, 2016a.

- J. Baranowski, W. Bauer, and M. Zagórska. Stability properties of discrete time-domain oustaloup approximation. In S. Domek and P. Dworak, editors, *Theoretical Developments and Applications of Non-Integer Order Systems*, volume 357 of *Lecture Notes in Electrical Engineering*, pages 93–103. Springer International Publishing, 2016b.
- J. Baranowski, W. Bauer, M. Zagórska, A. Kawala-J.ik, T. Dziwiński, and P. Piątek. Adaptive non-integer controller for water tank system. In S. Domek and P. Dworak, editors, *Theoretical Developments and Applications of Non-Integer Order Systems*, volume 357 of *Lecture Notes in Electrical Engineering*, pages 271–280. Springer International Publishing, 2016c.
- J. Baranowski, W. Bauer, M. Zagórska, and P. Piątek. On digital rea.zations of non-integer order filters. *Circuits Syst Signal Process*, 2016d.
- J. Baranowski, W. Bauer, M. Zagórska, and P. Piątek. On digital rea.zations of non-integer order filters. *Circuits Syst Signal Process*, 2016e.
- W. Bauer. Implementation of non-integer order controller using oustaloup parallel approximation for air heating process trainer. In *Theoretical Developments and Applications of Non-Integer Order Systems: 7th Conference on Non-Integer Order Calculus and Its Applications, Szczecin, Poland*, volume 357, page 239. Springer, 2015.
- W. Bauer. Implementation of non-integer $pi^{\lambda}d^{\mu}$ controller for the atmega328p micro-controller. In *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 118–121, 2016a.
- W. Bauer. Implemetation of Non-integer $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller for the ATmega328P Micro-controller. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2016 21st International Conference On*, pages 118–121, 29.08-1.09 2016b.
- W. Bauer and A. Kawala-Janik. Implementation of bi-fractional filtering on the arduino uno hardware platform. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 407:419–428, 2017.
- W. Bauer and M. Rydel. Application of reduced models of non-integer order integrator to the rea.zation $PI^{\lambda}D$ controller. In *2016 39th International Conference on Telecommunications and Signal Processing*, pages 611–614, 27-29 06 2016.
- W. Bauer, J. Baranowski, and W. Mitkowski. Non-integer order $PI^{\alpha}D^{\mu}$ control ICU-MM. In W. Mitkowski, J. Kacprzyk, and J. Baranowski, editors, *Advances in the Theory and Applications of Non-integer Order Systems: 5th Conference on Non-integer Order Calculus and Its Applications, Cracow, Poland*, pages 295–303. Springer, 2013.
- W. Bauer, T. Dziwiński, J. Baranowski, P. Piątek, and M. Zagórska. Comparison of performance indices for tuning of $pi^{\lambda}d^{\mu}$ controller for magnetic levitation system. In K. J. Latawiec, M. Łukaniszyn, and R. Stanisławski, editors, *Advances in Modelling and Control of Noninteger-order Systems - 6th Conference on Non-Integer Orfer Caculus and its Applications*. Springer, 2014.
- W. Bauer, J. Baranowski, T. Dziwiński, P. Piątek, and M. Zagórska. Oustalup parallel approximation. In *Materiały XXXVIII Międzynarodowej konferencji z podstaw elektrotechniki i teorii obwodów IC-SPE TO*, pages 51–52, 2015.
-

- T. Dziwiński, W. Bauer, J. Baranowski, P. Piątek, and M. Zagórska. Robust non-integer order controller for air heater. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference On*, pages 434–438, 2014a.
- T. Dziwiński, W. Bauer, J. Baranowski, P. Piątek, and M. Zagórska. Robust non-integer order controller for air heating process trainer. In K. J. Latawiec, M. Łukaniszyn, and R. Stanisławski, editors, *Advances in Modelling and Control of Noninteger-order Systems - 6th Conference on Non-Integer Orfer Caculus and its Applications*. Springer, 2014b.
- T. Dziwiński, P. Piątek, J. Baranowski, W. Bauer, and M. Zagórska. On the practical implementation of non-integer order filters. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2015 20th International Conference On*, pages 921–924, 2015.
- IEEE. *IEEE standard for binary floating-point arithmetic*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, 1985. Note: Standard 754–1985.
- B. Kania, T. Dziwiński, W. Bauer, M. Zagórska, and J. Baranowski. A comparison between integer order and non-integer order controllers applied to a water levelling system. *Automatyka/Automatics*, 18(2):71–82, 2014.
- A. Kawala-J.ik, M. Podpora, J. Baranowski, W. Bauer, and M. Pelc. Innovative approach in analysis of eeg and emg signals - comparison of the two novel methods. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference on*, pages 804–807. IEEE, 2014.
- A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu, and F. M. Nanot. Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, 47(1):25–39, 2000.
- P. Piątek, J. Baranowski, M. Zagórska, W. Bauer, and T. Dziwiński. Bi-fractional filters, part 1: Left half-plane case. In K. J. Latawiec, M. Łukaniszyn, and R. Stanisławski, editors, *Advances in Modelling and Control of Noninteger-order Systems - 6th Conference on Non-Integer Orfer Caculus and its Applications*. Springer, 2014a.
- P. Piątek, M. Zagórska, J. Baranowski, W. Bauer, and T. Dziwiński. Discretisation of different non-integer order system approximations. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference on*, pages 429–433. IEEE, 2014b.
- A. Piłat. *Sterowanie układami magnetycznej lewitacji*. PhD thesis, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, Kraków, 2002. Promotor: W. Grega.
- M. Zagórska, J. Baranowski, P. Bania, P. Piątek, W. Bauer, and T. Dziwiński. Impulse response approximation method for "fractional order lag". In K. J. Latawiec, M. Łukaniszyn, and R. Stanisławski, editors, *Advances in Modelling and Control of Noninteger-order Systems - 6th Conference on Non-Integer Orfer Caculus and its Applications*. Springer, 2014a.
- M. Zagórska, J. Baranowski, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Lyapunov direct method for non-integer order systems. In *Materiały XXXVII Międzynarodowej konferencji z podstaw elektrotechniki i teorii obwodów IC-SPETO*, pages 64–65, Ustroń, 21–24. 05. 2014b.
-

- M. Zagórska, J. Baranowski, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Simulational analysis of non-integer order system behaviour under relay control. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2014 19th International Conference On*, pages 374–378. IEEE, 2014c.
- M. Zagórska, J. Baranowski, W. Bauer, T. Dziwiński, P. Piątek, and W. Mitkowski. Lapunov direct method for non-integer order systems. In *Advances in Modelling and Control of Noninteger-order Systems - 6th Conference on Non-Integer Orfer Caculus and its Applications*. Springer, 2014d.
- M. Zagórska, J. Baranowski, P. Bania, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Parametric optimization of pd controller using laguerre approximation. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2015 20th International Conference On*, pages 104–109. IEEE, 2015.
- M. Zagórska, J. Baranowski, W. Bauer, T. Dziwiński, and P. Piątek. Hurwitz-like criterion for non-linear non-integer order systems. In *Materiały XXXVIII Międzynarodowej konferencji z podstaw elektrotechniki i teorii obwodów IC-SPETO*, pages 53–54, 20–23. 05. 2015.
- M. Zagórska, J. Baranowski, W. Bauer, T. Dziwiński, P. Piątek, and W. Mitkowski. Lyapunov direct method for non-integer order systems. In K. J. Latawiec, M. Łukaniszyn, and R. Stanisławski, editors, *Advances in Modelling and Control of Non-integer-Order Systems*, volume 320 of *Lecture Notes in Electrical Engineering*, pages 221–228. Springer International Publishing, 2015.
-