

Autoreferat rozprawy doktorskiej

mgr inż. Leszek Siwik

Agentowe metody poprawy efektywności ewolucyjnych technik optymalizacji wielokryterialnej

Promotor:

prof. dr hab. inż. Edward Nawarecki, Akademia Górniczo-Hutnicza

Recenzenci:

doc. dr hab. inż. Franciszek Sereżyński, prof. nadzw., Polska Akademia Nauk

prof. dr hab. inż. Bogusław Filipowicz, Akademia Górniczo-Hutnicza

Geneza, cel oraz teza pracy

Naturalnym podejściem (zwłaszcza w początkowym okresie badań) do rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej była próba zastosowania w tego typu przypadkach całego znanego aparatu (zarówno analitycznego jak i numerycznego) wypracowanego i wykorzystywanego w kontekście rozwiązywania zadań optymalizacji jednokryterialnej. W konsekwencji, stosowaną wówczas powszechnie metodą rozwiązywania zadań polioptymalizacji stało się redefiniowanie zadań optymalizacji wielokryterialnej do postaci zadania optymalizacji jednokryterialnej, a następnie, do tak z(re)definiowanego zadania, zastosowanie jednej ze znanych, wydajnych, klasycznych (jednokryterialnych) technik optymalizacyjnych.

Niestety podejście takie, mimo wielu swoich zalet, wśród których jedną z najistotniejszych była możliwość bezpośredniego wykorzystania istniejących i znanych narzędzi i algorytmów, z uwagi m.in. na: znaczące różnice w optymalizacji jedno- i wielokryterialnej (z których najbardziej widoczną jest poszukiwanie w przypadku rozwiązywania zadania polioptymalizacji całego zbioru rozwiązań, a nie, jak ma to miejsce w przypadku niewielomodalnej optymalizacji jednokryterialnej, pojedynczego rozwiązania), brak ujednoczonego schematu transformacji zadania polioptymalizacji do zadań optymalizacji jednokryterialnej, czy wreszcie uzależnienie skuteczności tego typu podejścia od kształtu i charakterystyki funkcji kryterialnych oraz funkcji ograniczeń (a w zasadzie wymaganie posiadania a priori szczegółowej wiedzy na temat rozwiązywanego problemu, a w szczególności na temat kształtu przestrzeni zmiennych decyzyjnych, czy też przestrzeni kryterialnej – zwłaszcza w odniesieniu do obszarów ich wklęsłości) nie pozwalało, w ogólnym przypadku, na efektywne i wydajne rozwiązywanie zadań polioptymalizacji.

Oczywistą stała się zatem potrzeba poszukiwania metod rozwiązywania problemów polioptymalizacji w sensie Pareto, które to metody: nie wymagałyby dodatkowych transformacji i dekompozycji postawionego problemu; nie byłyby wrażliwe na charakterystykę i definicje funkcji kryterialnych, czy też funkcji ograniczeń (a zatem takich, które nie zakładałyby jakiegokolwiek specyficznej charakterystyki opisującej przestrzeń zmiennych decyzyjnych, czy też przestrzeń kryterialną); nie wymagałyby żadnej wiedzy a priori o charakterystyce rozwiązywanego problemu; umożliwiałyby uzyskanie możliwie najlepszego i możliwie najpełniejszego (wieloelementowego) przybliżenia poszukiwanego zbioru rozwiązań bez konieczności ich wielokrotnego uruchamiania i konstruowania ostatecznego rozwiązania jako sumy rozwiązań uzyskanych podczas kolejnych ich uruchomień.

W powyższym kontekście, wszelkiego rodzaju heurystyczne metody populacyjne, a w szczególności metody ewolucyjne, jako metody, które z założenia przetwarzają i w wyniku swojego działania otrzymują i prezentują całe zbiory rozwiązań, a jednocześnie jako metody, które mogą być stosowane (czy wręcz dedykowane są)

do rozwiązywania problemów przeszukiwania i optymalizacji, dla których to problemów nie istnieją metody dokładne, które są problemami o nieznanym charakterystyce i dla których nie zakłada się żadnej specyficznej ich charakterystyki – stały się niemal wymarzoną punktem wyjścia do konstrukcji i rozwoju wydajnych algorytmów optymalizacji wielokryterialnej.

W toku prowadzonych badań nad algorytmami ewolucyjnymi (w tym, w toku prowadzonych w ciągu ostatniego dwudziestolecia intensywnych badań nad algorytmami ewolucyjnymi optymalizacji wielokryterialnej), okazało się jednakże, iż mimo dużego drzemającego w nich potencjału oraz niejednokrotnie skutecznego ich stosowania do rozwiązywania trudnych problemów optymalizacji i przeszukiwania [42, 46, 2], w równie wielu przypadkach metody te nie sprostały stawianym wymaganiom, a uzyskiwane rezultaty nie były zadowalające.

Niejasno w odpowiedzi na obserwowane niepowodzenia, rozpoczęto prace nad zdefiniowaniem nowych metod obliczeniowych, które czerpiąc z koncepcji obliczeń ewolucyjnych pozbawione byłyby wad i ograniczeń dotychczas stosowanych tego typu algorytmów i metod, a główny nacisk położony został na poszukiwanie metod, które byłyby metodami zdecentralizowanymi, w których coraz lepsze dostosowywanie się populacji do warunków środowiska byłoby wynikiem nie tyle dokonywanych globalnie wyborów najlepszych osobników, lecz raczej realizowanego na poziomie pojedynczego osobnika (i jego potomków) stopniowego dostosowywania się do określonych warunków. W konsekwencji osobnik stanowiłby nie tylko pasywny przedmiot (procesu) ewolucji ale jednostkę aktywnie (i twórczo) w tym procesie uczestniczącą – a zatem poszukiwano modelu stanowiącego możliwie najpełniejszą analogię do zjawisk i procesów zachodzących w przyrodzie.

W rezultacie powstała koncepcja agentowych metod ewolucyjnych EMAS – a zatem metod, w których procesy, zasady i mechanizmy doboru i selekcji naturalnej wprowadzone zostały do populacji (autonomicznych) agentów [11, 23, 10, 26, 44, 21, 48].

Biorąc pod uwagę testy i eksperymenty, w wielu zróżnicowanych obszarach i dziedzinach, stwierdzić należy, iż zastosowanie do rozwiązywania postawionego problemu optymalizacji jednokryterialnej jednego z wariantów podejścia agentowo-ewolucyjnego, pozwoliło na znaczne zwiększenie efektywności oraz poprawę jakości uzyskiwanych rezultatów [8, 43, 5, 7, 6, 19, 25, 24, 39].

Skoro zatem techniki ewolucyjne stanowią najbardziej naturalną i aktualnie najpowszechniej bodaj stosowaną metodę polioptymalizacji w sensie Pareto, a jednocześnie zastosowanie systemów agentowo-ewolucyjnych pozwala na znaczną poprawę efektywności oraz jakości uzyskiwanych rezultatów w kontekście zadań optymalizacji jednokryterialnej, należy przypuszczać, że także w przypadku rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej techniki agentowo-ewolucyjne powinny okazać się bardziej efektywnymi.

Przypuszczenie to stało się podstawą do sformułowania następującej tezy niniejszej rozprawy:

W oparciu o paradygmat obliczeń agentowo-ewolucyjnych możliwe jest skonstruowanie technik polioptymalizacji, które nie naruszając zdecentralizowanego modelu ewolucji tych systemów, w przypadku pewnych (klas) problemów, bądź w pewnych warunkach, wykazują lepszą efektywność od klasycznych (nieagentowych) ewolucyjnych technik optymalizacji wielokryterialnej.

Przy stwierdzeniu tym, efektywność rozumiana jest jako zdolność do osiągnięcia lepszych rezultatów w odniesieniu do przyjętych wymagań i kryteriów oceny algorytmów optymalizacji wielokryterialnej, tj.: zbieżności do wzorcowego frontu Pareto oraz zdolności do próbkowania całej jego rozciągłości (unikając w ten sposób faworyzowania któregośkolwiek z kryteriów postawionego problemu).

Celem pracy jest skonstruowanie modeli i algorytmów, których badanie potwierdzać będzie sformułowaną powyżej tezę.

Zakres prowadzonych prac

Jak wspomniano, punktem wyjścia do prowadzonych w ramach rozprawy badań był zaproponowany w reakcji na obserwowane ograniczenia algorytmów ewolucyjnych paradygmat obliczeń agentowo-ewolucyjnych EMAS. W modelu tym mechanizmy doboru naturalnego, selekcji i reprodukcji wprowadzone zostały do populacji autonomicznych agentów. Wypracowany paradygmat obliczeń agentowo-ewolucyjnych odznacza się następującymi, niezwykle istotnymi z punktu widzenia ograniczeń klasycznych metod ewolucyjnych, cechami [9]:

- w procesie ewolucji i w wynikających z tego procesu przemianach uczestniczą autonomiczni, mogący podejmować decyzje i określone działania agenci, a nie bierne, pasywne jednostki globalnie i centralnie sterowanej ewolucji ograniczone i zredukowane do roli (grup) genotypów;
- proces ewolucji ma charakter zdecentralizowany, a uczestniczący w nim agenci mogą tworzyć określone struktury społeczne i realizować określone strategie zachowań, oddziaływań i wzajemnych relacji;
- uczestniczący w procesie ewolucji agenci mogą obserwować środowisko, zachodzące w nim zmiany i podejmować stosownie do tych zmian określone decyzje i działania, co dodatkowo wzbogaca spektrum możliwości konstruowania w oparciu o zaproponowany paradygmat złożonych i skutecznych algorytmów i metod obliczeniowych.

Koncepcja zbudowania systemu, w którym ewoluujący agenci w sposób zdecentralizowany, autonomiczny i asynchroniczny byłoby w stanie coraz lepiej dostosowywać się do zadanych warunków środowiska (a dzięki temu dokonywać coraz lepszych przybliżeń rozwiązania postawionego zadania) wymaga wyposażenia agentów w odpowiednie mechanizmy. Przede wszystkim wymaga to wyposażenia agentów w umiejętność reprodukcji, której powinny towarzyszyć losowe zmiany dziedziczonych przez wygenerowanego agenta cech (mutacje, rekombinacje). Ponadto, koniecznym staje się wprowadzenie mechanizmów eliminacji agentów najgorzej spełniających pewne kryteria związane z realizowanymi zadaniami. Wynikiem tego jest asynchroniczny i zdecentralizowany proces, który, przy właściwym zdefiniowaniu mechanizmów selekcji, prowadzić powinien do samoczynnego osiągnięcia przez system pożądanego w aktualnej sytuacji stanu (konfiguracji).

Ze względu na naturę systemów agentowych oraz autonomię osobników (agentów) w agentowych obliczeniach ewolucyjnych nie jest możliwe wykorzystanie scentralizowanych mechanizmów sterowania przebiegiem procesów ewolucji. Nie jest również możliwe zastosowanie żadnego ze znanych, z klasycznych algorytmów ewolucyjnych, mechanizmów selekcji. W wyniku prowadzonych badań zaproponowana została koncepcja sterowania procesami ewolucji w systemie wieloagentowym w oparciu o wyczerpywalne zasoby.

Opracowany mechanizm wymiany zasobów pomiędzy agentami oraz pomiędzy agentami a środowiskiem wymaga zdefiniowania w systemie pewnych zasobów, które opisują stan agentów z punktu widzenia ich przydatności w kontekście realizowanego zadania. W większości przypadków, wystarczającym okazało się wykorzystanie jednego zasobu, tzw. energii życiowej. Energia ta niezbędna jest osobnikom do wykonywania wszelkich czynności życiowych takich jak np. reprodukcja czy migracja w środowisku. Energia życiowa może być w posiadaniu zarówno osobników, jak i środowiska, a w konsekwencji dokonywanych w systemie przepływów tego zasobu, osobniki o wyższej wartości funkcji przystosowania otrzymują/gromadzą jej więcej.

Mechanizm ten służy zatem do realizacji procesu selekcji w ewolucyjnych systemach wieloagentowych – bowiem wyłącznie agenci, którym udało się zgromadzić energię życiową w ilości przekraczającej zdefiniowany próg uzyskują prawo do reprodukcji. Podobnie, mechanizm ten pozwala na eliminację ze środowiska agentów najgorzej przystosowanych z punktu widzenia rozwiązywanego zadania – bowiem agenci, których poziom posiadanej energii życiowej spada poniżej zdefiniowanego progu realizują akcję śmierci.

Niestety, podobnie jak miało to miejsce w przypadku rozwoju klasycznych (nieagentowych) algorytmów ewolucyjnych optymalizacji wielokryterialnej także w tym przypadku, prosta modyfikacja paradygmatu obliczeń agentowo-ewolucyjnych zmierzająca do jego zastosowania w rozwiązywaniu zadań polioptymalizacji, a polegająca na wprowadzeniu do systemu relacji (słabej) dominacji jako czynnika wzajemnej oceny reprezentowanych przez agentów rozwiązań, choć niezbędna, okazała się niewystarczająca. Otrzymany w wyniku tego zabiegu system nie pozwalał na pełne wykorzystanie potencjału podejścia agentowo-ewolucyjnego, co znajdowało odzwierciedlenie w uzyskiwanych z jego wykorzystaniem rezultatach, które w wielu przypadkach ustępowały jakością wynikom uzyskiwanym m.in. z wykorzystaniem referencyjnych algorytmów NSGA-II oraz SPEA2 [20, 49].

W konsekwencji, system ten – określany w ramach rozprawy mianem podstawowego systemu agentowo-ewolucyjnego optymalizacji wielokryterialnej – posłużył, w głównej mierze, jako pierwsze potwierdzenie dużego potencjału tkwiącego w metodach agentowo-ewolucyjnych w kontekście rozwiązywania zadań polioptymalizacji oraz, jak wspomniano, jako punkt wyjścia do dalszego jego rozwoju, udoskonalania i modyfikacji.

Wspomniane modyfikacje i rozszerzenia prowadzone były wielotorowo, pozwalając na analizę wpływu na efektywność i jakość uzyskiwanych rezultatów, takich czynników, jak: warianty oddziaływań pomiędzy

agentami; sposoby (samo)organizacji i adaptacji (struktury) systemu; mechanizmy gromadzenia i propagacji w populacji wiedzy będącej rezultatem doświadczeń kolejnych pokoleń pojedynczych agentów; realizacje mechanizmów i operatorów elitarności; techniki utrzymywania zdefiniowanych ograniczeń.

Badania te zaowocowały zaproponowaniem kolejnych, efektywnych i odznaczających się charakterystycznymi właściwościami (dających możliwość zastosowania w wielu odmiennych kontekstach i sytuacjach), wariantów agentowo-ewolucyjnych systemów optymalizacji wielokryterialnej, wśród których wymienić należy: systemy koewolucyjne CoEMAS [34, 38], a wśród nich systemy z oddziaływaniami drapieżnik-ofiara pp-CoEMAS [32, 33], systemy z oddziaływaniami pasożyt-żywiciel hpCoEMAS [31], systemy z kooperacją [35, 27] czy systemy koewolucyjne z doбором płciowym ssCoEMAS [36, 30]; systemy stadne floEMAS [56], systemy elitarne elEMAS [55, 54, 52, 53], systemy z mechanizmami immunologicznymi czy kulturalnymi icEMAS [58], czy systemy optymalizacji wielokryterialnej z ograniczeniami conEMAS [57, 55].

Proponowane modele analizowane były zarówno w oparciu o szeroką gamę problemów testowych, jak i w oparciu o rzeczywiste problemy optymalizacyjne takie jak: równoważenie linii produkcyjnych [22, 50, 51], budowa efektywnych portfeli inwestycyjnych [37] czy też generowanie strategii inwestycyjnych [28, 29].

W ramach rozprawy, przegląd prezentowanych wariantów ograniczono (poza wspomnianym, służącym jako punkt odniesienia, modelem podstawowym) do dwóch modeli, a mianowicie elitarnego systemu agentowo-ewolucyjnego do optymalizacji wielokryterialnej – elEMAS (ang. *elitist Evolutionary Multi-Agent System*) oraz systemu agentowo-ewolucyjnego do optymalizacji wielokryterialnej z ograniczeniami – conEMAS (ang. *constrained Evolutionary Multi-Agent System*).

Dokonany wybór, pozwala na potwierdzenie tezy dotyczącej efektywności i wydajności systemów optymalizacji wielokryterialnej skonstruowanych w oparciu o paradygmat obliczeń agentowo-ewolucyjnych.

Dodatkowo model elEMAS, jako model elitarny, wychodzi na przeciw obserwowanym w literaturze zainteresowaniom wszelkiego rodzaju mechanizmami i rozszerzeniami elitarnymi, pozwalając na zaprezentowanie w jak naturalny sposób mechanizmy elitarności mogą zostać włączone do systemów agentowo-ewolucyjnych. Oferują one znacznie większe możliwości, niż ma to miejsce w przypadku klasycznych algorytmów ewolucyjnych, nie naruszając jednocześnie zdecentralizowanego i autonomicznego charakteru tych systemów. Model elEMAS stanowi zatem studium zastosowań mechanizmów elitarności w systemach typu EMAS stanowiąc agentową przeciwwagę w odniesieniu do elitarnych algorytmów referencyjnych NSGA-II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) [16, 15, 14] oraz SPEA2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm) [61, 62].

Model ten pozwala także na analizę i dyskusję różnych koncepcji i idei – m.in. wprowadzonej w ramach tego modelu rozproszonej i zdecentralizowanej techniki kontroli i regulacji zagęszczenia osobników. W szczególności, pozwala to nie tylko na ukierunkowanie realizowanego przez agentów procesu ewolucji, ale także na równomierne (a zatem nie preferujące żadnego z kryteriów) próbkowanie i obsadzanie całej rozciągłości znalezionej przybliżenia frontu Pareto.

Jednocześnie, omówienie modelu conEMAS umożliwia osadzenie systemów agentowo-ewolucyjnych do optymalizacji wielokryterialnej w praktycznych ich zastosowaniach, m.in. poprzez zaanonsowanie niezwykle istotnego dla rozwiązywania rzeczywistych zadań optymalizacyjnych, problemu poszukiwania alternatyw (rozwiązań) nie tylko (sub)optimalnych ale także takich, które spełniają nałożone ograniczenia.

Zarys koncepcji modeli elEMAS oraz conEMAS

Tak jak miało to miejsce w modelu EMAS, model elEMAS to zanurzona w środowisku (zmieniająca się w czasie) populacja agentów wyposażonych w materiał genetyczny oraz mechanizmy pozwalające na ich wzajemną ocenę i na podejmowanie odpowiednich (korzystnych dla całej populacji) ale jednak autonomicznych i samorzędnych działań.

Zasadniczą zmianą, jaką wprowadzono w modelu elEMAS w stosunku do modelu EMAS, jest zdefiniowanie dodatkowego celu, do którego dąży każdy agent. Otóż, poza przeżyciem oraz dążeniem do reprodukcji, każdy agent dąży do tego, aby został uznany (mógł sam siebie uznać) za przedstawiciela elity społeczeństwa agentowego, a w konsekwencji, aby mógł realizować aktywności zarezerwowane właśnie dla „agentowej elity”.

W modelu eEMAS, wyróżniono zatem dwa gatunki agentów – gatunek agentów nieelitarnych oraz gatunek agentów elitarnych. Każdy pojawiający się (w wyniku reprodukcji, bądź tworzony przez środowisko) w systemie agent jest agentem nieelitarnym. Agenci tacy zlokalizowani są w wyspach/węzłach środowiska i tam też w sposób cykliczny realizują swoje kroki życia. W każdym kroku, agent nieelitarny podejmuje decyzję (oraz próbę realizacji) o swej transformacji do postaci agenta elitarnego.

Jeśli agent decyzję o transformacji podejmie (a jej realizacja jest możliwa), wówczas staje się agentem elitarnym. Od tego momentu zmienia się przynależność gatunkowa takiego agenta, a w konsekwencji zmieniają się także jego zachowania. Przede wszystkim, agent elitarny dokonuje w środowisku migracji na jedną z wysp elitarnych (wprowadzenie wysp elitarnych to jedna ze zmian na poziomie struktury środowiska w modelu eEMAS w stosunku do modelu EMAS).

Bardzo istotnym jest tutaj proces decyzyjny agenta, warunkujący jego transformację z postaci agenta nieelitarnego do postaci agenta elitarnego. W pierwszej fazie odpowiada on sobie na pytanie czy w danej chwili (danym stanie systemu) chce dokonać takiej transformacji. Jeśli tak, dokonuje on sprawdzenia dalszych warunków. Otóż agentem elitarnym może stać się wyłącznie agent reprezentujący odpowiednio wysokiej jakości rozwiązanie. Aby możliwa była ocena przez agenta własnej jakości, wprowadzony został w systemie eEMAS dodatkowy (poza znaną z modelu EMAS energią życiową) zasób – tzw. prestiż. Agent uzyskuje kolejne kwanty tego zasobu ilekroć w wyniku interakcji z innymi agentami okazuje się, iż reprezentowane przez niego rozwiązanie dominuje (w sensie relacji dominacji Pareto) rozwiązanie innego agenta.

Wraz z zasobem prestiż w modelu eEMAS zdefiniowano związany z nim tzw. próg elitarności. Dowolny agent nieelitarny może dokonać (samo)transformacji do postaci agenta elitarnego wyłącznie jeśli poziom posiadanego przez niego zasobu prestiż przewyższa określony próg elitarności. Posiadanie przez agenta zasobu prestiż w ilości przewyższającej zdefiniowany próg elitarności oznacza bowiem, że agent podczas swoich spotkań okazał się być reprezentantem bardziej wartościowego rozwiązania (rozwiązania dominującego) od określonej (znaczącej) liczby innych agentów.

Przy odpowiednio dobranych wartościach progu elitarności oraz kwantu zasobu prestiż, agent któremu udało się zgromadzić zasób prestiż w ilości przekraczającej zdefiniowany próg elitarności, rzeczywiście uznany może być za elitę społeczności agentowej. Dzięki temu, że pierwszą podejmowaną przez każdego agenta elitarnego aktywnością jest migracja do wyspy elitarniej, możliwe jest wyeliminowanie obserwowanych w modelu EMAS zjawisk przejawiających się stopniowym zmniejszaniem różnorodności agentów, czyli przedwczesną stagnacją procesów ewolucyjnych zachodzących w systemie.

Koncepcja systemu conEMAS i jego struktura oraz schemat działania są całkowicie zgodne ze strukturą oraz schematem działania podstawowego modelu EMAS, stanowiąc w pewnych obszarach jego rozszerzenie.

Analogicznie jak w modelu EMAS, w modelu conEMAS agenci funkcjonują w ramach określonego środowiska. Środowisko to charakteryzuje się topologią analogiczną do przyjętej w modelu EMAS. A zatem także tutaj środowisko składa się z (jednorodnych) wysp/węzłów, pomiędzy którymi istnieje określona struktura połączeń.

Tak jak miało to miejsce w modelu EMAS, w ramach poszczególnych wysp funkcjonują tutaj agenci. Podobnie jak w EMAS, elementem warunkującym możliwe zachowania agentów jest ilość posiadanych zasobów, przy czym występuje tutaj jeden zasób, którym jest energia życiowa. Poziom posiadanej w danej chwili energii życiowej warunkuje możliwe zachowania agenta. Jednocześnie, przejawiane aktywności mogą powodować transfery tego zasobu zarówno pomiędzy agentami jak i pomiędzy agentami a środowiskiem. Podobnie jak w modelu EMAS, także w modelu conEMAS zdefiniowano dwa progi energetyczne – tzw. próg reprodukcji oraz próg śmierci.

Zgodnie z ogólną koncepcją systemów agentowo-ewolucyjnych, występujący w systemie agenci mogą reprezentować różne gatunki, a w ramach tych gatunków różne płcie, co wpływa na zachowania agenta. Przyjęto, iż w systemie conEMAS występują dwa gatunki agentów: agenci reprezentujący z punktu widzenia postawionego problemu optymalizacyjnego (a w zasadzie zdefiniowanych tam ograniczeń) rozwiązania dopuszczalne – tzw. agenci dopuszczalni (ang. *feasible agents*) oraz agenci reprezentujący rozwiązania niedopuszczalne (niespełniające zdefiniowanych ograniczeń) – tzw. agenci niedopuszczalni (ang. *infeasible agents*).

Rozróżnienie gatunków agentów z uwzględnieniem dopuszczalności reprezentowanych przez nich rozwiązań, pozwoliło na wprowadzenie takich zmian w realizowanych przez agentów zachowaniach (głównie w aspekcie

strategii spotkań oraz reprodukcji) aby możliwe było energetyczne preferowanie przez społeczność agentową tych jednostek, które reprezentują rozwiązania nie naruszające ograniczeń, bądź które ograniczenia te naruszają w mniejszym stopniu.

W konsekwencji, decyzje dotyczące transferów zasobów życiowych, czy to pomiędzy spotykającymi się agentami, czy też pomiędzy agentami rodzicielskimi a agentami potomnymi, podejmowane są w taki sposób, iż agenci nie naruszający zdefiniowanych w ramach rozwiązywanego problemu ograniczeń (bądź naruszający je w mniejszym stopniu) postrzegani są jako bardziej wartościowi. W rezultacie to oni otrzymują energię od agentów bardziej łamiących ograniczenia, bądź też oddają jej mniej agentom potomnym. Dlatego właśnie oni potencjalnie szybciej będą mogli przystąpić do ponownej reprodukcji, co powinno okazać się bardzo korzystne dla całej populacji agentów (możliwości uzyskania przez nich wartościowych rozwiązań postawionego problemu).

Badania eksperymentalne i uzyskane rezultaty

Wszystkie zaproponowane w toku prowadzonych badań modele agentowo-ewolucyjne (w szczególności: model podstawowy, model elitarny oraz model z ograniczeniami), a także cały szereg klasycznych (nieagentowych) technik optymalizacyjnych (w tym uznane za referencyjne: algorytmy NSGA-II oraz SPEA2) poddawane były drobiazgowym eksperymentom obliczeniowym (w tym porównawczym).

Ponieważ z założenia, proponowane techniki stanowiąc mając możliwie uniwersalne narzędzia do rozwiązywania problemów polioptymalizacji, przyjęto, iż eksperymentalna weryfikacja ich efektywności oparta powinna być o szerokie spektrum referencyjnych problemów testowych o zróżnicowanej charakterystyce. Natomiast niesłusznym wydaje się tutaj odniesienie do znanych z literatury problemów rzeczywistych, posiadających ściśle określone (wąskie) pola zastosowania. Podejście takie pozwala na pełniejszą ocenę zaproponowanych technik oraz na szeroką ewaluację ich zachowania, w kontekście rozwiązywania różnorodnych praktycznych problemów polioptymalizacji (odznaczających się całym spektrum różnych właściwości). W szczególności eksperymenty przeprowadzono dla zestawu problemów ZDT (Zitzler-Deb-Thiele) [60, 59] (za wyjątkiem problemu ZDT5) oraz problemów CTP (Constrained Test Problems) [17, 18]. Oparcie prac eksperymentalnych o tak szeroką gamę problemów testowych (w tym ośmiu trudnych problemów optymalizacji wielokryterialnej z ograniczeniami) umożliwiło dogłębne analizy i ocenę zachowania, zarówno proponowanych rozwiązań jak też algorytmów referencyjnych.

Z punktu widzenia oceny możliwości użycia zaproponowanych narzędzi do rozwiązywania problemów optymalizacji wielokryterialnej w rzeczywistych (szeroko rozumianych) środowiskach, bardzo istotną staje się ocena zachowania testowanego algorytmu w warunkach zaszumienia, czyli w środowiskach charakterystycznych dla rzeczywistych systemów decyzyjnych czy optymalizacyjnych, w których uzyskiwane i przetwarzane dane, a także sam proces obliczeniowy, mogą być poddane działaniu szeregu zniekształceń i zakłóceń. W konsekwencji w toku prowadzonych prac przeprowadzono także szereg eksperymentów (w tym porównawczych) w warunkach zaszumienia środowiska o różnym stopniu ich natężenia.

Jakość uzyskiwanych rezultatów a zarazem efektywność zaproponowanych modeli obliczeniowych analizowana była z wykorzystaniem szeregu powszechnie wykorzystywanych wskaźników jakości w tym, w szczególności, z wykorzystaniem metryki Hypervolume Ratio. W toku prowadzonych prac zaproponowano także zestaw dodatkowych, pozwalających na pogłębioną analizę uzyskiwanych rezultatów, miar jakości opartych na wspomnianej metryce HVR.

Podsumowując przeprowadzone eksperymenty, stwierdzić należy, iż uzyskane i prezentowane w rozprawie rezultaty potwierdzają, iż dla pewnych klas problemów bądź w pewnych warunkach (w szczególności w środowiskach zaszumionych) zaproponowane metody obliczeniowe charakteryzują się lepszą efektywnością od wykorzystywanych powszechnie algorytmów takich, jak NSGA-II czy SPEA2.

Podsumowanie

W przekonaniu autora, wśród oryginalnych rezultatów rozprawy posiadających wartość poznawczą, wymienić należy:

- Stworzenie ogólnej koncepcji budowy sformalizowanych modeli systemów agentowo-ewolucyjnych, dedykowanych do zadań optymalizacji wielokryterialnej. Koncepcja ta wykorzystana została do sformułowania modeli systemów będących bezpośrednim przedmiotem badań prowadzonych w ramach pracy, równocześnie jednak może stanowić punkt wyjścia do konstruowania modeli innych wariantów systemów agentowo-ewolucyjnych polioptymalizacji.
- Skonstruowanie szczegółowych modeli formalnych systemów EMAS, eEMAS oraz conEMAS, które stanowią odpowiednio – jądro systemu agentowo-ewolucyjnego, a następnie jego rozwinięcie do wersji elitarniej oraz wariantu polioptymalizacji z ograniczeniami. Powyższa sekwencja modeli pokazuje istotę proponowanych rozwiązań, a równocześnie określa pewną metodykę postępowania, przy konstruowaniu danej klasy systemów obliczeniowych.
- Opracowanie nowych wskaźników (miar) jakości rozwiązań problemów optymalizacji wielokryterialnej. Wskaźniki te, sformułowane m.in. w wyniku modyfikacji miar znanych z literatury, pozwalają na bardziej wnikliwą ocenę zarówno samego procesu obliczeniowego, jak też jakości otrzymanych aproksymacji frontu Pareto.
- Opracowanie założeń, koncepcji oraz architektury rozproszonej, komponentowej platformy obliczeniowej, stanowiącej oryginalne i wielofunkcyjne narzędzie do badań eksperymentalnych nad ewolucyjnymi oraz agentowo-ewolucyjnymi technikami optymalizacji wielokryterialnej.

Jednocześnie wśród dokonań o charakterze implementacyjnym i eksperymentalnym, wskazać należy:

- implementację, uruchomienie i testowanie w ramach zaprojektowanej i zrealizowanej platformy obliczeniowej zaproponowanych koncepcji i modeli;
- szeroko zakrojone badania eksperymentalne zaproponowanych algorytmów polioptymalizacji, z wykorzystaniem szerokiej gamy problemów testowych i różnych kryteriów oceny, uwzględniających także warunki środowisk zaszumionych;
- przeprowadzenie analizy otrzymanych rezultatów, pozwalającej na uzyskanie wskazań dotyczących walorów oraz preferowane obszary zastosowań opracowanych rozwiązań algorytmicznych oraz narzędziowych.

Warto także zwrócić uwagę na przeprowadzone w toku rozprawy pogłębione studium literaturowe umożliwiające jej odniesienie do światowych trendów i osiągnięć w obszarze (ewolucyjnej) optymalizacji wielokryterialnej. Materiał ten może stanowić również dogodny punkt wyjścia, przy podejmowaniu różnych typów badań w tym obszarze problemowym.

W przekonaniu autora, przeprowadzone badania eksperymentalne i uzyskane w ich toku rezultaty potwierdzają postawioną we wstępie pracy tezę, że w oparciu o paradygmat obliczeń agentowo-ewolucyjnych możliwe jest skonstruowanie technik optymalizacji wielokryterialnej, które nie naruszając zdecentralizowanego modelu ewolucji tych systemów, w pewnych warunkach, bądź dla pewnych problemów, wykazują lepszą efektywność (w sensie zastosowanych wskaźników jakości) od klasycznych (nieagentowych) ewolucyjnych technik polioptymalizacji.

Wybrane: literatura i publikacje doktoranta

- [1] Bäck T.: *Evolutionary algorithms in theory and practice*, Oxford University Press, Oxford, 1996.
- [2] Bäck T., Fogel D., Michalewicz Z. (red.): *Handbook of Evolutionary Computation*, IOP Publishing and Oxford University Press, 1997.
- [3] Bäck T., Fogel D., Michalewicz Z.: *Evolutionary computations 1: basic algorithms and operators*, Institute of physics publishing, Bristol, 2000.
- [4] Bäck T., Fogel D., Michalewicz Z.: *Evolutionary computations 2: advanced algorithms and operators*, Institute of physics publishing, Bristol, 2000.
- [5] Byrski A.: *Immunologiczny mechanizm selekcji w agentowych obliczeniach ewolucyjnych*, Rozprawa doktorska, AGH University of Science and Technology, 2007.
- [6] Byrski A., Carvalho M.: Agent-based immunological intrusion detection system for mobile ad-hoc networks, [w:] Bubak M., Van Albada G., Dongara J., Sloot P. (red.), *Proceedings of the 8th International Conference on Computational Science ICCS 2008*, tom 5103 serii *Lecture Notes in Computer Science*, str. 584—593, Springer-Verlag, 2008.
- [7] Byrski A., Kisiel-Dorohinicki M., Nawarecki E.: Immunological selection in agent-based optimization of neural network parameters, [w:] Wegrzyn-Wpłaska K., Szczepaniak P. (red.), *Proceedings of the 5th Atlantic Web Intelligent Conference – AWIC’2007*, Advances in Soft Computing, str. 62–67, Springer-Verlag, 2007.
- [8] Byrski A., Kisiel-Dorohinicki M., Nawarecki E.: Agent-based evolution of neural network architecture, [w:] Hamza M. (red.), *Proc. of the IASTED Int. Symp. on Applied Informatics*, IASTED/ACTA Press, 2002.
- [9] Cetnarowicz K., Byrski A., Dreżewski R., **Siwik, L.**: *Rozwój informatycznych systemów wieloagentowych w środowiskach społeczno-gospodarczych*, rozdz. Agentowe metody inteligencji obliczeniowej, str. 126–150, Wydawnictwo Placet, 2008.
- [10] Cetnarowicz K., Dreżewski R.: The mechanism of supervising the evolution process realized in multi-agent world, [w:] *Proceedings of the 2nd International Conference on Formal Methods and Intelligent Techniques in Control, Decision Making, Multimedia and Robotics*, str. 91–108, Polish-Japanese Institute of Information Technology, Warszawa, 2000.
- [11] Cetnarowicz K., Kisiel-Dorohinicki M., Nawarecki E.: The application of evolution process in multi-agent world (MAW) to the prediction system, [w:] Tokoro M. (red.), *Proc. of the 2nd Int. Conf. on Multi-Agent Systems (ICMAS’96)*, AAAI Press, 1996.
- [12] Coello C., Van Veldhuizen D., Lamont G.: *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems. 2nd edition*, Genetic and evolutionary computation, Springer Verlag, 2007.
- [13] Deb K.: *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, John Wiley & Sons, 2001.

- [14] Deb K., Agarwal S., Pratap A., Meyarivan T.: A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II, [w:] Schoenauer M., Deb K., Rudolph G., Yao X., Lutton E., Merelo J. J., Schwefel H.-P. (red.), *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference*, str. 849–858, Springer. Lecture Notes in Computer Science No. 1917, Paris, France, 2000.
- [15] Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T.: A fast and elitist multi-objective genetic algorithm-nsga-ii, Raport 2000001, Indian Institute of Technology, KanGAL, Kanpur Genetic Algorithms Laboratory, 2000.
- [16] Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T.: A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: Nsga-ii, *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, 6(2):181–197, 2002.
- [17] Deb K., Pratap A., Meyarivan T.: Constrained test problems for multi-objective evolutionary optimization, Raport 200002, Kanpur Genetic Algorithms Laboratory, 2000.
- [18] Deb K., Pratap A., Meyarivan T.: Constrained test problems for multiobjective evolutionary optimization, [w:] *Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, tom 1993 serii *Lecture Notes In Computer Science*, str. 284–298, Springer-Verlag, 2001.
- [19] Dębski R., Dreżewski R., Kisiel-Dorohinicki M.: Preserving diversity in evolution strategy for shape design of rotating elastic disc, [w:] *Proceedings of the 6th Conference on Evolutionary Algorithms and Global Optimization (KAEiOG 2003)*, str. 65–73, University of Zielona Góra, 2003.
- [20] Dobrowolski G., Kisiel-Dorohinicki M.: Management of evolutionary mas for multiobjective optimisation, [w:] Burczynski T., Osyczka A. (red.), *Proceedings of symposium on Evolutionary methods in mechanics*, str. 81–90, Kluwer Academic Publishers, Cracow, September 2002.
- [21] Dobrowolski G., Kisiel-Dorohinicki M., Nawarecki E.: Biological management mechanisms for population-based soft computing, [w:] Hamza M. (red.), *Proc. of the Second IASTED Int. Conf. on Artificial Intelligence and Applications*, IASTED/ACTA Press, 2002.
- [22] Dobrowolski G., Kisiel-Dorohinicki M., Nawarecki E.: Evolutionary multi-agent system for multiobjective balancing of production lines, [w:] Camacho E., Basanez L., de la Puente A. (red.), *Preprints of the 15th World Congress of IFAC. Final Program. Book of Abstracts + CD*, Pergamon, Barcelona, Spain, 2002.
- [23] Dreżewski R.: Zagadnienia symulacji procesu ewolucji w systemach wieloagentowych, *Automatyka*, 4(1), 2000, AGH University of Science and Technology Press.
- [24] Dreżewski R.: *Koewolucyjne techniki optymalizacji funkcji wielomodalnych z zastosowaniem technologii agentowej*, Rozprawa doktorska, AGH University of Science and Technology, 2005.
- [25] Dreżewski R., Cetnarowicz K.: Co-evolutionary multi-agent system with sexual selection for multi-modal optimization, [w:] Bubnicki Z., Grzech A. (red.), *Proceedings of the XVth International Conference on Systems Science (ICSS 2004)*, tom 3, str. 121–130, Wrocław University of Technology Press, Wrocław, 2004.
- [26] Dreżewski R., Kisiel-Dorohinicki M.: Równoległe i agentowe modele algorytmów ewolucyjnych, [w:] Schaefer R. (red.), *Proceedings of the Workshop on Genetic Algorithms (WAG 2002)*, str. 43–44, Jagiellonian University, Bielsko College of Business and Computer Science, Kraków, 2002.
- [27] Dreżewski R., Obrocki K., **Siwik, L.**: Comparison of multi-agent co-operative co-evolutionary and evolutionary algorithms for multi-objective portfolio optimization, [w:] M. Giacobini, et al. (red.), *Applications of Evolutionary Computing*, tom 5484 serii *LNCS*, str. 223–232, Springer, 2009.
- [28] Dreżewski R., Sepielak J., **Siwik, L.**: Generating robust investment strategies with agent-based co-evolutionary system, [w:] Bubak M., van Albada G. D., Dongarra J., Sloot P. M. A. (red.), *Computational Science — ICCS 2008*, tom 5103 serii *LNCS*, str. 664–673, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.

- [29] Drezewski R., Sepielak J., **Siwik, L.**: Classical and agent-based evolutionary algorithms for investment strategies generation, [w:] Brabazon A., O'Neill M. (red.), *Computational Intelligence in Finance*, tom 2, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [30] Drezewski R., **Siwik, L.**: Co-evolutionary multi-agent system with sexual selection mechanism for multi-objective optimization, [w:] *Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2006)*, IEEE, 2006.
- [31] Drezewski R., **Siwik, L.**: Multi-objective optimization using co-evolutionary multi-agent system with host-parasite mechanism, [w:] Alexandrov V. N., van Albada G. D., Sloot P. M. A., Dongarra J. (red.), *Computational Science — ICCS 2006*, tom 3993 serii LNCS, str. 871–878, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [32] Drezewski R., **Siwik, L.**: The application of agent-based co-evolutionary system with predator-prey interactions to solving multi-objective optimization problems, [w:] *Proceedings of the 2007 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence*, IEEE, 2007.
- [33] Drezewski R., **Siwik, L.**: Co-evolutionary multi-agent system with predator-prey mechanism for multi-objective optimization, [w:] Beliczynski B., Dzielinski A., Iwanowski M., Ribeiro B. (red.), *Adaptive and Natural Computing Algorithms*, tom 4431 serii LNCS, str. 67–76, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007.
- [34] Drezewski R., **Siwik, L.**: *Advances in evolutionary algorithms*, rozdz. Agent-based co-evolutionary techniques for solving multi-objective optimization problems, str. 231–260, numer 978-953-7619-11-4, IN-TECH, Vienna, 2008.
- [35] Drezewski R., **Siwik, L.**: Agent-based co-operative co-evolutionary algorithm for multi-objective optimization, [w:] Rutkowski L., Tadeusiewicz R., Zadeh L. A., Zurada J. M. (red.), *Artificial Intelligence and Soft Computing — ICAISC 2008*, tom 5097 serii LNCS, str. 388–397, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [36] Drezewski R., **Siwik, L.**: Agent-based multi-objective evolutionary algorithm with sexual selection, [w:] *Proceedings of 2008 IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2008)*, 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008), numer IEEE Catalog Number: CFP08ICE-CDR, ISBN: 978-1-4244-1823-7, str. 3680–3685, IEEE, Research Publishing Services, Hong Kong, June 2008.
- [37] Drezewski R., **Siwik, L.**: Co-evolutionary multi-agent system for portfolio optimization, [w:] Brabazon A., O'Neill M. (red.), *Natural Computation in Computational Finance*, tom 1, str. 271–299, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [38] Drezewski R., **Siwik, L.**: *Computational intelligence in optimization – applications and implementations*, rozdz. A review of agent-based co-evolutionary algorithms for multiobjective optimization, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2009, W druku.
- [39] Drezewski R., Woźniak P., **Siwik, L.**: Agent-based evolutionary system for traveling salesman problem, [w:] E. Corchado, et al. (red.), *Hybrid Artificial Intelligence Systems*, tom 5572 serii LNAI, str. 34–41, Springer, 2009.
- [40] Eiben A., Michalewicz Z.: *Evolutionary computation*, IOS Press, 1998.
- [41] Eiben A., Smith J.: *Introduction to evolutionary computing. 2nd edition*, Natural computing, Springer, 2007.
- [42] Goldberg D. E.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*, WNT Warszawa, 1996.

- [43] Kisiel-Dorohinicki M.: Flock-based architecture for distributed evolutionary algorithms, [w:] Rutkowski L., Siekmann J., Tedeusiewicz R., Zadeh L. (red.), *Artificial Intelligence and Soft Computing – ICAISC 2004*, tom 3070 serii *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, Springer-Verlag, 2004.
- [44] Kisiel-Dorohinicki M., Dobrowolski G., Nawarecki E.: Agent populations as computational intelligence, [w:] Rutkowski L., Kacprzyk J. (red.), *Neural Networks and Soft Computing*, Advances in Soft Computing, Physica-Verlag, 2003.
- [45] Michalewicz Z.: *Genetic algorithms + data structures = evolution programs. 3rd edition*, Springer, 1996.
- [46] Michalewicz Z.: *Algorytmy genetyczne + Struktury danych = Programy ewolucyjne*, WNT Warszawa, 1998.
- [47] Miettinen K.: *Nonlinear multiobjective optimization*, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [48] Nawarecki E., Dobrowolski G., Kisiel-Dorohinicki M.: Representation of evolving knowledge in multi-agent systems, [w:] *Proc. of the Int. Symposium on Methods of Artificial Intelligence (AI-METH 2003)*, Silesian University of Technology, Gliwice, Poland, 2003.
- [49] Socha K., Kisiel-Dorohinicki M.: Agent-based evolutionary multiobjective optimisation, [w:] *Proc. of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*, IEEE, 2002.
- [50] **Siwik, L.**, Kisiel-Dorohinicki M.: Balancing of production lines : evolutionary agent-based approach, [w:] Lefranc G. (red.), *MCPL 2004 IFAC/IEEE/ACCA : conference on Management and Control of Production and Logistics*, str. 319–324, IFAC/IEEE/ACCA, Santiago de Chile, November 2004.
- [51] **Siwik, L.**, Kisiel-Dorohinicki M.: Evolutionary multi-agent system for multiobjective balancing of production lines, [w:] *Seventh national conference on Evolutionary computation and global optimization*, str. 155–162, Warszawa: PW WEiTI, Kazimierz Dolny, May 2004.
- [52] **Siwik, L.**, Kisiel-Dorohinicki M.: Elitism in agent-based evolutionary multiobjective optimization, *Inteligencia Artificial*, 9(28), 2005, Special issue: New trends on Multiagent systems and soft computing.
- [53] **Siwik, L.**, Kisiel-Dorohinicki M.: Semi-elitist evolutionary multi-agent system for multiobjective optimization, [w:] [et al] V. N. A. (red.), *6th International Conference on Computational Science – ICCS 2006*, tom 3993 serii *LNCS*, str. 831–838, Springer-Verlag, Reading, UK, May 2006.
- [54] **Siwik, L.**, Natanek S.: Elitist evolutionary multi-agent system in solving noisy multi-objective optimization problems, [w:] *Proceedings of 2008 IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2008)*, *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008)*, numer IEEE Catalog Number: CFP08ICE-CDR, ISBN: 978-1-4244-1823-7, str. 3318–3325, IEEE, Research Publishing Services, Hong Kong, June 2008.
- [55] **Siwik, L.**, Natanek S.: Solving constrained multi-criteria optimization tasks using elitist evolutionary multi-agent system, [w:] *Proceedings of 2008 IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2008)*, *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008)*, numer IEEE Catalog Number: CFP08ICE-CDR, ISBN: 978-1-4244-1823-7, str. 3357–3364, IEEE, Research Publishing Services, Hong Kong, June 2008.
- [56] **Siwik, L.**, Psiuk M., Sroka P.: Flock-based evolutionary multi-agent system in solving noisy multi-objective optimization problems, [w:] *Proceedings of 2008 IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2008)*, *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008)*, numer IEEE Catalog Number: CFP08ICE-CDR, ISBN: 978-1-4244-1823-7, str. 3403–3411, IEEE, Research Publishing Services, Hong Kong, June 2008.

- [57] **Siwik, L.**, Sikorski P.: Efficient constrained evolutionary multi-agent system for multi-objective optimization, [w:] *Proceedings of 2008 IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2008), 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008)*, numer IEEE Catalog Number: CFP08ICE-CDR, ISBN: 978-1-4244-1823-7, str. 3211–3218, IEEE, Research Publishing Services, Hong Kong, June 2008.
- [58] **Siwik, L.**, Drezewski R.: *Evolutionary computation*, rozdz. Agent-based multi-objective evolutionary algorithms with cultural and immunological mechanisms, IN-TECH, Vienna, 2009, W druku.
- [59] Zitzler E.: *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*, Rozprawa doktorska, ETH Zurich, Switzerland, 1999.
- [60] Zitzler E., Deb K., Thiele L.: Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results, *Evolutionary Computation*, 8(2):173–195, 2000.
- [61] Zitzler E., Laumanns M., Thiele L.: Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm, [w:] Giannakoglou K., Tsahalis D., Periaux J., Papailou P., Fogarty T. (red.), *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems (EUROGEN 2001)*, str. 95–100, Athens, Greece, 2001.
- [62] Zitzler E., Laumanns M., Thiele L.: Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm, Raport TIK-Report 103, Swiss Federal Institute of Technology, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), May 2001.