

AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE



**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

**KATEDRA ENERGEOELEKTRONIKI I AUTOMATYKI SYSTEMÓW
PRZETWARZANIA ENERGII**

Rozprawa doktorska

Imię i nazwisko

Adam Pracownik

Temat rozprawy doktorskiej

„Problem LQ w implementacji cyfrowego sterowania i obserwacji w napędzie z połączeniem sprężystym”

Opiekun rozprawy

prof. dr hab. inż. Zbigniew Hanzelka

Opiekun pomocniczy

dr inż. Grzegorz Sieklucki

Kraków, rok 2016

Spis treści

Wprowadzenie	6
Wstęp.....	6
Metodyka badań	8
Rozdział 1. Model matematyczny napędu prądu stałego z połączeniem sprężystym	10
1.1. Model matematyczny układu 1. masowego	10
1.2. Model matematyczny układu 2. masowego	11
1.3. Analiza przebiegów przejściowych układu 2. masowego.....	16
1.4. Struktury układów regulacji i obserwacji.....	18
Rozdział 2. Problem liniowo-kwadratowy (LQ)	19
2.1. Sterowalność i stabilizowalność.....	19
2.2. Podstawy teoretyczne problemu LQ	20
2.3. Problem LQ z nieskończonym horyzontem sterowania dla systemów ciągłych	21
2.4. Dyskretyzacja ciągłego problemu LQ.....	22
2.5. Proporcjonalno-całkowy problem LQ.....	24
Rozdział 3. Zasada odtwarzania zmiennych stanu	26
3.1. Obserwowalność i wykrywalność	26
3.2. Podstawy teoretyczne obserwatorów zmiennych stanu i zakłóceń	27
3.3. Ciągły obserwator stanu i zakłócenia.....	28
3.5. Dyskretny obserwator zmiennych stanu wg zasady dualizmu i problemu LQ	30
3.6. Obserwatory zredukowanego rzędu	32
3.6.1. Ciągły obserwator zredukowanego rzędu	32
3.6.2. Dyskretny obserwator zredukowanego rzędu	34
Rozdział 4. Układy regulacji napędem z połączeniem sprężystym	37
4.1. Kaskadowa struktura regulacji układem 1. masowym.....	37
4.1.1. Regulator prądu	38
4.1.2. Regulator prędkości kątowej.....	41
4.2. Regulacja w układzie 2. masowym	42
4.2.1. Regulator prędkości kątowej – problem LQ	42
4.2.2. Metoda regulacji o zmiennej strukturze.....	44
Rozdział 5. Optymalizacja regulatora prędkości dla układu 2. masowego	48
5.1. Optymalizacja ciągłego regulatora LQ	48
5.2. Proporcjonalno-całkowy regulator LQ.....	49
Rozdział 6. Obserwator stanu i zakłócenia – podejście klasyczne	53
6.1. Budowa obserwatora stanu i zakłócenia dla systemu ciągłego.....	53
6.2. Obserwator w otwartym układzie regulacji	56
6.3. Obserwator w zamkniętym układzie regulacji.....	61
Rozdział 7. Układ sterowania z podrzędnym regulatorem prądu	68
7.1. Model napędu z regulatorem prądu.....	68

7.2. Badania symulacyjne.....	69
Rozdział 8. Metoda regulacji o zmiennej strukturze	75
8.1. Kaskadowa struktura regulacji układem 2. masowym z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym.....	75
8.2. Proporcjonalno-całkowa regulacja LQ. Wpływ współczynników macierzy Q na kształt przebiegów przejściowych.....	77
8.3. Układ regulacji o zmiennej strukturze	80
Rozdział 9. Cyfrowa regulacja i obserwacja w układzie 2. masowym	85
9.1. Modelowanie układów pomiarowych	85
9.2. Optymalizacja regulatora prędkości dla systemu cyfrowego.....	86
9.3. Cyfrowa regulacja i obserwacja	87
Rozdział 10. Badania eksperymentalne cyfrowych obserwatorów LQ.....	93
10.1. Cyfrowy obserwator LQ pełnego rzędu	95
10.2. Cyfrowy obserwator LQ zredukowanego rzędu	98
10.3. Podsumowanie	104
Rozdział 11. Badania eksperymentalne cyfrowej regulacji i obserwacji LQ.....	106
11.1. Układ cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ pełnego rzędu.....	107
11.2. Układ cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ zredukowanego rzędu.....	113
Rozdział 12. Analiza odporności układu regulacji – badania eksperymentalne	118
12.1. Kryterium Nyquista i podstawowa odporność zamkniętych układów regulacji.....	118
12.2. Regulator LQ bez obserwatora – rozwiązanie klasyczne.....	122
12.3. Regulator LQ + I – bez obserwatora	124
12.4. Regulator LQ + I – z obserwatorem pełnego rzędu	126
Podsumowanie pracy	137
Dodatek	139
Literatura.....	140
Streszczenie rozprawy w języku angielskim	145

Wykaz ważniejszych oznaczeń

$\tilde{A}, \tilde{A}_z, A$	- macierz stanu systemu: ciągłego, zakłócającego, dyskretnego
\tilde{B}, B	- macierz sterowań systemu: ciągłego, dyskretnego
B	- stała elektromechaniczna silnika ($B = J_l \frac{R_t}{Y_{eN}^2}$)
$\tilde{C}, \tilde{C}_z, C$	- macierz przejścia systemu: ciągłego, zakłócającego, dyskretnego
c_e	- stała silnika (w układzie SI $c_e = c_m = c$)
\tilde{D}	- macierz zakłóceń
D	- współczynnik tłumienia drgań elementu sprężystego
d	- względny współczynnik tłumienia drgań elementu sprężystego ($d = \frac{w_N D}{M_N}$)
E_s	- siła elektromotoryczna silnika
G	- moduł sprężystości przy skręcaniu
\tilde{G}_s	- macierz przejścia (do obserwatora stanu) błędu obserwacji
\tilde{G}_z	- macierz przejścia (do obserwatora zakłóceń) błędu obserwacji
h	- parametr silnika ($h = \frac{U_N}{I_N R_t}$)
I_t	- prąd twornika
J, J, J_c	- wskaźniki jakości
J_l	- zastępczy moment bezwładności silnika ($J_l = J_n + \frac{J_s}{2}$)
J_2	- zastępczy moment bezwładności agregatu ($J_2 = J_o + \frac{J_s}{2}$)
J_n, J_o, J_s	- moment bezwładności: silnika, obciążenia mechanicznego oraz połączenia sprężystego
K_c, K	- macierz wzmocnień regulatora: ciągłego, dyskretnego
K_p	- współczynnik wzmocnienia przekształtnika tyrystorowego
K_R, K_w	- współczynnik wzmocnienia regulatora prędkości kątowej
k_s	- współczynnik sprężystości wału ($k_s = \frac{pd^4 G}{32l}$)
k_T	- współczynnik toru sprzężenia zwrotnego od prędkości kątowej
k_z	- zastępczy współczynnik wzmocnienia obwodu regulacji prądu silnika
L	- macierz wzmocnień obserwatora
L_t	- indukcyjność obwodu twornika
$LQOF$	- obserwator stanu i zakłócenia pełnego rzędu
$LQOR$	- obserwator stanu i zakłócenia zredukowany
M_e, M_o, M_s	- moment elektromagnetyczny ($M_e = Y_e I_t$), moment obciążenia mechanicznego oraz skręcający

\hat{M}_o, \hat{M}_s	- odtworzony moment: obciążenia mechanicznego, skręcający
m	- parametr regulatora prądu silnika
Q, \tilde{Q}, \hat{Q}	- macierze wag wskaźników jakości (wektora stanu)
R, R_o, \tilde{R}	- macierze wag wskaźników jakości (wektora sterowania)
R_t	- rezystancja obwodu twornika
T_{1m}	- elektromechaniczna stała czasowa silnika ($T_{1m} = J_1 \frac{W_N}{M_N}$)
T_{2m}	- elektromechaniczna stała czasowa agregatu ($T_{2m} = J_2 \frac{W_N}{M_N}$)
T_s	- stała czasowa sprężystości ($T_s = \frac{M_N}{k_s W_N}$)
T_s	- czas próbkowania
T_d	- czas wyprzedzenia regulatora PD i PID
T_i, T_R	- czas zdwojenia regulatora PI i PID
T_t	- elektromagnetyczna stała czasowa twornika silnika ($T_t = \frac{L_t}{R_t}$)
T_t	- stała czasowa śledzenia
TO	- obserwator stanu i zakłócenia opracowany w [54],[102],[103]
U_s	- napięcie sterujące przekształtnikiem tyrystorowym
U_t	- napięcie zasilania twornika ($U_t = K_p U_s$)
u	- wektor sterowań
u_z, u_{z0}	- napięcie zadające dla regulatora prądu i jego wartość maksymalna
V	- czas zdwojenia regulatora prądu
W_o	- macierz obserwowalności
W_c	- macierz sterowalności
w	- wektor wielkości wyjściowych układu zakłócającego
\hat{w}	- odtworzony wektor wielkości wyjściowych układu zakłócającego
z	- wektor zakłóceń
x	- wektor stanu
\hat{x}	- odtworzony wektor stanu
Y	- współczynnik toru sprzężenia zwrotnego od prądu silnika
y	- wektor wielkości wyjściowych
y	- sygnał wyjściowy
\hat{y}	- odtworzony wektor wielkości wyjściowych
b	- stała czasowa eksponencjalnego przebiegu prądu silnika
Dw_d	- dopuszczalny uchyb prędkości kątowej
e	- uchyb regulacji
g_0	- stosunek J_1 do J_2 ($g_0 = \frac{J_1}{J_2}$)

j_1, j_2	- droga kąтова: silnika, maszyny roboczej
I	- przeciążalność prądowa silnika
w	- prędkość kąтова silnika
w_1, w_2	- prędkość kąтова: silnika, prędkość kąтова maszyny roboczej
\hat{w}_1, \hat{w}_2	- odtworzona prędkość kąтова: silnika, maszyny roboczej
w_0	- pulsacja drgań własnych
w_{01}, w_{02}	- pulsacja drgań własnych: silnika, maszyny roboczej
x	- współczynnik tłumienia
y_w	- strumień skojarzony z uzwojeniem wzbudzenia
y_e	- strumień skojarzony rotacyjnie z uzwojeniem twornika ($y_e = c_e y_w$)

Wprowadzenie

Wstęp

Współczesna technika komputerowa stworzyła duże możliwości konstruowania skomplikowanych algorytmów sterowania napędami zapewniając tym samym wysoką jakość procesów regulacyjnych, możliwość gromadzenia, przetwarzania oraz wizualizacji danych. Zalety te wykorzystano przy modelowaniu układów 2. masowych tzn. napędów, w których wał łączący silnik elektryczny z agregatem technologicznym jest sprężysty. Takie układy napędowe występują w przemyśle, gdzie połączeniem sprężystym może być długi wał złożony z: łączników, przekładni, sprzęgieł itp.

Systemy 2. masowe, w których współczynnik sprężystości całego połączenia mechanicznego silnik-agregat jest niedostatecznie duży, są narażone zarówno na procesy sprężystego skrećania jak i deformacji wału. Ponadto istnieje konieczność odtwarzania zmiennych fizycznych systemu (moment obciążenia, moment skrećający, prędkość agregatu technologicznego), dla których pomiar bezpośredni ze względów techniczno-ekonomicznych może być nieopłacalny lub niemożliwy do wykonania.

Projektowanie systemów z połączeniem sprężystym związane jest z rodzajem zastosowanego napędu. Coraz częściej z powodów ekonomicznych silniki prądu stałego ustępują miejsca rozwiązaniom opartym na zastosowaniu napędu prądu przemiennego zasilanego z przemiennika częstotliwości. Jednak fakt, iż w przemyśle na całym świecie pracuje dużo napędów wykorzystujących silniki obcowzbudne, wymusza różnego rodzaju modernizacje w celu polepszenia wskaźników jakości. Ich niewątpliwą zaletą są dobre właściwości regulacyjne. Dlatego też rozpatrywanie coraz doskonalszych metod sterowania napędami prądu stałego jest jak najbardziej wskazane i zostało podjęte w rozprawie doktorskiej. Drugim argumentem motywującym do projektowania układów regulacji omawianymi napędami jest możliwość zastosowania otrzymanych wyników w układach sterowania połowo zorientowanego silnikami prądu przemiennego (FOC), gdzie modele matematyczne są zbliżone do modeli napędów z silnikami obcowzbudnymi.

Zagadnienia podjęte w pracy doskonale wpisują się w tematykę układów 2. masowych. Są oparte na problemie liniowo-kwadratowym LQ w różnych strukturach regulacji i obserwacji zarówno dla układu ciągłego jak i dyskretnego.

Obecny stan wiedzy dotyczącej układów 2. masowych obejmuje bardzo wiele pozycji tematycznych, które można sklasyfikować pod względem działania i konstrukcji układu sterowania.

Podział obserwatorów ze względu na działanie i metody doboru ich parametrów:

1. Obserwatory pełnego rzędu – obserwatory stanu i zakłócenia (uwzględnienie w obserwatorze momentu obciążenia) [13],[28],[64],[68],[70],[71],[72],[103],[104],[105],[119].
2. Obserwatory zredukowanego rzędu [21],[41],[71],[72],[89].
3. Obserwatory na podstawie zredukowanego modelu matematycznego, gdzie nie uwzględnia się momentu obciążenia M_o – obserwatory stanu [61],[71],[72].
4. Filtr Kalmana i rozszerzony Filtr Kalmana zawsze o działaniu dyskretnym. Różne metody doboru macierzy kowariancji Q , R [13],[18],[28],[33],[34],[64],[70],[73],[74],[94],[95],[96],[97].
5. Obserwatory zaprojektowane w oparciu o sztuczną inteligencję [58],[61],[64],[96].

6. Obserwatory projektowane na podstawie arbitralnych (zadanych) transmitancji – najczęściej metody lokalizacji biegunów [39],[43],[65],[115].

Podział układów regulacji ze względu na budowę:

1. Korekcja kaskadowej struktury regulacji – wprowadzenie dodatkowych sprzężeń zwrotnych [8],[21],[28],[31],[39],[43],[58],[61],[65],[74],[90],[95],[101],[103],[104],[105],[115],[118].
2. Sprzężenie zwrotne od zmiennych stanu z dodatkowym regulatorem całkującym I [13],[18],[33],[34],[41],[64],[70],[71],[72],[89],[90],[93],[94],[96],[119].
3. Sterowanie ślizgowe [22],[44],[98].
4. Główną wielkością regulowaną jest prędkość silnika elektrycznego w_l (sterowanie wg prędkości silnika) [8],[18],[19],[21],[27],[31],[33],[34],[38],[41],[43],[44],[52],[53],[55],[60],[62],[63],[64],[65],[89],[90],[92],[94],[96],[97],[115],[118],[119].
5. Główną wielkością regulowaną jest odtworzony (obserwator) sygnał prędkości maszyny roboczej \hat{w}_2 (sterowanie wg odtworzonej prędkości) [13].
6. Sterowanie odporne (przestrzeń H_∞) [21],[31],[52],[62],[65],[71],[72],[74].
7. Metody sztucznej inteligencji (sieci neuronowe, logika rozmyta, algorytmy genetyczne) [38],[59],[60],[62],[63].

Główną wielkością regulowaną (wartością zadaną) w powyższych układach sterowania jest prędkość kątowna silnika, a nie agregatu technologicznego (wyjątkiem jest praca [13]). W rozprawie udowodniono możliwość zadawania prędkości agregatu jako bardziej naturalne podejście.

Ciągły problem LQ (LQR) w syntezy regulatora zmiennych stanu dla układu 2. masowego został m.in. przedstawiony w następujących pracach [33],[34],[85]. Natomiast synteza regulatora dyskretnego w oparciu o kwadratowy wskaźnik jakości nie jest znana autorowi. Z tego powodu w rozprawie położono szczególny nacisk na synteze regulatora dyskretnego oraz jego bezpośredniego wdrożenia (regulacja cyfrowa), gdzie zwrócono uwagę na stałoprzecinkowe kodowanie liczb. Podejście takie nie wymaga zastosowania w algorytmie sterowania żadnych dodatkowych metod rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych (metod całkowania numerycznego). Oznacza to możliwość wykorzystania zaprezentowanej metody, w powszechniejszych i tańszych niż system dSpace, układach wbudowanych (osadzonych).

W literaturze nie jest znane jednoczesne wykorzystanie problemu LQ w optymalizacji dyskretnego regulatora i obserwatora dla układu 2. masowego, które prowadzi do wykorzystania jednej numerycznej metody (rozwiązanie algebraicznego równania Riccatiego).

Zwykle autorzy projektują ciągłe układy sterowania napędami w środowisku MATLAB-SIMULINK, a następnie wdrażają je bezpośrednio z wykorzystaniem kart dSpace. W takiej sytuacji konieczne jest wykorzystanie wbudowanych metod całkowania numerycznego, stąd nazwa szybkie prototypowanie. Natomiast w niniejszej rozprawie wdrażanie algorytmów odbywało się bezpośrednio z wykorzystaniem równań rekurencyjnych, czyli było to podejście bardziej praktyczne.

W rozprawie zaprezentowana została rozbudowana analiza asymptotycznej stabilności układu obiekt + obserwator + regulator z wykorzystaniem kryterium Nyquista (odpornościowe wskaźniki jakości). Tak szczegółowe podejście potwierdzone badaniami laboratoryjnymi jest raczej niespotykane w literaturze.

Celem rozprawy jest udowodnienie następującej tezy:

W układach sterowania cyfrowego napędem z połączeniem sprzężystym istnieje możliwość efektywnego zastosowania problemu LQ w syntezy dyskretnego regulatora i obserwatora prowadząca do uzyskania optymalnych przebiegów w stanach dynamicznych i wymaganej dokładności stabilizacji prędkości kątowej agregatu technologicznego.

Jako przebiegi optymalne rozumie się tłumienie oscylacji w układzie regulacji oraz ograniczenie do wartości dopuszczalnych przebiegu prądu (momentu elektromagnetycznego). Ponadto układ regulacji z obserwatorem niemierzalnych wielkości powinien posiadać odpowiednie wskaźniki odpornościowe (kryterium Nyquista).

Metodyka badań

W pierwszym etapie pracy (rozdział 1) dokonano porównania modeli matematycznych napędu prądu stałego w układzie 1. masowym z układem 2. masowym (z połączeniem sprzężystym). Pokazano problemy oraz wymagania stawiane układom 2. masowym z jednoczesnym zaprezentowaniem symulacyjnych przebiegów przejściowych charakteryzujących powyższe systemy. Ponadto przedstawiono różne struktury regulacji i obserwacji, które zostały wykorzystane w badaniach symulacyjnych i laboratoryjnych w niniejszej pracy.

W kolejnym etapie pracy (rozdział 2) zawarto zagadnienia teoretyczne dotyczące problemu LQ zarówno dla systemów ciągłych jak i dyskretnych (przeprowadzono dyskretyzację ciągłego problemu LQ). Zaprezentowano strukturę regulacji opartą na problemie LQ i wykorzystującą sprzężenie zwrotne od zmiennych stanu z regulatorem całkującym I (proporcjonalno-całkowa regulacja LQ).

W dalszej części pracy (rozdział 3) przedstawiono tematykę odtwarzania zmiennych stanu i zakłóceń przez układy zwane obserwatorami. Dokonano podziału obserwatorów pod względem budowy na pełnego i zredukowanego rzędu. Omówiono zasadę dualizmu oraz skonstruowano na jej podstawie obserwatory dla systemu ciągłego i dyskretnego.

W rozdziale 4 dokonano przeglądu struktur regulacji dla układu 1. i 2. masowego. W pierwszym przypadku przedstawiono kaskadową strukturę regulacji złożoną z podrzędnego regulatora prądu twornika zoptymalizowanego wg kryterium kształtu oraz nadrzędnego regulatora prędkości kątowej (P lub PI). Dla układu z połączeniem sprzężystym obwód regulacji prądu (momentu) pozostał bez zmian natomiast w roli regulatora nadrzędnego zastosowano proporcjonalno-całkową regulację LQ.

W tej części pracy przedstawiono metodę regulacji o zmiennej strukturze dla układu 2. masowego. Zastosowano w niej konstrukcję przełączalnych regulatorów w układzie regulacji kaskadowej oddzielną dla rozruchu i stabilizacji prędkości. Pierwsza bazująca na proporcjonalnym regulatorze prędkości P i dodatkowym sprzężeniu zwrotnym od prędkości silnika i obciążenia załączana tylko do rozruchu oraz druga załączana do stabilizacji prędkości i oparta na proporcjonalno-całkowej regulacji LQ.

W rozdziale 5 dokonano optymalizacji regulatora prędkości kątowej wg problemu LQ przy ciągłym wskaźniku jakości. Sprawdzone warunki sterowalności i obserwowalności odpowiednich macierzy systemu. Przeprowadzono pierwsze badania symulacyjne wykorzystujące proporcjonalno-całkowy regulator LQ dla układu 2. masowego.

W rozdziale 6 przedstawiono budowę obserwatora Luenbergera pełnego rzędu dla układu 2. masowego wg pracy [54]. Przeprowadzono symulacje komputerowe w otwartym układzie regulacji, potwierdzając skuteczność obserwatora do odtwarzania zmiennych stanu i zakłóceń. Kontynuowano symulacje w zamkniętym układzie regulacji z proporcjonalno-całkowym regulatorem LQ.

Kolejna część pracy (rozdział 7) dotyczy symulacji komputerowych wykonanych po uwzględnieniu w istniejącej strukturze (obserwator oraz regulator prędkości) regulatora prądu w obwodzie twornika (wg rozdziału 4). Symulacje wykonane w tym rozdziale dotyczą pełnej struktury regulacji układem 2. masowym dla systemu ciągłego.

W rozdziale 8 dokonano porównania przebiegów symulacyjnych w układzie z proporcjonalnym regulatorem prędkości P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i obciążenia oraz układu z proporcjonalno-całkową regulacją LQ. Pokazano wpływ współczynników macierzy Q na kształt przebiegów przejściowych. Dowiedziono skuteczności zastosowania 2 osobnych struktur regulacji dla układu 2. masowego (metoda regulacji o zmiennej strukturze) w celu polepszenia wskaźników jakości w stanach statycznych i dynamicznych.

Ostatnim stadium symulacji komputerowych było przedstawienie cyfrowego układu regulacji i obserwacji (rozdział 9). W rozdziale zaprezentowano przykładowy tor przetwarzania sygnałów, optymalizację regulatora prędkości LQ oraz przebiegi symulacyjne z obserwatorem wg pracy [54].

Rozdział 10 przedstawia badania eksperymentalne cyfrowych obserwatorów LQ w otwartym układzie regulacji. W tej części badań zaprezentowano stanowisko laboratoryjne oraz porównano jakość odtwarzania trzech struktur obserwatorów LQ (pełnego, zredukowanego rzędu oraz na podstawie zredukowanego modelu matematycznego) zoptymalizowanych wg dyskretnego problemu dualnego. Badania laboratoryjne dla ostatniego obserwatora miały wyłącznie charakter porównawczy. Obserwator błędnie odtwarzał moment skręcający M_s .

W rozdziale 11 badania laboratoryjne dotyczyły układów cyfrowej regulacji (regulator proporcjonalno-całkowy LQ) z obserwatorami LQ pełnego i zredukowanego rzędu. W pomiarach pokazano wpływ czasu próbkowania T_s na uchyb statyczny prędkości maszyny roboczej Dw_2 w stanie ustalonym dla dwóch prędkości referencyjnych a także wpływ zastosowanego kodowania stałoprzecinkowego. W końcowej części pracy przeprowadzono porównanie obu struktur.

W ostatnim etapie pracy (rozdział 12) dokonano analizy odporności układu regulacji wykorzystując kryterium Nyquista. W pierwszej części pokazano charakterystyki amplitudowo-fazowe dla 3 struktur: obiekt z regulatorem LQ, regulatorem proporcjonalno-całkowym LQ, regulatorem proporcjonalno-całkowym LQ i obserwatorem LQ pełnego rzędu. Dla każdej struktury przedstawiono odpornościowe wskaźniki jakości regulacji a także charakterystyki Bodego. W drugiej części zaprezentowano wpływ zmian wag we wskaźniku jakości na odporność układu regulacji dla struktury z regulatorem proporcjonalno-całkowym LQ (LQ + I) i obserwatorem pełnego rzędu. Ponadto zamieszczono rzeczywiste przebiegi prędkości oraz momentów badanej struktury łącznie z przypadkiem, kiedy układ był niestabilny.

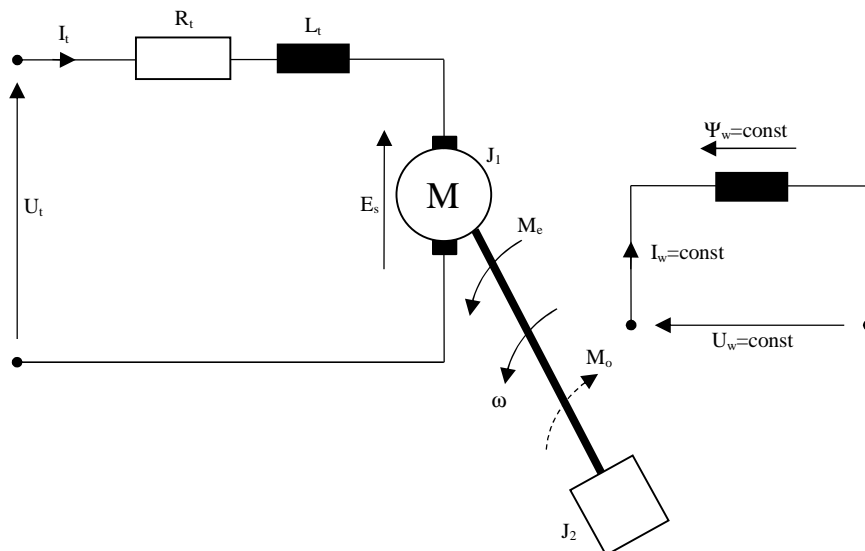
Rozdział 1

Model matematyczny napędu prądu stałego z połączeniem sprężystym

W rozdziale zamieszczono model matematyczny dla układu 1. i 2. masowego. Pokazano przebiegi przejściowe charakteryzujące układy 2. masowe oraz skrótowo omówiono różne struktury regulacji i obserwacji, które zostały wykorzystane w pracy.

1.1. Model matematyczny układu 1. masowego

W większości przypadków do modelowania układów napędowych przyjmuje się pewne uproszczenia polegające na założeniu absolutnej sztywności połączeń pomiędzy silnikiem a maszyną roboczą (agregatem technologicznym, rys. 1.1).



Rys. 1.1. Schemat układu silnika obcowzbudnego prądu stałego obciążonego maszyną roboczą za pośrednictwem sprężystego wału

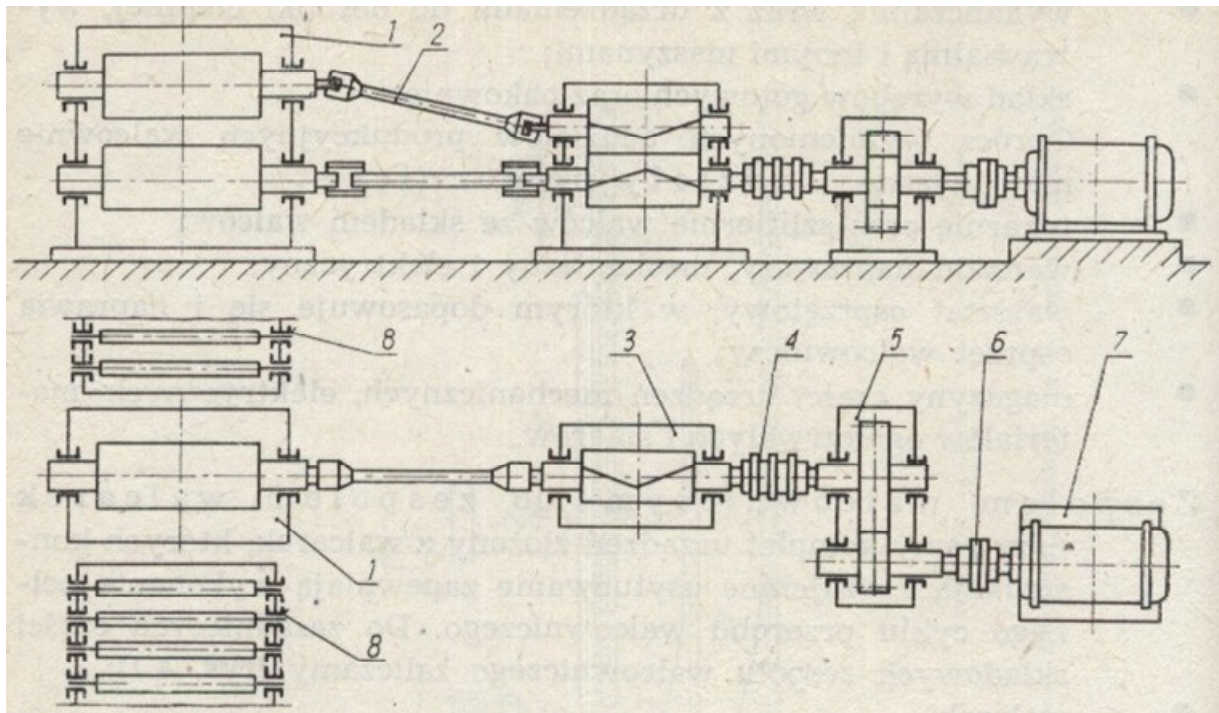
Wówczas mechaniczną część układu napędowego można traktować jako jedną masę zastępczą (wypadkowy moment bezwładności) $J=J_1+J_2$, a cały system napędowy zapisać w postaci następujących równań różniczkowych

$$\left\{ \begin{array}{l} U_t(t) = I_t(t)R_t + L_t \frac{dI_t(t)}{dt} + y_e \omega(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_e(t) - M_o(t) \end{array} \right. \quad (1.1)$$

Otrzymany model matematyczny układu 1. masowego może być dla pewnych zastosowań przemysłowych niewystarczająco dokładny, jak również może pomijać pewne zjawiska fizyczne wynikające z faktu uproszczeń (np. oscylacje momentów oraz prędkości w stanach przejściowych spowodowane istnieniem połączenia elastycznego).

1.2. Model matematyczny układu 2. masowego

W układach rzeczywistych wał łączący silnik elektryczny z agregatem technologicznym jest najczęściej elastyczny. Dla układów, w których współczynnik sprężystości całego połączenia mechanicznego silnik-agregat jest niedostatecznie duży, nie są obecne zarówno procesy sprężystego skręcania jak i deformacji wału. Przykładem układu napędowego ze sprzęgłem elastycznym może być klatka walcownicza połączona z silnikiem za pośrednictwem długiego wału. Połączeniem elastycznym może być nie jeden, lecz wiele elementów mechanicznych pośrednich połączonych ze sobą (np. przekładnie, łączniki itp.) i zarazem łączących układ silnik-agregat.



1 – klatka walców roboczych, 2 – łączniki, 3 – klatka walców zębatych, 4, 6 – sprzęgła, 5 – przekładnia zębata, 7 – silnik, 8 – urządzenia pomocnicze [114]

Rys. 1.2. Schemat walcarki połączonej z silnikiem za pośrednictwem sprężystego wału

Układ 2. masowy z połączeniem sprężystym można opisać za pomocą równań matematycznych, których stopień skomplikowania zdradza nam dokładność opisu. Jeżeli połączenie sprężyste będziemy traktować jako element mechaniczny o parametrach rozłożonych ze względu na sprężystość oraz bezwładność występującą wzdłuż osi elementu to do stworzenia modelu posłuży nam układ równań różniczkowych cząstkowych. Cechuje go duża dokładność (nieskończona liczba stopni swobody), lecz praktyczne zastosowanie wymaga konieczności pewnych uproszczeń (nie uwzględnianie zjawisk przestrzennych) [29],[100],[116].

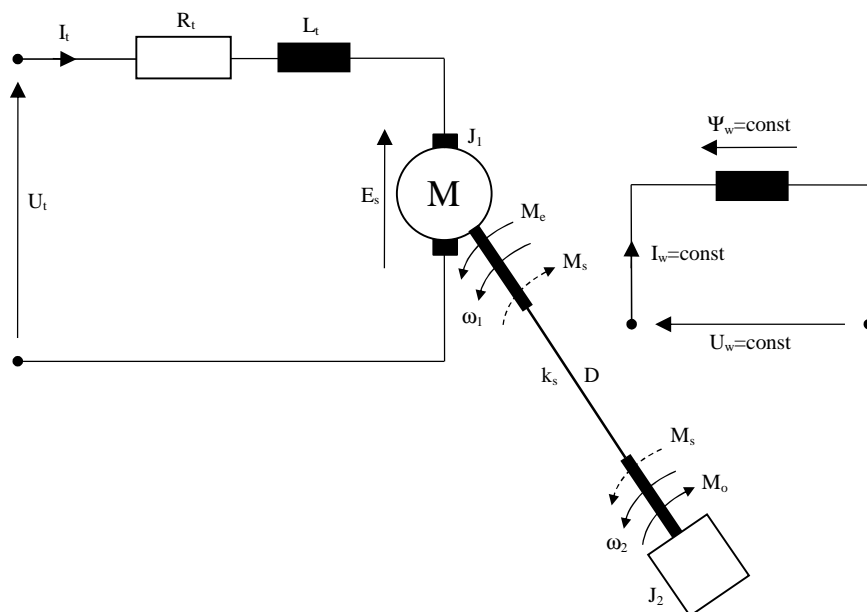
Istnieją też inne mniej dokładne modele układu z połączeniem sprężystym. Jednym z nich jest Model Rayleigha, który uwzględnia ciągły rozkład masy, lecz przy założeniu liniowego rozkładu naprężeń wzdłuż elementu sprężystego. Zakres stosowania tego modelu jest też ograniczony. Wykorzystuje się go w układach 2. masowych, w których moment bezwładności połączenia sprężystego jest porównywalny z momentem bezwładności mas skupionych [29],[91],[116].

Najmniej skomplikowanym, a zarazem najczęściej stosowanym w praktyce jest model z bezinercyjnym elementem sprężystym. Model ten został wykorzystany w niniejszej pracy.

Ma on zastosowanie w układach, w których moment bezwładności elementu sprężystego jest mały w porównaniu do momentu bezwładności mas skupionych. Moment ten dodaje się po połowie do momentów bezwładności silnika i agregatu, przyjmując tym samym w obliczeniach brak momentu bezwładności połączenia sprężystego. Jego cechą jest łatwość (w porównaniu z poprzednimi modelami) zastosowania w syntezie układów regulacji. Znalazł, dla tego użycie w wielu pracach badawczych [14],[29],[54],[85],[87],[91],[99],[100],[105],[106],[116]. Posiada następujące założenia upraszczające [14]:

- masy bezwładne w postaci skupionej, doskonale sztywne, są zawarte w silniku i agregacie technologicznym;
- połączenia sprężyste nie posiadają masy, zaś odkształcenia są zgodne z prawem Hooke'a i nie przekraczają granicy sprężystości;
- straty energii w elemencie sprężystym i momenty tarcia są pomijalnie małe w porównaniu z momentem napędowym i momentem obciążenia;
- momenty (elektromagnetyczny i obciążenia) są przyłożone do mas bezwładnych;
- luz przekładniowy jest pomijalnie mały;
- strumień wzbudzenia y_e jest stały;
- pomija się wpływ prądów wirowych, histerezę oraz reaktancję twornika;
- wartości indukcyjności uzwojeń biegunów dodatkowych oraz uzwojenia kompensacyjnego przyjmuje się jako stałe.

Dla napędu prądu stałego połączonego z maszyną roboczą za pośrednictwem sprężystego wału wg rys. 1.3, przyjmuje się model matematyczny w postaci następującego układu równań różniczkowych [20],[54],[105]



Rys. 1.3. Schemat układu silnika obcowzbudnego prądu stałego obciążonego maszyną roboczą za pośrednictwem sprężystego wału

$$\left\{ \begin{array}{l} U_t(t) = I_t(t)R_t + L_t \frac{dI_t(t)}{dt} + y_e \omega_1(t) \\ J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} = (M_e(t) - M_s(t)) - D(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \\ J_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} = (M_s(t) - M_o(t)) + D(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \\ \frac{dM_s(t)}{dt} = k_s(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \\ \Delta j(t) = j_1(t) - j_2(t) = \int_0^t (\omega_1(t) - \omega_2(t)) dt \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Przekształcając układ równań różniczkowych (1.2) otrzymuje się

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dw_1(t)}{dt} = -\frac{D}{J_1} w_1(t) + \frac{D}{J_1} w_2(t) + \frac{y_e}{J_1} I_t(t) - \frac{1}{J_1} M_s(t) \\ \frac{dw_2(t)}{dt} = \frac{D}{J_2} w_1(t) - \frac{D}{J_2} w_2(t) + \frac{1}{J_2} M_s(t) - \frac{1}{J_2} M_o(t) \\ \frac{dI_t(t)}{dt} = -\frac{y_e}{L} w_1(t) - \frac{1}{T} I_t(t) + \frac{1}{L} U_t(t) \\ \frac{dM_s(t)}{dt} = k_s w_1(t) - k_s w_2(t) \end{array} \right. \quad (1.3)$$

Model matematyczny układu 2. masowego (1.3) można zapisać w postaci ciągłego równania stanu

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \quad (1.4)$$

gdzie $x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ I_t(t) \\ M_s(t) \end{bmatrix}$ - wektor stanu, $u(t) = \begin{bmatrix} M_o(t) \\ U_t(t) \end{bmatrix}$ - wektor sterowań

natomiast macierze \tilde{A}, \tilde{B} przyjmują postać

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & \frac{y_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & 0 & \frac{1}{J_2} \\ -\frac{y_e}{L} & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ - macierz stanu, } \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ - macierz sterowań} \quad (1.5)$$

Aby uzyskać model układu 2. masowego wyrażony w jednostkach względnych [91] należy przyjąć, że

$$\begin{aligned} n_1(t) &= \frac{w_1(t)}{w_N}, & n_2(t) &= \frac{w_2(t)}{w_N}, & i_t(t) &= \frac{I_t(t)}{I_N}, & u_t(t) &= \frac{U_t(t)}{U_N} \\ m_e(t) &= \frac{M_e(t)}{M_N}, & m_o(t) &= \frac{M_o(t)}{M_N}, & m_s(t) &= \frac{M_s(t)}{M_N}, & y_e &= \frac{y_e}{y_{eN}} \end{aligned} \quad (1.6)$$

gdzie w_N, I_N, M_N, y_{eN} są odpowiednio wartościami znamionowymi prędkości kątowej silnika, prądu twornika, momentu elektromagnetycznego oraz strumienia skojarzonego rotacyjnie z uzwojeniem twornika.

Wówczas równania (1.3) przekształcają się do postaci

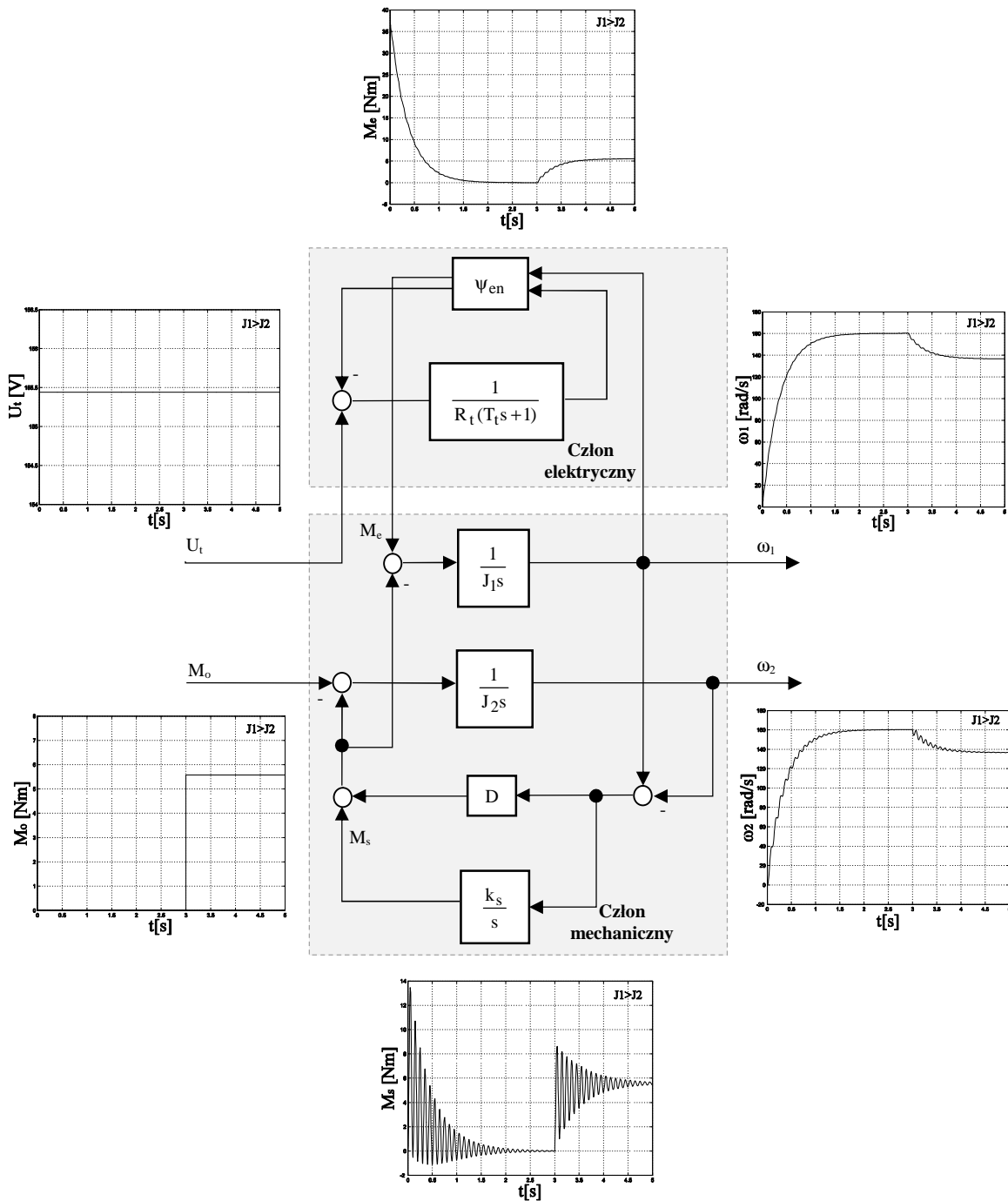
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dn_1(t)}{dt} &= -\frac{d}{T_{1m}}n_1(t) + \frac{d}{T_{1m}}n_2(t) + \frac{y_e}{T_{1m}}i_t(t) - \frac{1}{T_{1m}}m_s(t) \\ \frac{dn_2(t)}{dt} &= \frac{d}{T_{2m}}n_1(t) - \frac{d}{T_{2m}}n_2(t) + \frac{1}{T_{2m}}m_s(t) - \frac{1}{T_{2m}}m_o(t) \\ \frac{di_t(t)}{dt} &= -\frac{hy_e}{T_t}v_1(t) - \frac{1}{T_t}i_t(t) + \frac{h}{T_t}u_t(t) \\ \frac{dm_s(t)}{dt} &= \frac{1}{T_s}v_1(t) - \frac{1}{T_s}v_2(t) \end{aligned} \right. \quad (1.7)$$

Natomiast wektory oraz macierze równania stanu (1.4) przyjmują postać

$$x(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i_t(t) \\ m_s(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} m_o(t) \\ u_t(t) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{d}{T_{1m}} & \frac{d}{T_{1m}} & \frac{y_e}{T_{1m}} & -\frac{1}{T_{1m}} \\ \frac{d}{T_{2m}} & -\frac{d}{T_{2m}} & 0 & \frac{1}{T_{2m}} \\ -\frac{hy_e}{T_t} & 0 & -\frac{1}{T_t} & 0 \\ \frac{1}{T_s} & -\frac{1}{T_s} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_{2m}} & 0 \\ 0 & \frac{h}{T_t} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Schemat blokowy modelu matematycznego układu 2. masowego został przedstawiony na rys. 1.4 (parametry napędu N1 zamieszczono w dodatku).



Rys. 1.4. Schemat blokowy modelu matematycznego układu 2. masowego z połączeniem sprężystym

W stanach awaryjnych (spowodowanych nagłym zatrzymaniem napędu lub maszyny obciążającej) mogą pojawić się pulsacje drgań własnych zarówno silnika ω_{01} jak i maszyny roboczej ω_{02}

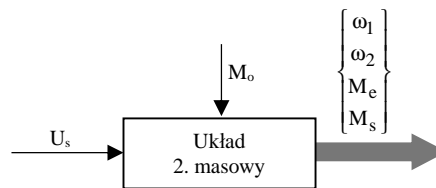
$$w_{01} = \sqrt{\frac{k_s}{J_1}}, \quad w_{02} = \sqrt{\frac{k_s}{J_2}} \quad (1.9)$$

Pulsację drgań własnych w_0 oraz współczynnik tłumienia x drgań układu 2. masowego wyznacza się następująco

$$w_0 = \sqrt{w_{01}^2 + w_{02}^2}, \quad x = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{w_{01}^2 + w_{02}^2}{k_s^2}} \quad (1.10)$$

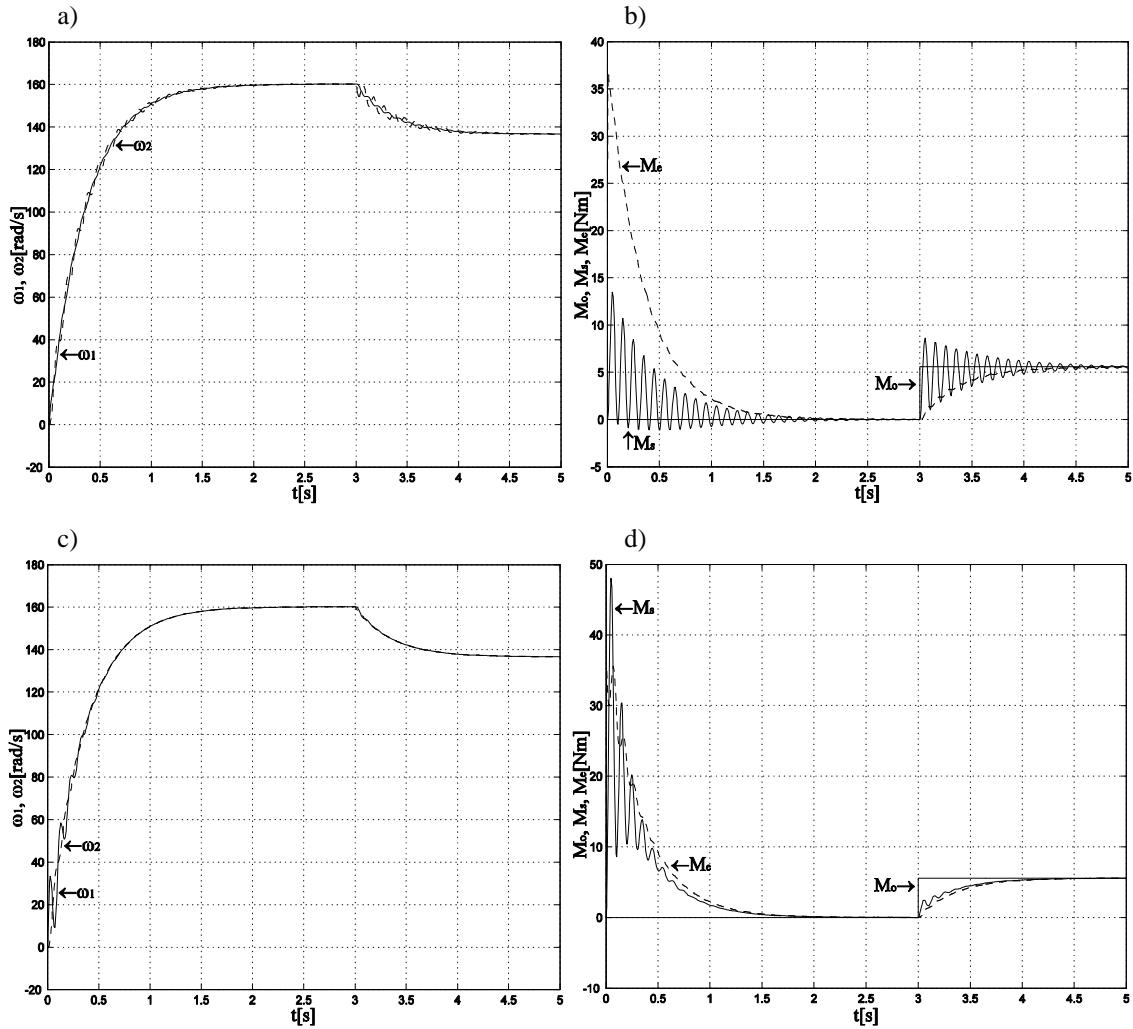
1.3. Analiza przebiegów przejściowych układu 2. masowego

Opisane podstawy teoretyczne, wyprowadzone zależności matematyczne układu 2. masowego (1.3), (1.5) wraz z adekwatnym schematem blokowym (rys. 1.4), stanowią punkt wyjścia do badań komputerowych przeprowadzonych w pakiecie symulacyjnym MATLAB-SIMULINK. Symulowany obiekt został przedstawiony w postaci "czarnej skrzynki", do której są doprowadzone sygnały wejściowe – napięcie sterujące U_s oraz moment obciążenia M_o traktowany jako zakłócenie. Natomiast sygnałami wyjściowymi są wszystkie bądź wybrane zmienne stanu badanego obiektu.



Rys. 1.5. Uproszczony schemat blokowy układu 2. masowego

Parametry układu N1 (silnik, połączenie sprężyste, momenty bezwładności obciążenia) zostały zamieszczone w dodatku. Otwarty układ 2. masowy został poddany rozruchowi do prędkości 160 rad/s, a następnie obciążony zewnętrznym momentem o wartości równej momentowi znamionowemu $M_o = M_N$. Symulacje przeprowadzono dla dwóch przypadków rozłożenia mas tzn. $J_1 > J_2$ oraz $J_1 < J_2$. Analizie zostały poddane wszystkie zmienne stanu badanego obiektu: w_1, w_2, M_e, M_s .



Rys. 1.6. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s i obciążenia M_o (b) dla przypadku $J_1 > J_2$; (c), (d) dla $J_1 < J_2$

Przeprowadzone badania symulacyjne uwidaczniają skalę problemów, a tym samym zadań, jakim muszą podołać nowoczesne systemy napędowe. Z analizy przebiegów symulacyjnych wynika:

1. Zależność momentu bezwładności maszyny roboczej J_2 na wielkość oscylacji prędkości kątowej oraz momentów. Wraz ze wzrostem J_2 :
 - maleje oscylacyjność prędkości obciążenia w_2 zarówno przy rozruchu jak i po obciążeniu momentem M_N ;
 - wzrasta oscylacyjność prędkości silnika w_1 przy rozruchu natomiast maleje po próbie obciążenia momentem M_N ;
 - maleją drgania pochodzące od momentu skręcającego M_s po próbie obciążenia momentem M_N natomiast wzrastają przy rozruchu; dla $J_1 < J_2$ drgania te osiągają największe wartości lecz ich czas trwania uległ skróceniu;
 - wzrasta oscylacyjność momentu elektromagnetycznego M_e przy rozruchu natomiast maleje po próbie obciążenia momentem M_N .
2. Oscylacje prędkości i momentów nasilają się w stanach przejściowych natomiast w stanach ustalonych mają charakter zanikający.
3. Statyzm prędkości występujący po obciążeniu momentem M_N we wszystkich przypadkach rozłożenia mas był ten sam (ok. 14.6%) – zależy jedynie od rezystancji twornika.
4. Maksymalna wartość momentu elektromagnetycznego silnika M_e we wszystkich przypadkach rozłożenia mas była większa od wartości dopuszczalnej (podczas rozruchu).

1.4. Struktury układów regulacji i obserwacji

Wymagania stawiane układom napędowym obecnej generacji skupiają się przede wszystkim na dwóch podstawowych zagadnieniach. Jest to jak najlepsza dynamika napędu, rozumiana jako szybka odpowiedź na sygnał zadający z możliwie dużym ograniczeniem oscylacji oraz przeregulowania, a także stabilizacja wielkości wyjściowej (prędkości kątowej). To drugie zagadnienie jest związane z występowaniem zakłóceń, np. pojawieniem się lub zmianą momentu obciążenia. Te same wymagania dotyczą układów 2. masowych, które z uwagi na sprężyste połączenie silnik-odbiornik mają utrudnione warunki pracy (rozdz. 1). Z tego względu w literaturze można spotkać różne metody sterowania tymi układami.

W niniejszej pracy zaprezentowano różne struktury systemów regulacji oraz obserwacji w napędzie z połączeniem sprężystym. Podstawowa struktura regulacji bazuje na podrzędnym regulatorze prądu twornika (wg kryterium kształtu) oraz nadrzędnym regulatorze prędkości (wg optymalizacji liniowo-kwadratowej LQ) ze stabilizującym sprzężeniem zwrotnym z regulatorem stanu. Ponadto dla systemów o dużych wymaganiach dotyczących: rozruchu jak i stabilizacji zaprezentowano układ wielopętlowy składający się z przełączalnych regulatorów od zmiennych stanu. W układzie tym wykorzystano regulację kaskadową z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i obciążenia oraz proporcjonalno-całkową regulację LQ (Metoda regulacji o zmiennej strukturze).

Zastosowane układy obserwacji oparte zostały na obserwatorze Luenbergera. W niniejszej pracy wykorzystano dwie konstrukcje. Pierwsza wynikająca bezpośrednio z równań matematycznych modelu matematycznego badanego obiektu z doбором elementów macierzy G_s i G_z wg pracy [54]. Druga konstrukcja oparta została wg zasady dualizmu i problemu LQ.

Zaprezentowane układy regulacji i obserwacji posłużyły do przeprowadzenia badań komputerowych zarówno dla systemu ciągłego jak i cyfrowego.

Rozdział 2

Problem liniowo-kwadratowy (LQ)

W rozdziale podano najważniejsze właściwości układów dynamicznych oraz optymalizację parametryczną regulatora stanu.

2.1. Sterowalność i stabilizowalność

System dynamiczny opisany jest dyskretnym równaniem stanu [7],[12],[23],[26],[35],[45],[50],[86],[111]

$$\left\{ \begin{array}{l} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ x(0) = x_0 \\ x(k) \in R^n, u(k) \in R^m, y(k) \in R^r \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Rozwiązaniem (2.1) dla n -tego kroku próbkowania jest

$$x(n) = A^n x(0) + A^{n-1} Bu(0) + \mathbf{K} + Bu(n-1) = A^n x_0 + W_c U \quad (2.2)$$

gdzie

$$W_c = [B \ AB \ A^2 B \ \mathbf{K} \ A^{n-1} B] \quad \text{- macierz sterowalności} \quad (2.3)$$

natomiast

$$U = [u^T(n-1) \ u^T(n-2) \ \mathbf{K} \ u^T(0)]^T \quad (2.4)$$

jest sekwencją sterowań.

System (2.1) jest sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy rząd macierzy W_c jest równy n

$$\text{rank}(W_c) = n \quad (2.5)$$

przy czym n – jest liczbą składowych wektora stanu.

Można zatem powiedzieć, że system (2.1) jest sterowalny, jeśli można znaleźć sekwencję sterującą, która w skończonym czasie przeprowadzi system z dowolnego stanu początkowego do pożądanego stanu końcowego, ale różnego od 0 [7].

Dla systemu sterowalnego następujące zależności są równoważne [12]:

1. Para (A, B) jest sterowalna.
2. $\text{rank}(W_c) = n$.
3. $\forall I \in \mathcal{S}(A), \text{rank}[(II - A) \ B] = n$; $\mathcal{S}(A)$ – zbiór wartości własnych macierzy A .
4. Jeśli macierz A jest asymptotycznie stabilna to para (A, B) jest sterowalna \Leftrightarrow gdy $W^T = W > 0$ jest rozwiązaniem dyskretnego równania Lapunowa

$$W = AWA^T + BB^T \quad (2.6)$$

System dyskretny (2.1) jest stabilizowalny [45], jeśli jego niestabilna podprzestrzeń zawiera się w podprzestrzeni sterowalnej.

Dla systemu stabilizowalnego następujące zależności są równoważne [12]:

1. Para (A, B) jest stabilizowalna.
2. $\forall I \in \mathcal{S}(A) \cap \{I \in \mathbb{C} : |I| > 0\}, \text{rank}[(II - A) \ B] = n$.
3. Jeśli $\exists F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ takie, że $\mathcal{S}(A + BF) \subset \{I \in \mathbb{C} : |I| > 0\}$.

2.2. Podstawy teoretyczne problemu LQ

Problem liniowo-kwadratowy – LQ (Linear Quadratic) – jest jedną z klasycznych metod sterowania optymalnego [2],[12],[23],[75]. Zakłada się, że model matematyczny obiektu regulacji oraz regulator są liniowe, samą zaś optymalizację regulatora przeprowadza się w oparciu o kwadratowy wskaźnik jakości.

Początki problemu LQ wywodzą się z pracy Wienera dotyczącej filtracji średniokwadratowej zastosowanej do sterowania ogniem broni podczas Drugiej Wojny Światowej [76].

W latach 50. po raz pierwszy termin ten został użyty przez Kalmana i Koepcke'a, którzy rozwiązali problem syntezy sprzężenia zwrotnego od stanu dla układu próbkowanego. Kalman w 1960 roku rozszerzył problem LQ układu próbkowanego dla systemów ciągłych.

W latach 1960-1980 wprowadzono pojęcia optymalnej estymacji, gaussowskiego problemu liniowo-kwadratowego (LQG), a także przedstawiono metody rozwiązania problemu LQ.

Obecnie problem liniowo-kwadratowy sprowadza się do rozwiązania ciągłego lub dyskretnego algebraicznego równania Riccatiego.

2.3. Problem LQ z nieskończonym horyzontem sterowania dla systemów ciągłych

Dla liniowego stacjonarnego systemu ciągłego opisanego równaniem

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (2.7)$$

gdzie $x \in R^n, u \in R^m$.

należy wyznaczyć regulator stanu K_c realizujący zadanie sterowania

$$u(t) = -K_c x(t) \quad (2.8)$$

Sterowanie u minimalizuje ciągły wskaźnik jakości

$$J_c = \int_0^{\infty} (x^T(t)\tilde{Q}x(t) + u^T(t)\tilde{R}u(t))dt \quad (2.9)$$

gdzie $\tilde{Q} \in R^{n \times n}, \tilde{R} \in R^{m \times m}$ są macierzami wag wskaźnika jakości.

Rozwiązaniem tak postawionego problemu jest macierz

$$P_c = P_c^T \geq 0 \quad (2.10)$$

będąca rozwiązaniem Algebraicznego Równania Riccatiego (ARE) [2],[12],[23],[35],[50],[86]

$$\tilde{A}^T P_c + P_c \tilde{A} - P_c \tilde{B} \tilde{R}^{-1} \tilde{B}^T P_c + \tilde{Q}_c = 0 \quad (2.11)$$

Wówczas regulator stanu wyznacza się jako

$$K_c = \tilde{R}^{-1} \tilde{B}^T P_c \quad (2.12)$$

Jednoznaczne rozwiązanie ARE istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy para (\tilde{A}, \tilde{B}) jest stabilizowalna, para (\tilde{Q}, \tilde{A}) jest wykrywalna, $\tilde{Q} = \tilde{Q}^T \geq 0$, $\tilde{R} = \tilde{R}^T > 0$.

2.4. Dyskretyzacja ciągłego problemu LQ

Dla liniowego stacjonarnego systemu ciągłego opisanego równaniem

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (2.13)$$

gdzie $x \in R^n, u \in R^m$ należy znaleźć dyskretne prawo sterowania (K jest macierzą wzmocnień regulatora dyskretnego)

$$u(k) = -Kx(k) \quad (2.14)$$

minimalizujące wskaźnik jakości

$$J_c = \int_0^{\infty} (x^T(t)\tilde{Q}x(t) + u^T(t)\tilde{R}u(t))dt \quad (2.15)$$

Rozwiązanie ww. problemu wymaga przyjęcia czasu próbkowania T_s oraz założenia, że sterowanie jest stałe przez każdy okres próbkowania $u(t) = u(kT_s)$ dla $kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$. Wtedy stan systemu (2.13) jest dostępny w każdym kroku próbkowania kT_s . Pierwszym etapem rozwiązania problemu jest dyskretyzacja równania stanu (2.13) [7],[16],[23],[24],[50],[56],[111] i zapisanie go w postaci

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ x(0) = x_0 \\ x(k) \in R^n, u(k) \in R^m \end{cases} \quad (2.16)$$

gdzie

$$A = e^{\tilde{A}T_s}, \quad B = \int_0^{T_s} e^{\tilde{A}t} dt \tilde{B} \quad (2.17)$$

Drugim etapem jest dyskretyzacja drugiego wyrażenia we wskaźniku jakości (2.15) na przedziale okresu próbkowania [24],[26],[47]

$$\int_0^{T_s} (x^T(t)\tilde{Q}x(t) + u^T(t)\tilde{R}u(t))dt \quad (2.18)$$

$$\rightarrow x^T(k)Qx(k) + 2x^T(k)Mu(k) + u^T(k)Ru(k) \quad (2.19)$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 Q &= \int_0^{T_s} e^{\tilde{A}^T \tau} \tilde{Q} e^{\tilde{A} \tau} d\tau \\
 M &= \int_0^{T_s} H^T(\tau) \tilde{Q} e^{\tilde{A} \tau} d\tau \\
 R &= \int_0^{T_s} (\tilde{R} + H^T(\tau) \tilde{Q} H(\tau)) d\tau \\
 H(\tau) &= \int_0^{\tau} e^{\tilde{A}(\tau-\alpha)} \tilde{B} d\alpha
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Wtedy wskaźnik jakości (2.15) można zapisać w postaci dyskretnej

$$J_1 = \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k) Q x(k) + 2x^T(k) M u(k) + u^T(k) R u(k)] \tag{2.21}$$

Wskaźnik J_1 nazywany jest wskaźnikiem jakości z dodanym wyrazem sprzężonym ($2x^T(k) M u(k)$, $M \in R^{m \times n}$). Następnie przekształca się wskaźnik (2.21) do postaci standardowej

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k) \hat{Q} x(k) + v^T(k) R v(k)] \tag{2.22}$$

Wprowadza się następujące podstawienia [47],[56]

$$\begin{aligned}
 \hat{Q} &= Q - M R^{-1} M^T \\
 \hat{A} &= A - B R^{-1} M^T
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

oraz nowe sterowanie

$$v(k) = R^{-1} M^T x(k) + u(k) \tag{2.24}$$

Rozwiązaniem dyskretnego algebraicznego równania Riccatiego (ARE)

$$P = \hat{Q} + \hat{A}^T P \hat{A} - \hat{A}^T P B [R + B^T P B]^{-1} B^T P \hat{A} \tag{2.25}$$

jest macierz $P = P^T \geq 0$, natomiast macierz K zawartą w prawie sterowania (2.14) można wyrazić następująco

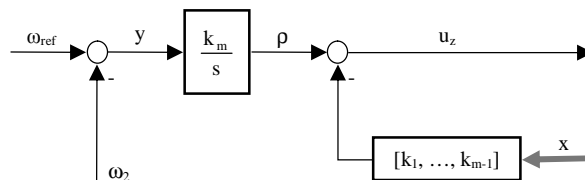
$$K = [R + B^T P B]^{-1} [B^T P A + M^T] \quad (2.26)$$

Jednoznaczne rozwiązanie problemu LQ z nieskończonym horyzontem sterowania dla wskaźnika jakości zawierającego wyraz sprzężony (2.21) [23] istnieje wtedy i tylko wtedy jeżeli para (A, B) jest stabilizowalna, para (C^T, A) jest wykrywalna oraz $R^T = R > 0, \hat{Q}^T = \hat{Q} \geq 0$.

2.5. Proporcjonalno-całkowy problem LQ

Regulacja LQ charakteryzuje się bardzo wysokimi właściwościami odpornościowymi [2] dla przypadku diagonalnej macierzy R wskaźnika jakości. Wówczas można tolerować zmiany niezależnych skalnych wzmocnień w zakresie $(\frac{1}{2}, \infty)$, a zmian fazy mniejszych niż 60° dla każdego skalarne wejścia.

Z tych względów regulacja LQ jest dobrym rozwiązaniem dla układów, w których głównym zadaniem jest stabilizacja stanu systemu w środku układu współrzędnych $x(t) = [0 \ 0 \ \mathbf{K} \ 0]^T$. Niestety dodanie węzła sumacyjnego i wartości zadanej powoduje, że uwidacznia się właściwość proporcjonalnego sprzężenia zwrotnego – statyzm. Jeśli układ sterowania ma stabilizować system w różnych punktach pracy konieczne jest zastosowanie regulatora całkującego. W ten sposób powstaje proporcjonalno-całkowa regulacja LQ (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Struktura proporcjonalno-całkowej regulacji LQ

Integrator jest połączony z głównym wyjściem układu (w przypadku napędów elektrycznych jest to prędkość lub położenie). W celu zastosowania standardowych algorytmów rozwiązywania problemu LQ transmitancje integratora

$$G_I(s) = \frac{r(s)}{y(s)} = \frac{1}{s} \quad (2.27)$$

zapisuje się w postaci równania różniczkowego

$$\dot{r}(t) = y(t) \quad (2.28)$$

gdzie y jest główną zmienną stanu – wyjście układu.

Następnie zakładając, że $w_{ref}=0$, $M_0=0$ [2],[75], uzupełnia się równanie (2.7) o integrator uzyskując równanie stanu systemu rozszerzonego

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{r}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ \tilde{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \bar{C} \begin{bmatrix} x(t) \\ r(t) \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} x(t) \\ r(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.29)$$

gdzie

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ \tilde{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dla systemu rozszerzonego (2.29) rozwiązuje się problem LQ uzyskując macierz wzmocnień regulatora

$$K_c = [k_I \quad \mathbf{K} \quad k_{m-1} \quad k_m] \quad (2.30)$$

gdzie k_m jest wzmocnieniem integratora.

Rozdział 3

Zasada odtwarzania zmiennych stanu

W rozdziale zaprezentowano problem syntezy obserwatorów zmiennych stanu pełnego jak i zredukowanego rzędu na tle właściwości systemu dynamicznego.

3.1. Obserwowalność i wykrywalność

Sygnal wyjściowy y systemu (2.1) w kolejnych krokach próbkowania (przy $u(k)=0$) zapisujemy w postaci

$$\begin{aligned} y(0) &= Cx(0) \\ y(1) &= Cx(1) = CAx(0) \\ &\quad \mathbf{M} \\ y(n-1) &= CA^{n-1}x(0) \end{aligned} \quad (3.1)$$

gdzie

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \mathbf{M} \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} - \text{macierz obserwowalności} \quad (3.2)$$

System (2.1) jest obserwowalny wtedy i tylko wtedy, gdy rząd macierzy W_o jest równy n

$$\text{rank}(W_o) = n \quad (3.3)$$

Możemy zatem powiedzieć, że system dynamiczny (2.1) jest obserwowalny [7], jeśli istnieje skończona liczba kroków k taka, że znajomość wejść $u(0), u(1), \dots, u(k-1)$ i wyjść $y(0), y(1), \dots, y(k-1)$ układu wystarcza do wyznaczenia stanu początkowego x_0 układu.

Dla systemu obserwowalnego następujące zależności są równoważne [12]:

1. Para (C, A) jest obserwowalna.
2. $\text{rank}(W_o) = n$.
3. $\forall I \in \mathcal{S}(A), \text{rank} \begin{bmatrix} II - A & C \end{bmatrix}^T = n$.
4. Jeśli macierz A jest asymptotycznie stabilna to para (C, A) jest obserwowalna \Leftrightarrow gdy $W^T = W > 0$ jest rozwiązaniem dyskretnego równania Lapunowa

$$W = AWA^T + C^T C \quad (3.4)$$

System dynamiczny (2.1) jest wykrywalny [45] jeśli jego niestabilna podprzestrzeń zawiera się w podprzestrzeni obserwowalnej.

Dla systemu wykrywalnego następujące zależności są równoważne [12]:

1. Para (C, A) jest wykrywalna.
2. $\forall I \in \mathcal{S}(A) \cap \{I \in \mathbb{C} : |I| > 0\}, \text{rank}[(II - A) \ C]^T = n.$
3. Jeśli $\exists L \in \mathbb{R}^{n \times r}$ takie, że $\mathcal{S}(A + LC) \subset \{I \in \mathbb{C} : |I| < 1\}$

3.2. Podstawy teoretyczne obserwatorów zmiennych stanu i zakłóceń

Potrzeba odtwarzania pewnych wielkości fizycznych (wejściowych jak również wyjściowych) w układach napędowych jest uwarunkowana zazwyczaj dwoma czynnikami. Po pierwsze będą to czynniki natury technicznej albowiem pomiar niektórych zmiennych stanu może być utrudniony np. ze względu na ograniczoną dostępność sygnałów pomiarowych. Problem dotyczy także sposobu pomiaru tych wielkości – pomiar bezpośredni lub pośredni. Część zmiennych stanu może być mierzona w sposób bezpośredni, lecz w przypadku sygnałów zakłócających pomiar bezpośredni może być niemożliwy. Po wtóre o estymacji pewnych wielkości w układzie napędowym decydują czynniki ekonomiczne. W przypadku układów wysokiego rzędu zastosowanie układów pomiarowych od wszystkich zmiennych stanu wymagałoby znacznego wzrostu kosztów wykonania napędu. Nawet przy ograniczeniu się do pomiaru tych najbardziej potrzebnych wielkości należy oprócz kosztu mieć na uwadze warunki pracy czujników, które charakteryzując się dużym stopniem dokładności są często mało odporne na uszkodzenia mechaniczne występujące w zaadoptowanym środowisku pracy. Warunki przemysłowe mogą dyskryminować użycie czujników mogących powodować awaryjność całego układu napędowego.

Dlatego też w układach napędowych stosuje się obserwatory zmiennych stanu i zakłócenia. Są to systemy dynamiczne, które na podstawie sygnału sterującego, mierzonych zmiennych stanu oraz modelu matematycznego obiektu pozwalają odtworzyć niedostępne zmienne stanu. Obserwatory, które umożliwiają odtworzenie wszystkich zmiennych stanu obiektu noszą nazwę tzw. obserwatorów pełnego rzędu w przeciwieństwie do obserwatorów zredukowanych umożliwiających odtworzenie tylko niemierzalnych zmiennych stanu. Ponadto oprócz funkcji odtwarzania, obserwatory użyte w obwodzie regulacji i sterowania mają na celu m.in.: tłumienie drgań mechanicznych pochodzących od sprzężystego połączenia silnik-obciążenie, ograniczenie przeregulowań i naprężeń mechanicznych, minimalizację stanów nieustalonych, a także zmniejszenie uchybu prędkości przy skokowej zmianie momentu obciążenia [102].

Jeżeli założymy, że przy braku zakłóceń zewnętrznych w stanie ustalonym błąd obserwacji rozumiany jako różnica pomiędzy rzeczywistymi i odtworzonymi przez obserwator zmiennymi stanu winna być równa zero to pojawienie się zakłócenia zewnętrznego powoduje niezerowy błąd obserwacji. Możliwe jest, więc odtworzenie wielkości zakłócającej na podstawie pomiaru błędu obserwacji. Tym samym możliwa staje się konstrukcja tzw. obserwatora zakłócenia, który korzystając z sygnałów wyjściowych obiektu i obserwatora stanu umożliwia odtworzenie wielkości zakłócającej [102],[103].

Istnieją różne konstrukcje obserwatorów stanu i zakłócenia (wstęp). W niniejszej pracy zostały zaprezentowane dwie konstrukcje oparte na obserwatorze Luenbergera (rozdział 1.4).

3.3. Ciągły obserwator stanu i zakłócenia

Obiekt stacjonarny opisany jest następującym ciągłym równaniem stanu oraz równaniem wyjścia

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{D}w(t) \\ y(t) = \tilde{C}x(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Zakłada się, że układ zakłócający można wyrazić następującymi równaniami

$$\begin{cases} \mathbf{z}(t) = \tilde{A}_z z(t) \\ w(t) = \tilde{C}_z z(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

Tworzy się obserwator stanu wg równań (3.7) [102]

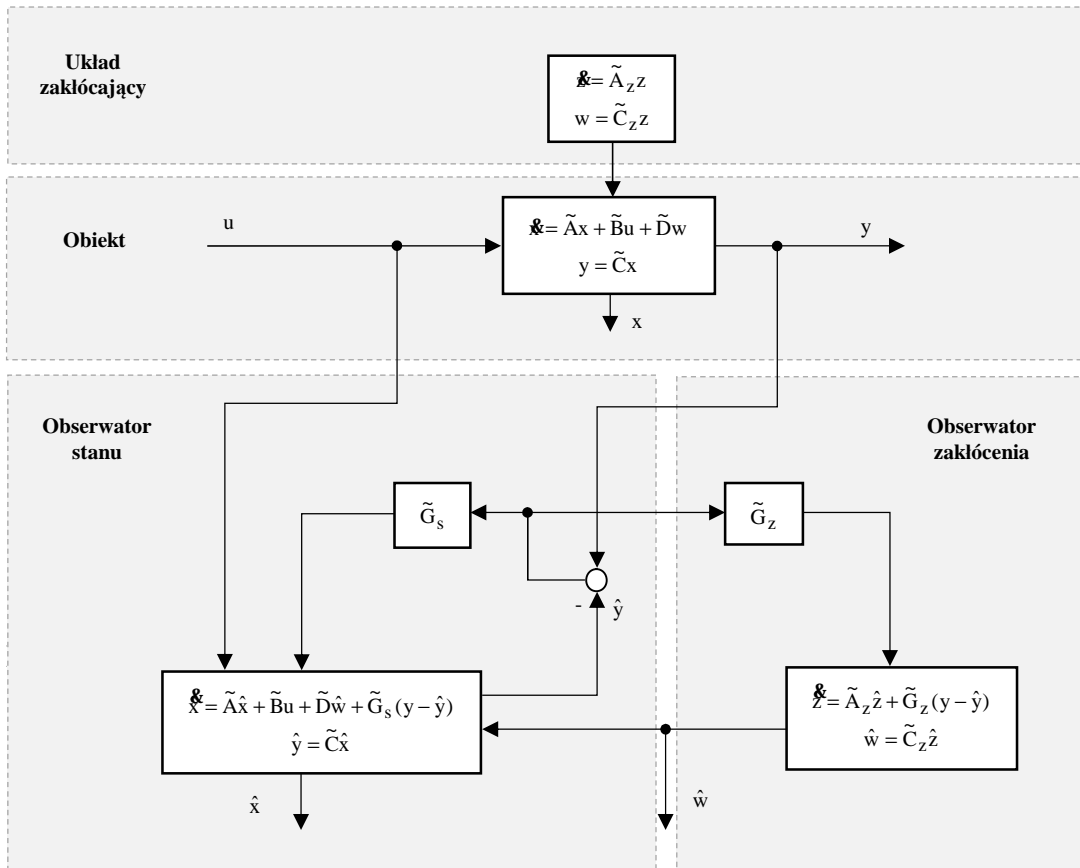
$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(t) = \tilde{A}\hat{x}(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{D}\hat{w}(t) + \tilde{G}_s (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \tilde{C}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

Obserwator zakłócenia projektuje się wykorzystując sygnały wyjściowe obiektu (y) jak i obserwatora stanu (\hat{y})

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{z}}(t) = \tilde{A}_z \hat{z}(t) + \tilde{G}_z (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{w}(t) = \tilde{C}_z \hat{z}(t) \end{cases} \quad (3.8)$$

Skonstruowanie struktury obserwatora zakłócenia wymaga znajomości zarówno macierzy \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} , \tilde{D} , \tilde{A}_z , \tilde{C}_z , – czyli w pełni zidentyfikowanego obiektu – jak również określenia struktury obserwatora stanu. Ten drugi warunek sprowadza się głównie do wyznaczenia macierzy \tilde{G}_s . Znając strukturę obserwatora stanu można wyznaczyć strukturę obserwatora zakłócenia. Jednakże niemożliwe jest poprawne działanie obserwatora stanu bez udziału obserwatora zakłócenia, co wiąże się z określeniem macierzy \tilde{G}_z [102].

Schemat blokowy obserwatora stanu i zakłócenia został przedstawiony rys. 3.1.



Rys. 3.1. Schemat blokowy obserwatora stanu i zakłócenia

Zgodnie z rys. 3.1 wielkość wyjściowa z obserwatora zakłócenia (\hat{w}) jest jednocześnie wielkością wejściową do obserwatora stanu. Dlatego też w układach, gdzie występują zakłócenia niezbędne jest jednoczesne wyznaczenie obserwatorów stanu i zakłócenia. Uwaga ta odnosi się do układów napędowych, których nie sposób rozpatrywać bez uwzględnienia zakłócenia w postaci zewnętrznego momentu obciążenia [102].

Inne podejście przy projektowaniu ciągłego obserwatora pełnego rzędu bazuje na wykorzystaniu zasady dualizmu i problemu LQ.

Przyjmując model matematyczny w postaci

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \\ x(0) &= x_0 \\ x(t) &\in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^r \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

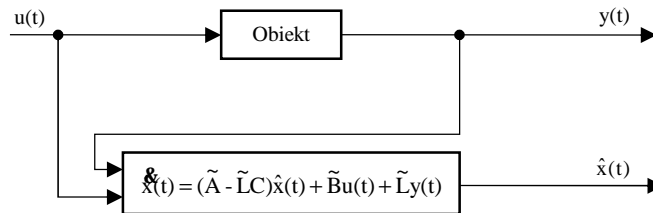
wprowadza się funkcję korekcji błędu estymacji, otrzymując równanie obserwatora pełnego rzędu (para (C, \tilde{A}) musi być obserwowalna) [86].

$$\dot{\hat{x}}(t) = \tilde{A}\hat{x}(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{L}(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (3.10)$$

Równanie obserwatora (3.10) zapisuje się w postaci

$$\dot{\hat{x}}(t) = (\tilde{A} - \tilde{L}C)\hat{x}(t) + \tilde{B}u(t) + \tilde{L}y(t) \quad (3.11)$$

dla, której schemat blokowy został przedstawiony na rys. 3.2



Rys. 3.2. Schemat blokowy ciągłego obserwatora zmiennych stanu

Przy doborze macierzy korekcji błędu \tilde{L} należy pamiętać o lokalizacji wartości własnych równania błędu obserwatora

$$\dot{e}(t) = (\tilde{A} - \tilde{L}C)e(t) \quad (3.12)$$

w lewej półpłaszczyźnie ($\text{Re}(s(\tilde{A} - \tilde{L}C)) < 0$).

Elementy macierzy \tilde{L} można wyznaczyć wykorzystując problem LQ. System (3.9) musi być zatem wcześniej przekształcony do postaci dualnej. Zasadę dualizmu przedstawiono przy projektowaniu dyskretnego obserwatora zmiennych stanu w rozdziale 3.5.

3.5. Dyskretny obserwator zmiennych stanu wg zasady dualizmu i problemu LQ

Problem dualizmu dotyczy zarówno systemów ciągłych jak i dyskretnych. Wykorzystując dualizm można zamienić zadanie syntezy obserwatora zmiennych stanu na zadanie regulacji z wykorzystaniem statycznego sprzężenia zwrotnego i odwrotnie.

Dla obiektu opisanego liniowym stacjonarnym dyskretnym równaniem stanu

$$\left. \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ x(0) = x_0 \\ x(k) \in R^n, u(k) \in R^m, y(k) \in R^r \end{cases} \right\} \quad (3.13)$$

system dualny do systemu (3.13), można zapisać w postaci

$$\left. \begin{cases} \tilde{x}(k+1) = A^T \tilde{x}(k) + C^T \tilde{u}(k) \\ \tilde{y}(k) = B^T \tilde{x}(k) \\ \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0 \\ \tilde{x}(k) \in R^n, \tilde{u}(k) \in R^r, \tilde{y}(k) \in R^m \end{cases} \right\} \quad (3.14)$$

Dualizm stanowi symetrię pomiędzy właściwościami sterowalności i obserwowalności [45]. Dla systemów (3.13) oraz (3.14) można stwierdzić, że:

1. System (3.13) jest sterowalny \Leftrightarrow jeśli system dualny (3.14) jest obserwowalny.
2. System (3.13) jest obserwowalny \Leftrightarrow jeśli system dualny (3.14) jest sterowalny.
3. System (3.13) jest stabilizowalny \Leftrightarrow jeśli system dualny (3.14) jest wykrywalny.
4. System (3.13) jest wykrywalny \Leftrightarrow jeśli system dualny (3.14) jest stabilizowalny.

W zastosowaniach praktycznych obserwator zmiennych stanu pracuje w zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego [81]. Ze względu na trudności wynikające ze spełnienia warunku $\hat{x}(k) = x(k)$ w obserwatorze proponuje się wykorzystanie wektora błędu $x(k) - \hat{x}(k)$ do poprawy działania obserwatora. W celu ominięcia braku znajomości $x(k)$ wykorzystuje się wektor wyjść systemu $y(k) = Cx(k)$ i wówczas sygnał błędu wynosi

$$e(k) = y(k) - C\hat{x}(k) = C(x(k) - \hat{x}(k)) \quad (3.15)$$

Należy pamiętać, że sygnał błędu (3.15) może być równy 0 jeżeli $\hat{x}(k) = x(k)$. Taka sytuacja ma miejsce gdy wektor $e(k)$ jest ortogonalny do wierszy macierzy C . Pomimo tego jest to jedyna droga do określenia sygnału zwrotnego. Błąd estymacji $e(k)$ można wzmocnić stosując macierz L . W ten sposób uzyskuje się sygnał korekcji błędów modelu. Dzięki takiemu podejściu powstaje obserwator w zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego.

Proces doboru macierzy L obserwatora rozpoczyna się od zdefiniowania sygnału błędu (3.15) oraz założenia, że $e(0) \neq 0$. Dla obiektu opisanego liniowym stacjonarnym dyskretnym równaniem stanu (3.13), zapisuje się równanie obserwatora

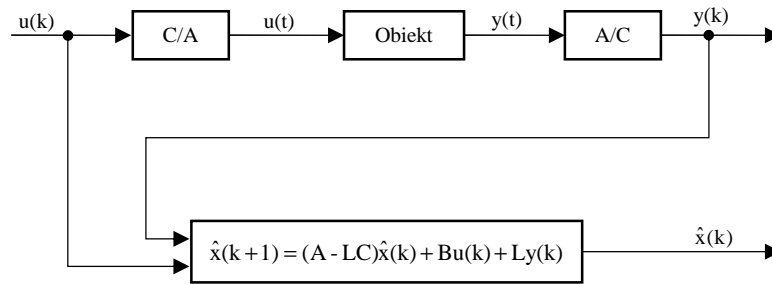
$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + LC(x(k) - \hat{x}(k)) \quad (3.16)$$

gdzie $LC(x(k) - \hat{x}(k))$ jest korekcją błędów modelu.

Powyższe równanie na potrzeby systemu komputerowego dogodnie jest przekształcić do postaci

$$\hat{x}(k+1) = (A - LC)\hat{x}(k) + Bu(k) + Ly(k) \quad (3.17)$$

dla której schemat blokowy został przedstawiony na rys. 3.3.



Rys. 3.3. Schemat blokowy cyfrowego obserwatora zmiennych stanu

Dla tak określonej struktury obserwatora należy dobrać macierz korekcji błędu L . Jeżeli do wyznaczenia obserwatora wykorzystuje się dyskretny system dualny (3.14) [45],[81], którego wynikiem jest statyczne sprzężenie zwrotne o macierzy wzmocnień K to wówczas macierz korekcji błędu L wyznacza się z zależności

$$L = K^T \quad (3.18)$$

W celu doboru macierzy korekcji błędu L należy wykorzystać dyskretny problem LQ z nieskończonym horyzontem sterowania, przy wskaźniku jakości

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [\tilde{x}^T(k) Q_o \tilde{x}(k) + \tilde{u}^T(k) R_o \tilde{u}(k)] \quad (3.19)$$

Problem taki jest rozwiązywalny jeśli para (C, A) jest obserwowalna.

3.6. Obserwatory zredukowanego rzędu

Obserwatory zredukowanego rzędu w odróżnieniu do obserwatorów pełnego rzędu charakteryzuje estymacja nie wszystkich lecz tylko niektórych ze zmiennych stanu. Obserwatory te odtwarzają zmienne niedostępne pomiarowo, zatem rząd obserwatora będzie mniejszy od rzędu modelu matematycznego obiektu. Co więcej, nie występują w nich bezpośrednio sygnały, które można zastosować do poprawy błędu estymacji. Dlatego, konstrukcja tych obserwatorów bazuje na sygnałach pomiarowych uznawanych jako dodatkowe wejście do obserwatora [111].

3.6.1. Ciągły obserwator zredukowanego rzędu

Jeżeli przyjmiemy, że r pierwszych sygnałów z wektora zmiennych stanu to wielkości mierzalne

$$y_r(t) = C_r x(t) = [C_l \quad 0] x(t) \quad (3.20)$$

wówczas należy zmienić kolejność równań różniczkowych w zapisie macierzowym [50],[86]

$$\begin{aligned} y_r(t) &= [C_1 \quad 0]x(t) = C_1 x_1(t) \\ x(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

gdzie $y_r(t) \in R^r$, $C_r \in R^{r \times n}$, $x(t) \in R^n$, $C_1 = C_1^{-1} = I$.

W powyższych równaniach wektor $x_1(t) \in R^r$ jest wektorem wielkości mierzalnych natomiast $x_2(t) \in R^{n-r}$ jest wektorem wielkości estymowanych.

Analogicznie dokonując podziału macierzy stanu i macierzy sterowań według przyjętego podziału wektora stanu

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

równanie stanu (3.9) zapisuje się w postaci

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \\ \dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) \end{cases} \quad (3.23)$$

Za równanie modelu obiektu przyjmuje się zależność $x_2(t)$, gdyż wektor $x_1(t)$ odnosi się do wielkości pomiarowo dostępnych.

Równanie obserwatora przyjmie zatem postać

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A_{22}\hat{x}_2(t) + B_2u(t) + A_{21}C_1^{-1}y_r(t) \quad (3.24)$$

gdzie $x_1(t) = C_1^{-1}y_r(t)$.

Powyższy obserwator nie spełnia oczekiwań odnośnie jakości obserwacji, gdyż nie możemy wpływać na jego odpowiedź [111]. Z tego powodu wprowadza się ogólną postać ciągłego obserwatora zredukowanego rzędu

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \tilde{F}z(t) + \tilde{G}y_r(t) + \tilde{H}u(t) \\ \hat{x}_2(t) = z(t) + \tilde{L}y_r(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

w której: $z(t) \in R^{n-r}$ (wektor stanu obserwatora), $\tilde{F} \in R^{(n-r) \times (n-r)}$ (macierz stanu obserwatora), $\tilde{G} \in R^{r \times r}$ (macierz wejść), $\tilde{H} \in R^{r \times m}$ (macierz wejść), $\tilde{L} \in R^{(n-r) \times r}$ (macierz wzmocnień obserwatora ciągłego).

Wyznaczenie macierzy $\tilde{L}, \tilde{G}, \tilde{H}$ sprowadza się do przeprowadzenia analizy błędu obserwacji

$$e_2(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t) \quad (3.26)$$

celem uzyskania wyniku w postaci

$$\mathfrak{z}_2(t) = F e_2(t) \quad (3.27)$$

Porównując otrzymane po przekształceniach równanie dynamiki błędu [111]

$$\begin{aligned} \mathfrak{z}_2(t) = & \tilde{F} e_2(t) + (A_{21} + \tilde{F} \tilde{L} C_1 - \tilde{G} C_1 - \tilde{L} C_1 A_{11}) x_1(t) + (A_{22} - \tilde{F} - \tilde{L} C_1 A_{12}) x_2(t) + \\ & + (B_2 - \tilde{H} - \tilde{L} C_1 B_1) u(t) \end{aligned} \quad (3.28)$$

oraz równanie w postaci (3.27), wyznacza się szukane zależności macierzowe

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{F} = A_{22} - \tilde{L} C_1 A_{12} \\ \tilde{H} = B_2 - \tilde{L} C_1 B_1 \\ \tilde{G} = (A_{21} - \tilde{L} C_1 A_{11}) C_1^{-1} + \tilde{F} \tilde{L} \end{array} \right\} \quad (3.29)$$

Problem obserwacji jest rozwiązywalny jeśli para $(C_1 A_{12}, A_{22})$ jest obserwowalna.

W celu doboru macierzy wzmocnień \tilde{L} obserwatora należy wykorzystać ciągły problem LQ z nieskończonym horyzontem sterowania. Dla systemu dualnego

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = A_{22}^T \tilde{x}_2(t) + (C_1 A_{12})^T \tilde{u}(t) \quad (3.30)$$

rozwiązaniem jest statyczne sprzężenie zwrotne o macierzy wzmocnień K . Wówczas macierz korekcji błędu \tilde{L} ciągłego obserwatora zredukowanego rzędu wyznacza się z zależności

$$\tilde{L} = K^T \quad (3.31)$$

3.6.2. Dyskretny obserwator zredukowanego rzędu

Podobnie jak dla ciągłego obserwatora zredukowanego rzędu przyjmiemy, że r pierwszych sygnałów z wektora zmiennych stanu to wielkości mierzalne

$$y_r(k) = C_r x(k) = [C_1 \quad 0] x(k) \quad (3.32)$$

Równania różniczkowe w zapisie macierzowym przyjmą postać [86]

$$\begin{aligned} y_r(k) &= [C_1 \quad 0]x(k) = C_1 x_1(k) \\ x(k) &= \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

gdzie $y_r(k) \in R^r$, $C_r \in R^{r \times n}$, $x(k) \in R^n$, $C_1 = C_1^{-1} = I$,

$x_1(k) \in R^r$ jest wektorem wielkości mierzalnych,
 $x_2(k) \in R^{n-r}$ jest wektorem wielkości estymowanych.

Macierz stanu i macierz sterowań dla systemu dyskretnego przyjętego według założonego podziału wektora stanu (wielkości mierzalne i estymowane)

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

zapisując równanie stanu (3.13) w postaci

$$\begin{cases} x_1(k+1) = A_{11}x_1(k) + A_{12}x_2(k) + B_1u(k) \\ x_2(k+1) = A_{21}x_1(k) + A_{22}x_2(k) + B_2u(k) \end{cases} \quad (3.35)$$

równanie obserwatora przyjmie zatem postać

$$\hat{x}_2(k+1) = A_{22}\hat{x}_2(k) + B_2u(k) + A_{21}C_1^{-1}y_r(k) \quad (3.36)$$

gdzie $x_1(k) = C_1^{-1}y_r(k)$.

Ogólną postać dyskretnego obserwatora zredukowanego rzędu można zapisać jako [111]

$$\begin{cases} z(k+1) = Fz(k) + Gy_r(k) + Hu(k) \\ \hat{x}_2(k) = z(k) + Ly_r(k) \end{cases} \quad (3.37)$$

w której: $z(k) \in R^{n-r}$ (wektor stanu obserwatora), $F \in R^{(n-r) \times (n-r)}$ (macierz stanu obserwatora),
 $G \in R^{r \times r}$ (macierz wejść), $H \in R^{r \times m}$ (macierz wejść), $L \in R^{(n-r) \times r}$ (macierz wzmocnień obserwatora dyskretnego).

Szukane macierze L , G , H wyznacza się z zależności

$$\left\{ \begin{array}{l} F = A_{22} - LC_1A_{12} \\ H = B_2 - LC_1B_1 \\ G = (A_{21} - LC_1A_{11})C_1^{-1} + FL \end{array} \right\} \quad (3.38)$$

Problem obserwacji jest rozwiązywalny jeśli para (C_1A_{12}, A_{22}) jest obserwowalna.

W celu doboru macierzy wzmocnień L obserwatora należy wykorzystać dyskretny problem LQ z nieskończonym horyzontem sterowania. Dla systemu dualnego

$$\tilde{x}_2(k+1) = A_{22}^T \tilde{x}_2(k) + (C_1A_{12})^T \tilde{u}(k) \quad (3.39)$$

rozwiązaniem jest statyczne sprzężenie zwrotne o macierzy wzmocnień K . Wówczas macierz korekcji błędów L dyskretnego obserwatora zredukowanego rzędu wyznacza się z zależności

$$L = K^T \quad (3.40)$$

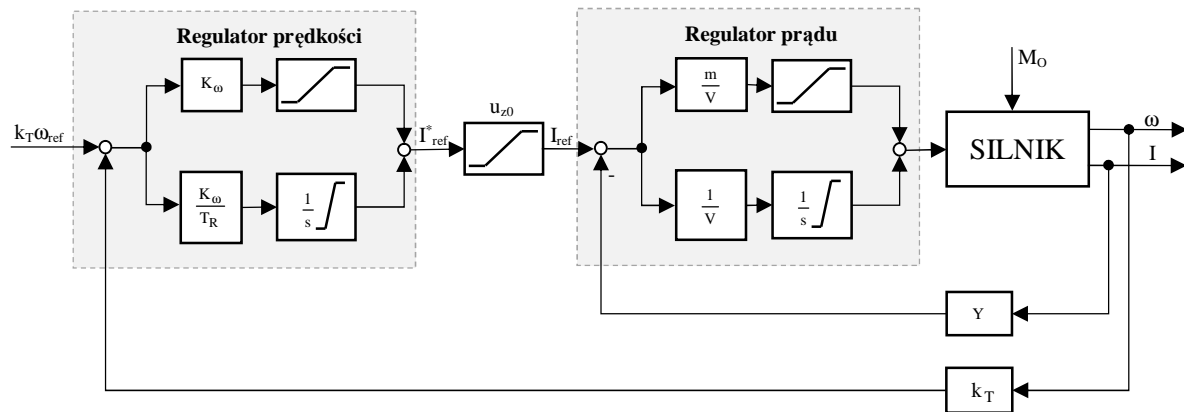
Rozdział 4

Układy regulacji napędem z połączeniem sprzężystym

W rozdziale dokonano przeglądu struktur regulacji dla układu 1. i 2. masowego. Ponadto dla układu 2. masowego zaprezentowano konstrukcję przełączalnych regulatorów – metodę regulacji o zmiennej strukturze.

4.1. Kaskadowa struktura regulacji układem 1. masowym

Układ regulacji kaskadowej charakteryzuje tzw. kaskadowa struktura regulatorów (rys. 4.1). W takim systemie regulator nadrzędny steruje prędkością kątową silnika i jest mu podporządkowany regulator podrzędny z jego własną pętlą sprzężenia zwrotnego. Zadaniem regulatora podrzędnego jest sterowanie momentem elektromagnetycznym silnika lub wielkością do niego proporcjonalną (prądem twornika) [14],[86].



Rys. 4.1. Struktura regulacji kaskadowej układem 1. masowym

Idea działania układu podczas rozruchu polega na nasyceniu regulatora prędkości ($I_{ref}=u_{z0}$) zapewniając tym samym rozruch ze stałą dopuszczalną wartością prądu twornika [14],[86].

Do doboru parametrów regulatora prądu (zwykle PI) stosuje się zazwyczaj kryterium modułowe lub kryterium kształtu. Przy zastosowaniu kryterium modułowego [14],[46] w wyniku optymalizacji uzyskuje się przebieg prądu z przeregulowaniem (4.3%). Kryterium kształtu [14] natomiast, zapewnia eksponencjalny przebieg prądu twornika przy wymuszeniu skokowym.

Jako regulator prędkości można dobrać typ P lub PI. Przy zastosowaniu regulatora prędkości typu P [14] należy się liczyć z pewnym uchybem statycznym regulacji prędkości, który jest odwrotnie proporcjonalny do współczynnika wzmocnienia regulatora. Wadą dużego wzmocnienia regulatora jest powstanie oscylacji tłumionych. Z drugiej strony zastosowanie takiego regulatora umożliwi uzyskanie przebiegów przejściowych bez znacznych przeregulowań.

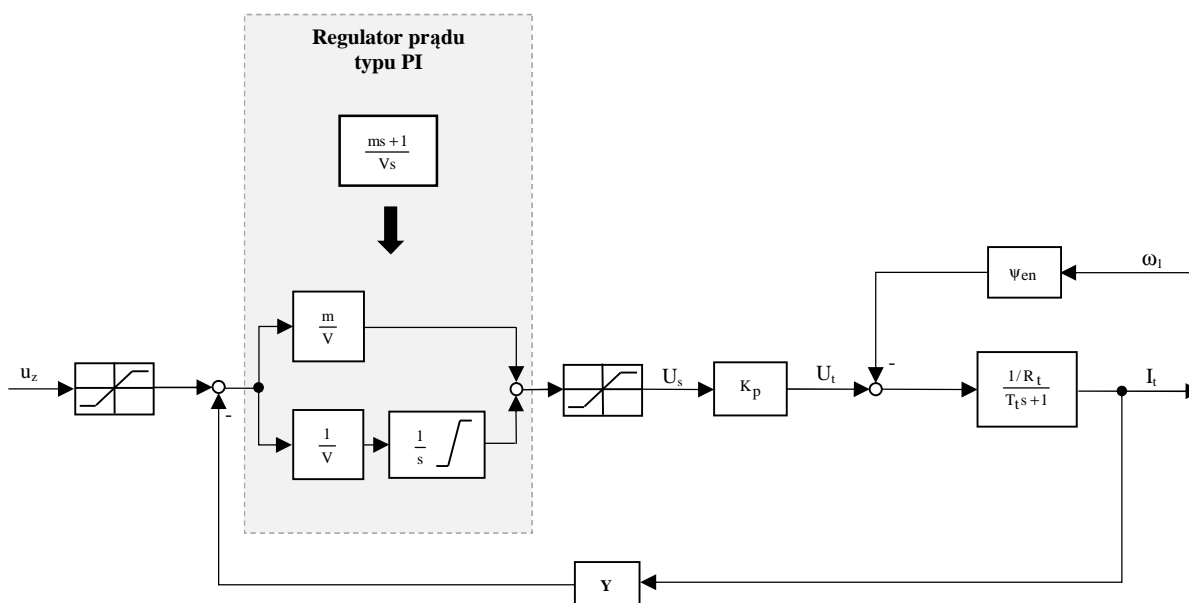
4.1.1. Regulator prądu

Praktyczna realizacja sterowania układem 1. jak i 2. masowym nie jest możliwa bez zapewnienia optymalnego przebiegu prądu (momentu) silnika w stanach przejściowych z jednoczesnym uwzględnieniem ograniczeń dotyczących jego wartości. Rozruch silnika, obciążenie momentem mechanicznym, a także stany awaryjne w obwodzie prądu stałego nie mogą w układach rzeczywistych być przyczyną przekroczenia wartości katalogowych prądu określonych dla danego typu silnika. Dlatego konieczne jest zastosowanie regulatora prądu, który pozwoli w najlepszy sposób wykorzystać możliwości silnika, zapewniając zadany przebieg prądu. Przebiegiem takiego typu jest funkcja wykładnicza o wartości ustalonej wynikającej z dopuszczalnego prądu silnika i maksymalnej pochodnej względem czasu.

$$\left| \frac{dI_t}{dt} \right| \leq pI_N, \quad I_t \leq I_N \quad (4.1)$$

gdzie I_N i p są dopuszczalnymi krotnościami prądu i jego pochodnej.

Dobór parametrów regulatora przeprowadza się jedynie dla silnika elektrycznego po pominięciu dynamiki maszyny roboczej. Należy założyć zatem, że regulator prądu jest członem proporcjonalno-całkującym, którego parametry dobrano przy pomocy kryterium kształtu (rys. 4.2) [14],[15].

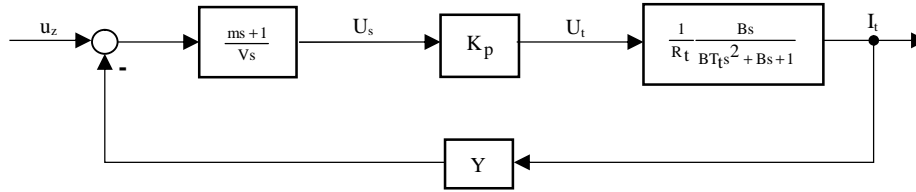


Rys. 4.2. Schemat blokowy części elektrycznej obwodu regulacji prądu silnika z regulatorem prądu typu PI

W metodzie tej uwzględnia się wpływ stałej elektromechanicznej napędu B poprzez zastosowanie transmitancji prądowej silnika

$$G_{2I}(s) = \frac{I_t(s)}{U_t(s)} = \frac{I}{R_t} \frac{Bs}{BT_t s^2 + Bs + I} \quad (4.2)$$

Przekształtnik tyrystorowy zasilający silnik jest aproksymowany członem proporcjonalnym o stałą współczynniku wzmocnienia K_p . W celach obliczeniowych do wyznaczenia parametrów m i V regulatora prądu $G_{RI}(s)$ należy posłużyć się schematem blokowym układu regulacji w postaci jak na rys. 4.3.



Rys. 4.3. Schemat blokowy obwodu regulacji prądu silnika

Dalszy tryb postępowania jest uwarunkowany relacją pomiędzy stałą elektromechaniczną B i stałą elektromagnetyczną T_t napędu. Dla układów napędowych, w których $B > 4T_t$ (dotyczy badanego układu) transmitancję $G_{2I}(s)$ można przedstawić w postaci

$$G_{2I}(s) = \frac{1}{R_t} \frac{Bs}{(B_1s + 1)(T_1s + 1)} \quad (4.3)$$

gdzie $B_1T_1 = BT_t$ i $B_1 + T_1 = B$.

Spełnienie powyższych warunków jest możliwe dla

$$T_1' = 0.5B(1 - \sqrt{1 - 4\frac{T_t}{B}}) \text{ i } T_1'' = 0.5B(1 + \sqrt{1 - 4\frac{T_t}{B}}) \quad (4.4)$$

Do dalszych obliczeń przyjmujemy mniejszą wartość stałej czasowej $T_1 = T_1'$, gdyż wówczas układ jest mniej wrażliwy na zmianę stałej elektromagnetycznej B .

Jako wzorzec przyjmuje się obiekt o transmitancji

$$G_z(s) = \frac{k_z}{bs + 1} \quad (4.5)$$

i porównuje z transmitancją układu zamkniętego z rys. 4.2

$$G_z(s) = \frac{K_p B}{VR_t} \frac{ms + 1}{(B_1s + 1)(T_1s + 1) + Y \frac{K_p B}{VR_t} (ms + 1)} \quad (4.6)$$

Dla uzyskania eksponencjalnego przebiegu wielkości wyjściowej przy wymuszeniu jednostkowym, należy dokonać kompensacji stałej T_I przez odpowiedni dobór stałej m regulatora wg warunku $m=T_I$.

Parametr V regulatora prądu występuje w stałej czasowej b oraz w zastępczym współczynniku wzmocnienia k_z .

$$b = \frac{VR_t}{VR_t + YK_p B} B_I \quad (4.7)$$

$$k_z = \frac{K_p B}{VR_t + YK_p B} \quad (4.8)$$

Warunek doboru tego parametru wynika z dopuszczalnej wartości pochodnej prądu silnika względem czasu. Przy wymuszeniu jednostkowym typu $u_z(t)=u_{z0}I(t)$ przebieg wielkości wyjściowej w układzie opisuje zależność

$$I(t) = I_{um} \left(1 - e^{-\frac{t}{\beta}} \right) \quad (4.9)$$

gdzie $I_{um}=u_{z0}k_z$.

Wartość maksymalna pochodnej prądu względem czasu

$$\left. \frac{dI}{dt} \right|_{max} = \left. \frac{dI}{dt} \right|_{t=0} = \frac{I_{um}}{b} = \frac{u_{z0}k_z}{b} = \frac{I_N I_N}{b} \leq p I_N \quad (4.10)$$

gdzie prąd I_{um} powinien spełniać ograniczenie ustalonej wartości prądu na poziomie prądu dopuszczalnego, czyli $I_{um} \leq I_N$.

Zależność (4.10) pozwala określić stałą b wg wzoru

$$b \geq \frac{I_N}{p} \quad (4.11)$$

Jako wynik uzyskuje się

$$m = T_I, \quad V = b \frac{YK_p B}{(B_I - b)R_t} \quad (4.12)$$

oraz ograniczenie sygnału wejściowego regulatora prądu

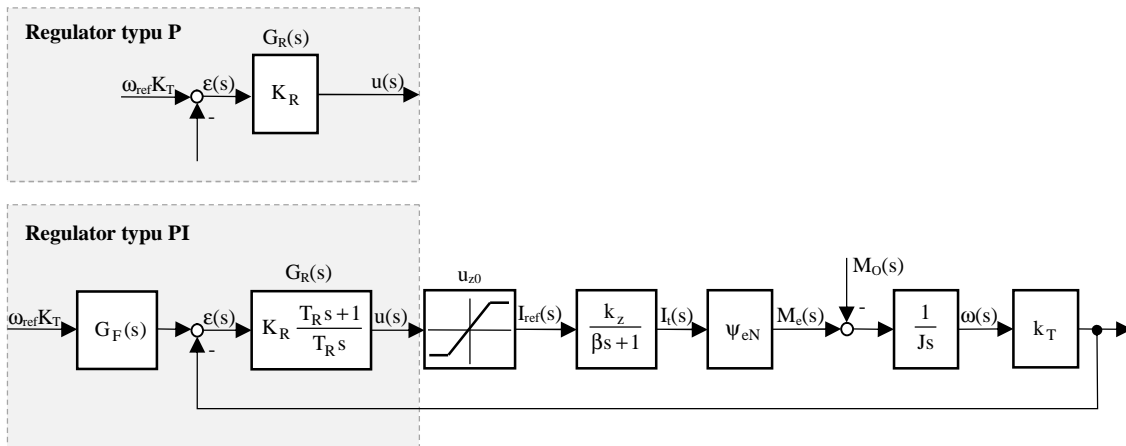
$$u_{z0} = I_{um} \frac{YB_l}{(B_l - b)} \quad (4.13)$$

gdzie $I_{um} = I_N I_N$, $k_z = \frac{B_l - b}{YB_l}$.

Ograniczenie wartości zadanej u_{z0} regulatora prądu prowadzi do rozruchu silnika z dopuszczalną (maksymalną) wartością prądu twornika I_t .

4.1.2. Regulator prędkości kątowej

Układ regulacji kaskadowej z zastosowaniem regulatora prędkości typu P lub PI przedstawiono na rys. 4.4.



Rys. 4.4. Struktura regulacji kaskadowej z regulatorem prędkości typu: P, PI

Dla struktury z regulatorem typu P, transmitancja układu zamkniętego wynosi

$$G_Z(s) \Big|_{w_{ref} \rightarrow 0} = \frac{w(s)}{M_o(s)} = \frac{-\frac{1}{Js}}{Jbs^2 + Js + k_T k_z K_R Y_{eN}} \quad (4.14)$$

Współczynnik wzmocnienia regulatora powinien gwarantować narzuconą przez proces technologiczny sztywność charakterystyki zewnętrznej $w=f(M_o)$ napędu [14],[86].

Zgodnie z twierdzeniem granicznym o transformacie Laplace'a wyznacza się stan ustalony dla wymuszenia skokowego (momentu udarowego) $M_m(t) = M_N 1(t)$ [86]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{M_N}{s} G(s) = \frac{-M_N}{k_T k_z K_R Y_{eN}} \quad (4.15)$$

i przyjmując jako dopuszczalny uchyb prędkości kątowej Dw_d , otrzymuje się zależność na wzmocnienie regulatora

$$K_R = \frac{M_N}{y_{eN} k_z k_T Dw_d} \quad (4.16)$$

W strukturze z regulatorem typu PI stosuje się filtr dolnoprzepustowy dla sygnału zadającego (ograniczenie przeregulowania prędkości kątowej) o transmitancji

$$G_F(s) = \frac{1}{4bs + 1} \quad (4.17)$$

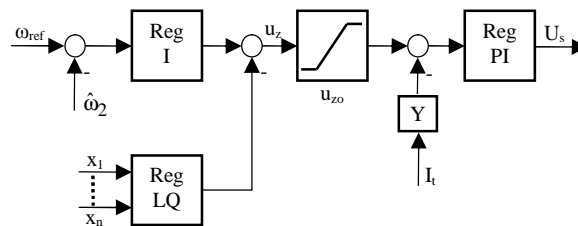
Parametry regulatora PI wyznaczono w oparciu o kryterium symetryczne i wynoszą one

$$T_R = 4b, \quad K_R = \frac{J}{2k_T k_z b y_{eN}} \quad (4.18)$$

Przy wyliczaniu parametrów regulatora P oraz PI przyjęto transmitancję układu regulacji prądu twornika w postaci (4.5) z pominięciem elementu nieliniowego u_{z0} . Innym rozwiązaniem jest zastosowanie regulatora PI+, czyli regulatora o dwóch stopniach swobody [117].

4.2. Regulacja w układzie 2. masowym

Podstawowa struktura systemu regulacji w układzie 2. masowym została przedstawiona na rys. 4.5 i proponuje się w niej: podrzędny regulator prądu twornika Reg PI oraz nadrzędny regulator prędkości Reg I ze stabilizującym sprzężeniem zwrotnym z regulatorem stanu LQ (Reg LQ), gdzie wielkością regulowaną jest mierzona bądź estymowana prędkość agregatu technologicznego w_2 lub \hat{w}_2 .

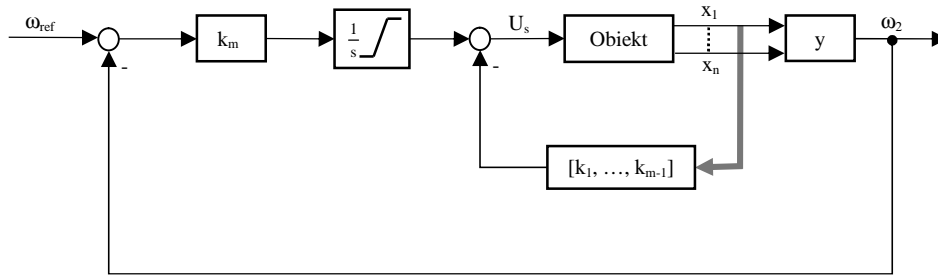


Rys. 4.5. Struktura systemu regulacji napędem z połączeniem sprzężystym

W niniejszej rozprawie, podobnie jak w większości prac dotyczących układów 2. masowych, uznano za konieczne wykorzystanie regulatora prądu (bądź regulatora momentu elektromagnetycznego).

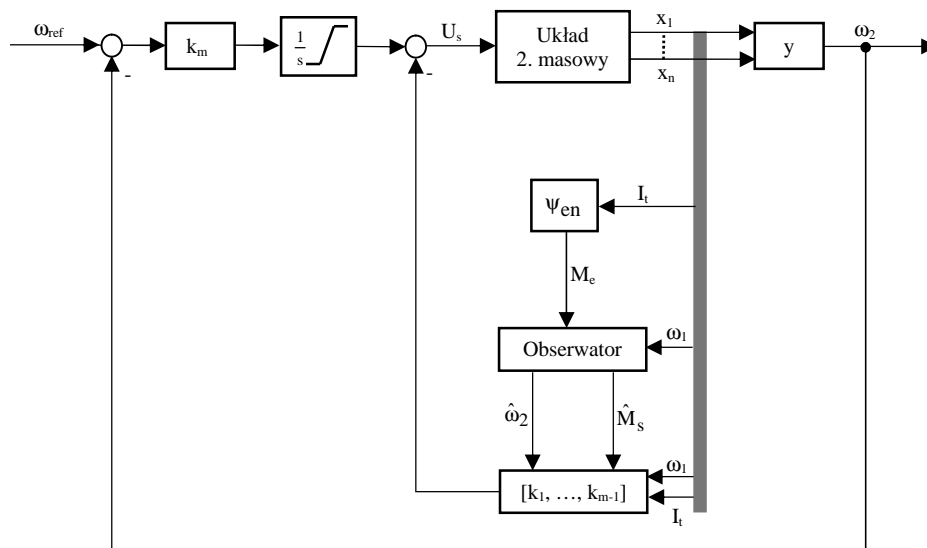
4.2.1. Regulator prędkości kątowej – problem LQ

Regulator prędkości został zaprojektowany z wykorzystaniem rozwiązania problemu LQ, którego punktem wyjścia jest model układu zapisany w postaci liniowego równania stanu (2.7) rozszerzony o element całkujący zgodnie z (2.29). Model układu (2.7) obejmuje się liniowym sprzężeniem zwrotnym od wszystkich zmiennych stanu (rys. 4.6).



Rys. 4.6. Układ regulacji z regulatorem stanu

Konstrukcja powstałego regulatora stanu wiąże się z koniecznością znajomości wszystkich zmiennych stanu. Uzyskanie tej informacji wymaga zastosowania czujników pomiarowych, a w przypadku, gdy zmienne stanu są niedostępne pomiarowo – układów odtwarzających (rys. 4.7).

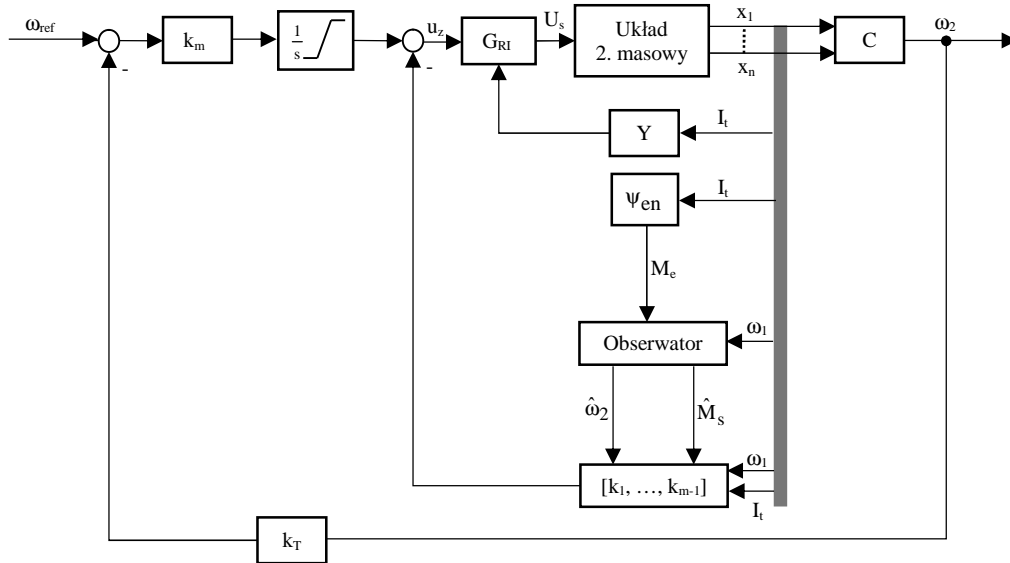


Rys. 4.7. Układ regulacji z regulatorem stanu oraz obserwatorem prędkości maszyny roboczej $\hat{\omega}_2$ i momentu skręcającego \hat{M}_s

Równanie sterowania dla układu z regulatorem stanu zapisuje się w postaci (2.8), gdzie

regulator stanu $K_c = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_m]$, wektor stanu $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \mathbf{M} \\ x_n(t) \end{bmatrix}$, $n=m$.

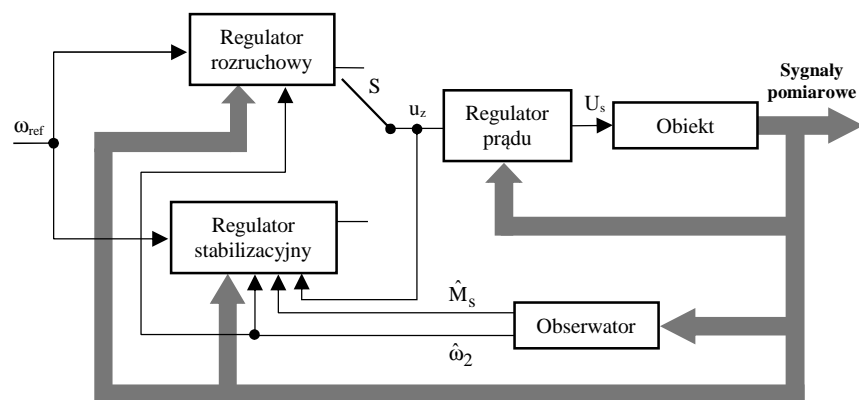
Wyznaczenie wzmocnień regulatora stanu K_c odbywa się wg optymalizacji liniowo-kwadratowej opartej na minimalizacji wskaźnika jakości wyrażonego w postaci całkowitej (2.9). Uwzględniając regulator prądu (momentu) w obwodzie twornika (wg rozdziału 4.1.1) uzyskano pełną strukturę regulacji układem 2. masowym (rys. 4.8).



Rys. 4.8. Struktura regulacji LQ układem 2. masowym

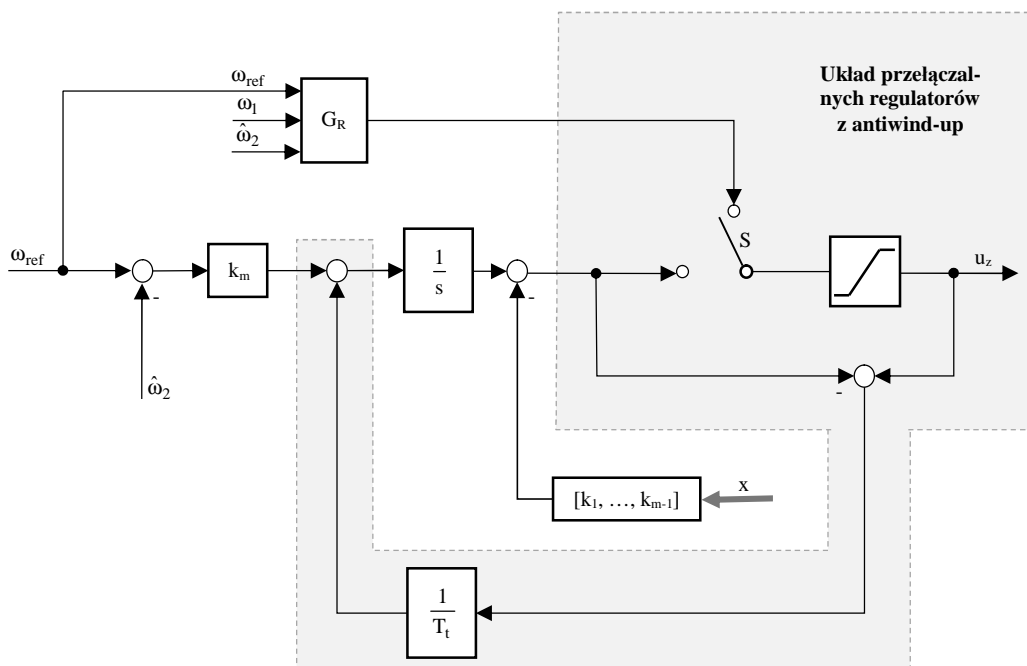
4.2.2. Metoda regulacji o zmiennej strukturze

Systemy takie [5],[7],[17] mogą być stosowane w przypadku, gdy układ regulacji posiada wysokie wymagania dotyczące rozruchu jak i stabilizacji. W tym celu stosuje się konstrukcję przełączalnych regulatorów w układzie regulacji kaskadowej, którym przypisuje się określone zadania – pierwszy regulator może odpowiadać tylko za rozruch i hamowanie, natomiast drugi za stabilizację. Taki sposób sterowania układem 2. masowym za pomocą dwóch metod: z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i obciążenia wg rys. 4.11 oraz proporcjonalno-całkowym regulatorem LQ zwany jest układem regulacji o zmiennej strukturze (rys. 4.9).



Rys. 4.9. Zasada pracy układu regulacji o zmiennej strukturze

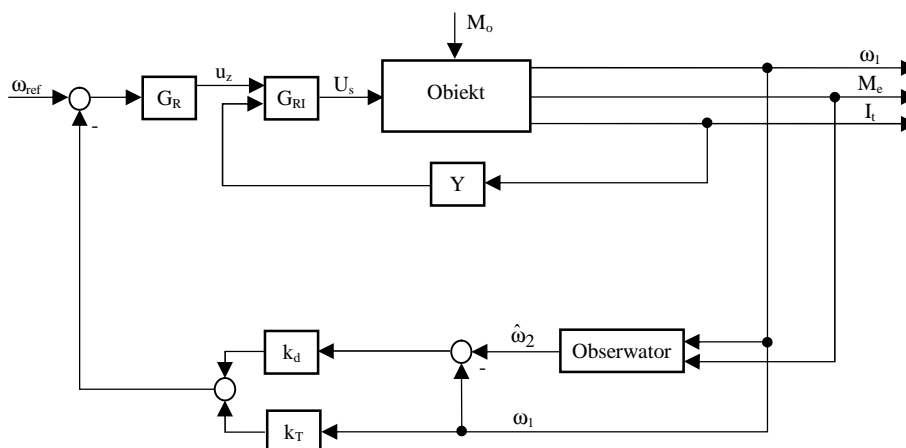
Przełączenie pomiędzy regulatorami następuje po wykonaniu rozruchu (bądź hamowania napędu), w dowolnej chwili od osiągnięcia przez układ stabilnej wartości prędkości regulowanej z tolerancją do 2% prędkości referencyjnej. Podczas przełączania regulatorów należy zapewnić, aby sygnały zadające z obu regulatorów miały identyczne wartości. W przeciwnym przypadku w trakcie przełączania będą występowały niekorzystne stany przejściowe. Konstrukcję układu przełączania regulatorów przedstawiono na rys. 4.10.



Rys. 4.10. Struktura układu przełączalnych regulatorów z antiwind-up

W strukturze (rys. 4.10) zastosowano sprzężenie zwrotne do realizacji tzw. antiwind-up czyli ograniczenie na integratorze na podstawie sygnału wyjściowego. Drugim zadaniem tego sprzężenia jest śledzenie sygnału wyjściowego drugiego regulatora. Ważne jest odpowiednie dobranie wartości stałej czasowej śledzenia T_t w pętli sprzężenia zwrotnego. Dobór przeprowadza się doświadczalnie lub można skorzystać ze sprawdzonych reguł. Dla przykładu: w strukturze z regulatorem PI wartość stałej czasowej T_t powinna zawierać się w przedziale $T_t \hat{I} (0.1, 1)T_i$; dla struktury z regulatorem PID stałą czasową można wyliczyć z zależności $T_t = \sqrt{T_i T_d}$ [5],[7].

Do wykonania rozruchu (Regulator rozruchowy – rys. 4.9) wykorzystuje się klasyczny układ regulacji kaskadowej, w którym oprócz regulatora prądu twornika zastosowano regulator prędkości kątowej z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym – od różnicy prędkości silnika i obciążenia (rys. 4.11).



Rys. 4.11. Kaskadowa struktura regulacji z korekcją dla układu 2. masowego

Jedną z metod doboru wzmocnienia k_d jest minimalizacja kwadratowego wskaźnika jakości typu [14]

$$J = \int_0^{\infty} e_m^2(t) dt \quad (4.14)$$

w której czynnikiem optymalizacyjnym jest współczynnik wzmocnienia k_d dodatkowego sprzężenia zwrotnego od różnicy prędkości silnika w_1 i obciążenia w_2 .

Postać operatorową uchybu $e_m(s)$ można zapisać następująco

$$e_m(s) = M_e(s) - M_o(s) = \frac{M_{ou}}{s} [G_m(s) - 1] \quad (4.15)$$

Zakładając, że sygnał zadający w układzie $\omega_{ref}=0$ oraz moment obciążenia napędu ma charakter skoku jednostkowego $M_o=M_{ou}1(t)$, wówczas

$$G_m(s) = \frac{M_e(s)}{M_o(s)} = \frac{k_w T_1^2 s^2 + 1}{J_2 K_u^{-1} b T_1^2 s^4 + J_2 K_u^{-1} T_1^2 s^3 + [J_2 K_u^{-1} b + T_2^2 (1 - k_w)] s^2 + J K_u^{-1} s + 1} \quad (4.16)$$

gdzie

$$k_w = \frac{k_d}{k_T}, \quad K_u = k_z K_w k_T, \quad J = J_1 + J_2 \quad (4.17)$$

Kwadratowy wskaźnik jakości przyjmie wówczas postać [66]

$$J = \left(2J K_u^{-1} + \frac{K_u}{2J_2 T_1^2} \frac{[T_2^2 - k_w (T_1^2 - T_2^2)]^2}{J T_2^2 (J_2 T_1^2)^{-1} (1 - k_w) - 1} \right) M_{ou} = M_{ou} (J_{20} + J_{21}(k_w)) \quad (4.18)$$

Wskaźnik ten osiąga ekstremum ze względu na parametr k_w , gdy

$$\frac{\partial^2 J_{21}(k_w)}{\partial k_w} = 0 \quad (4.19)$$

czyli dla

$$k_{w1} = \frac{1}{1 + g_0} \quad \text{lub} \quad k_{w2} = \frac{2g_0 - 1}{1 + g_0} \quad (4.20)$$

gdzie

$$g_0 = \frac{J_1}{J_2} \quad (4.21)$$

W przypadku, gdy $g_0 > 1$ ($J_1 > J_2$) optymalnym jest współczynnik k_{w1} , ponieważ

$$\left. \frac{\partial^2 J_{2l}(k_w)}{\partial k_w} \right|_{k_w=k_{w1}} > 0 \quad (4.22)$$

Natomiast dla $g_0 < 1$ optymalnym jest współczynnik k_{w2} , bowiem

$$\left. \frac{\partial^2 J_{2l}(k_w)}{\partial k_w} \right|_{k_w=k_{w2}} > 0 \quad (4.23)$$

Stabilizacja prędkości kątowej (Regulator stabilizacyjny) realizowana jest w układzie regulacji kaskadowej z proporcjonalno-całkowym regulatorem prędkości LQ wg rys. 4.8 i została przedstawiona w rozdziale 4.2.2.

Rozdział 5

Optymalizacja regulatora prędkości dla układu 2. masowego

W rozdziale przedstawiono wyniki optymalizacji ciągłego regulatora LQ. Sprawdzono warunki sterowalności i obserwowalności oraz zamieszczono przebiegi uzyskane podczas badań symulacyjnych.

5.1. Optymalizacja ciągłego regulatora LQ

Dla modelu (1.5) i pominięciu momentu obciążenia M_o oraz przyjęciu (wg rozdziału 2.5)

$$\bar{C} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad \dot{j}_2(t) = w_2(t) \tag{5.1}$$

uzyskuje się system rozszerzony w postaci (2.29)

$$x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ I_1(t) \\ M_s(t) \\ j_2(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = w_2(t), \quad u(t) = U_s(t)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & \frac{y_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & 0 \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & 0 & \frac{1}{J_2} & 0 \\ -\frac{y_e}{L} & 0 & -\frac{1}{T} & 0 & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_p}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

Wskaźnik jakości (2.9) zapisuje się w następujący sposób

$$J_c = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t) + j_2^T(t)Q_j j_2(t)] dt$$

$$= \int_0^{\infty} \left[\begin{bmatrix} x^T(t) & j_2^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ j_2(t) \end{bmatrix} + u^T(t)\tilde{R}u(t) \right] dt \tag{5.3}$$

Mając dane macierze \bar{A}, \bar{B} (5.2) oraz dobierając \tilde{Q}, \tilde{R} (5.3), regulator stanu K w środowisku MATLAB-SIMULINK wyznacza się numerycznie przy pomocy funkcji *lqr* (biblioteka CT)

$$[K, s, e] = \text{lqr}(A_hat, B_hat, Q_hat, R_hat) \quad (5.4)$$

gdzie

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad k_5] \quad (5.5)$$

Przed przystąpieniem do obliczeń należy sprawdzić sterowalność pary (\bar{A}, \bar{B}) i obserwowalność pary (\tilde{Q}, \bar{A}) .

W opisie matematycznym (5.2) nieuwzględniony został moment obciążenia M_o . Został on przyjęty jako sygnał zakłócający, natomiast zadaniem regulacji proporcjonalno-całkowej LQ jest stabilizacja systemu napędowego w punkcie pracy. W związku z tym uzasadnione jest pominięcie w modelu matematycznym macierzy zakłóceń oraz sygnału momentu obciążenia. Wykorzystanie takiej postaci modelu matematycznego jest przyjmowane wyłącznie na potrzeby **syntezy układu regulacji**. Natomiast w badaniach symulacyjnych uwzględnia się pełną postać modelu matematycznego napędu.

5.2. Proporcjonalno-całkowy regulator LQ

W badaniach symulacyjnych (MATLAB-SIMULINK) wykorzystano metodę proporcjonalno-całkowej regulacji LQ (rys. 4.6). Parametry układu napędowego N1 zostały zamieszczone w dodatku. Wówczas macierz sterowalności (2.3) jest równa

$$W_c = \begin{bmatrix} 0 & 3.7246 \cdot 10^5 & -1.8712 \cdot 10^8 & 8.9759 \cdot 10^{10} & -4.3548 \cdot 10^{13} \\ 0 & 0 & 2.2337 \cdot 10^5 & 1.8361 \cdot 10^8 & -9.5148 \cdot 10^{10} \\ 6.4125 \cdot 10^3 & -3206250 & 1.5580 \cdot 10^9 & -7.5629 \cdot 10^{11} & 3.6726 \cdot 10^{14} \\ 0 & 0 & 1.9741 \cdot 10^7 & -9.9294 \cdot 10^9 & 4.7475 \cdot 10^{12} \\ 0 & 0 & 0 & 2.2337 \cdot 10^5 & 1.8361 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(W_c) = 5 \quad (5.6)$$

Oznacza to, że para (\bar{A}, \bar{B}) jest sterowalna.

Macierze \tilde{Q} dobrano tak, aby spełniać wymagania stawiane układom napędowym oraz aby para (\tilde{Q}, \bar{A}) była co najmniej wykrywalna, a najlepiej obserwowalna (3.2) $W_o = [\tilde{Q} \quad \tilde{Q}\bar{A} \quad \tilde{Q}\bar{A}^2 \quad \dots \quad \tilde{Q}\bar{A}^t]$.

$$W_o = \begin{bmatrix} 2.5000 \cdot 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100000 \\ -5.9880 \cdot 10^2 & 5.9880 \cdot 10^2 & 1.4521 \cdot 10^4 & -1.4970 \cdot 10^4 & 0 \\ 2.9985 \cdot 10^2 & -2.9985 \cdot 10^2 & 0 & 7.4963 \cdot 10^3 & 0 \\ -2.4250 \cdot 10^2 & 0 & -1000 & 0 & 0 \\ 4.2400 \cdot 10^2 & -4.2400 \cdot 10^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100000 & 0 & 0 & 0 \\ -2.5523 \cdot 10^6 & 7.9162 \cdot 10^5 & -7.2953 \cdot 10^6 & 4.4834 \cdot 10^4 & 0 \\ 3.9640 \cdot 10^5 & -3.9640 \cdot 10^5 & 1.7416 \cdot 10^4 & -2.2451 \cdot 10^4 & 0 \\ 1.2183 \cdot 10^5 & -5.8084 \cdot 10^2 & 4.8591 \cdot 10^5 & 1.4521 \cdot 10^4 & 0 \\ -1.2698 \cdot 10^3 & 1.2698 \cdot 10^3 & 2.4628 \cdot 10^4 & -3.1746 \cdot 10^4 & 0 \\ 5.9970 \cdot 10^4 & -5.9970 \cdot 10^4 & 0 & 1.4993 \cdot 10^6 & 0 \\ 8.9351 \cdot 10^8 & -8.9642 \cdot 10^6 & 3.4994 \cdot 10^9 & 1.6470 \cdot 10^8 & 0 \\ -4.4888 \cdot 10^6 & 2.3771 \cdot 10^6 & 1.4316 \cdot 10^7 & -2.9680 \cdot 10^7 & 0 \\ -5.8440 \cdot 10^7 & -4.7745 \cdot 10^5 & -2.3588 \cdot 10^8 & -7.3040 \cdot 10^6 & 0 \\ -4.6648 \cdot 10^6 & 1.6787 \cdot 10^6 & -1.2388 \cdot 10^7 & 9.5077 \cdot 10^4 & 0 \\ 7.9281 \cdot 10^7 & -7.9281 \cdot 10^7 & 3.4833 \cdot 10^6 & -4.4901 \cdot 10^6 & 0 \\ -4.1772 \cdot 10^{11} & -6.5836 \cdot 10^9 & -1.6978 \cdot 10^{12} & -5.3638 \cdot 10^{10} & 0 \\ -3.2967 \cdot 10^9 & 1.5609 \cdot 10^9 & -7.4189 \cdot 10^9 & 3.0443 \cdot 10^8 & 0 \\ 2.8353 \cdot 10^{10} & 2.4742 \cdot 10^8 & 1.1455 \cdot 10^{11} & 3.4922 \cdot 10^9 & 0 \\ 1.5192 \cdot 10^9 & -1.7219 \cdot 10^7 & 5.9228 \cdot 10^9 & 3.0450 \cdot 10^8 & 0 \\ -8.9776 \cdot 10^8 & 4.7541 \cdot 10^8 & 2.8633 \cdot 10^9 & -5.9360 \cdot 10^9 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(W_o) = 5 \quad (5.7)$$

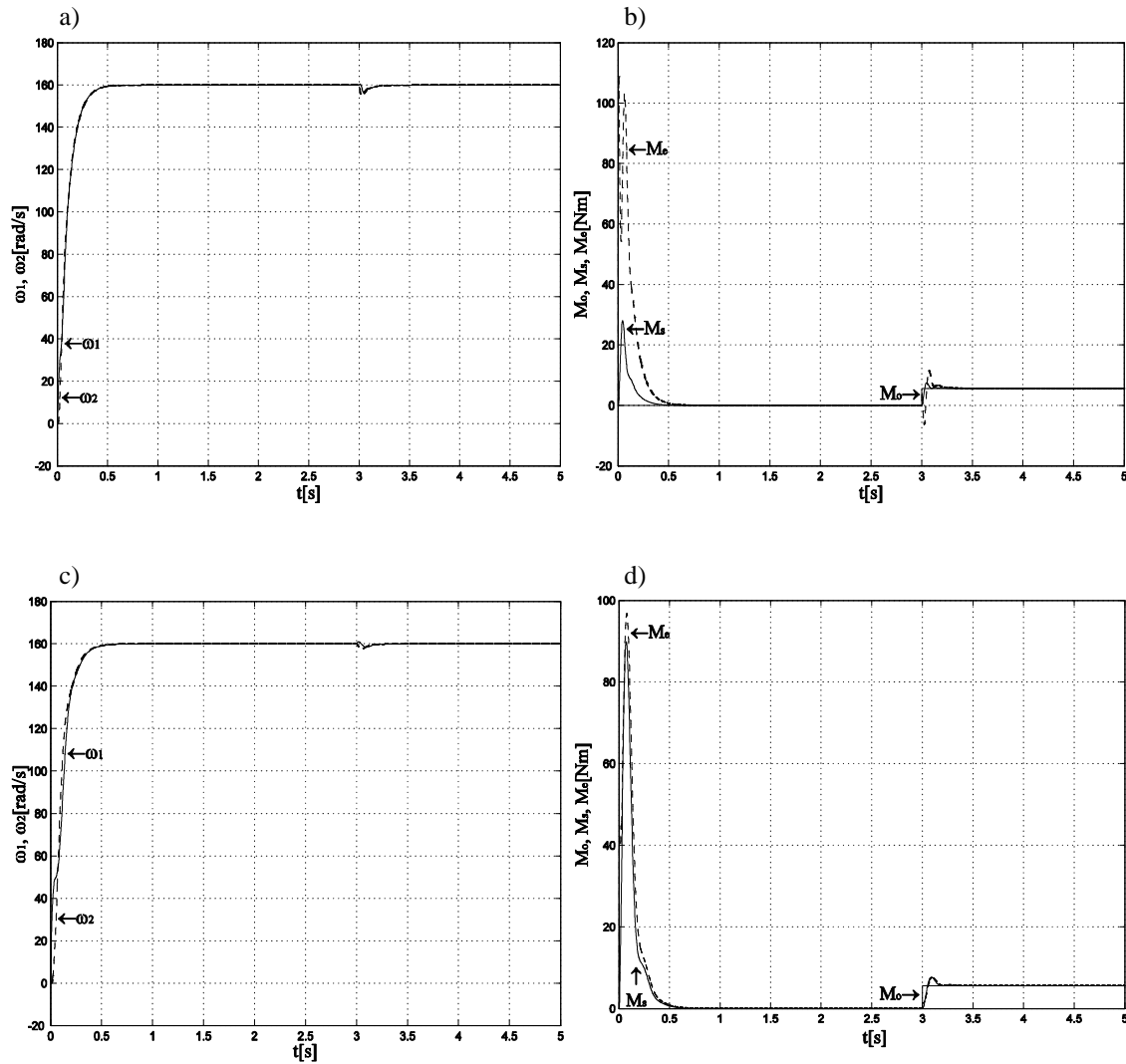
Oznacza to, że para (\tilde{Q}, \bar{A}) jest obserwowalna.

Model matematyczny (5.2) oraz wagi wskaźnika jakości (5.3) spełniają założenia (5.6) i (5.7), więc można rozwiązać numeryczny problem LQ dla różnego rozkładu mas: $J_1 > J_2$ oraz $J_1 < J_2$. Wyniki zamieszczono w tabeli 5.1.

Tabela 5.1

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	22.75	10.31	1.37	25.19	316.22
$J_1 < J_2$	16.81	20.02	1.44	12.47	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				

Badania symulacyjne przeprowadzono dla zadania rozruchu ($t=0$ s) i stabilizacji prędkości kątowej (obciążenie uderowe $M_o = M_N$ w chwili $t=5$ s), gdzie $M_o = M_N I(t-3)$.



Rys. 5.1. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla przypadku $J_1 > J_2$; c), d) dla $J_1 < J_2$

Zastosowanie regulatora LQ dla układu 2. masowego prowadzi do:

1. Wyrażnego zmniejszenia (w porównaniu do pracy układu otwartego) oscylacji prędkości oraz momentów dla wszystkich przypadków rozłożenia mas.
2. Poprawy dynamiki układu przy rozruchu jak i przy stabilizacji wielkości wyjściowej w_2 .
3. Wyeliminowania uchybu ustalonego prędkości w_1 oraz w_2 . Spadek prędkości maszyny roboczej w_2 (wielkości stabilizowanej) w momencie pojawienia się momentu obciążenia był największy dla $J_1 > J_2$. Wraz ze wzrostem momentu bezwładności J_2 uchyb ten ulegał zmniejszeniu.
4. Znacznego wzrostu wartości momentów elektromagnetycznego oraz skręcającego (poza wartości dopuszczalne) podczas rozruchu. Wraz ze wzrostem momentu bezwładności J_2 wartości te ulegały zwiększeniu.

W projektowaniu układów rzeczywistych uzyskanie informacji dotyczących wartości niektórych zmiennych stanów takich jak: moment skręcający M_s , moment obciążenia M_o czy prędkość maszyny roboczej w_2 wymaga zastosowania obserwatorów stanu i zakłócenia. Ponadto należy brać pod uwagę wysokie wartości momentów uzyskiwanych w drodze symulacji komputerowych, które dyskryminują bezpośrednio zastosowanie takiego układu w praktyce. Niemniej przeprowadzone symulacje pokazują widoczną poprawę jakościową uzyskanych przebiegów, a przytoczone niedogodności techniczne będą rozwiązywane w kolejnych etapach pracy.

Rozdział 6

Obserwator stanu i zakłócenia – podejście klasyczne

W rozdziale zaprezentowano budowę, dobór parametrów oraz badania symulacyjne obserwatora opracowanego przez prof. Tondosa (TO) [54],[102],[103], który został omówiony ogólnie w rozdziale 3.3.

6.1. Budowa obserwatora stanu i zakłócenia dla systemu ciągłego

Część mechaniczną modelu układu 2. masowego (1.3) opisuje następujący układ równań różniczkowych

$$\begin{cases} J_1 \dot{w}_1(t) = (M_e(t) - M_s(t)) - D w_1(t) + D w_2(t) \\ J_2 \dot{w}_2(t) = (M_s(t) - M_o(t)) + D w_1(t) - D w_2(t) \end{cases} \quad (6.1)$$

gdzie

$$M_s(t) = k_s (j_1(t) - j_2(t)) \quad (6.2)$$

Przekształcając układ równań (6.1) do postaci

$$\begin{cases} \dot{w}_1(t) = -\frac{D}{J_1} w_1(t) + \frac{D}{J_1} w_2(t) - \frac{k_s}{J_1} j_1(t) + \frac{k_s}{J_1} j_2(t) + \frac{1}{J_1} M_e(t) \\ \dot{w}_2(t) = \frac{D}{J_2} w_1(t) - \frac{D}{J_2} w_2(t) + \frac{k_s}{J_2} j_1(t) - \frac{k_s}{J_2} j_2(t) - \frac{1}{J_2} M_o(t) \end{cases} \quad (6.3)$$

Otrzymuje się równanie stanu układu 2. masowego, w którym zmiennymi stanu są: $w_1(t)$, $w_2(t)$, $j_1(t)$, $j_2(t)$

$$x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ j_1(t) \\ j_2(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = M_e(t), \quad w(t) = M_o(t)$$

natomiast macierze przyjmą postać

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & -\frac{k_s}{J_1} & \frac{k_s}{J_1} \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & \frac{k_s}{J_2} & -\frac{k_s}{J_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Mając dane równanie stanu (6.4) oraz zgodnie z (3.7) tworzy się obserwator stanu [54]

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{w}}_1(t) = -\frac{D}{J_1} \hat{w}_1(t) + \frac{D}{J_1} \hat{w}_2(t) - \frac{k_s}{J_1} \hat{f}_1(t) + \frac{k_s}{J_1} \hat{f}_2(t) + \frac{1}{J_1} M_e(t) + \frac{H}{J_1} (w_1(t) - \hat{w}_1(t)) \\ \dot{\hat{w}}_2(t) = \frac{D}{J_2} \hat{w}_1(t) - \frac{D}{J_2} \hat{w}_2(t) + \frac{k_s}{J_2} \hat{f}_1(t) - \frac{k_s}{J_2} \hat{f}_2(t) - \frac{1}{J_2} \hat{M}_o(t) \end{array} \right\} \quad (6.5)$$

Forma macierzowa obserwatora stanu przedstawia się następująco

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} \hat{w}_1(t) \\ \hat{w}_2(t) \\ \hat{f}_1(t) \\ \hat{f}_2(t) \end{bmatrix}, y(t) = w_1(t), u(t) = M_e(t), \hat{w}(t) = \hat{M}_o(t)$$

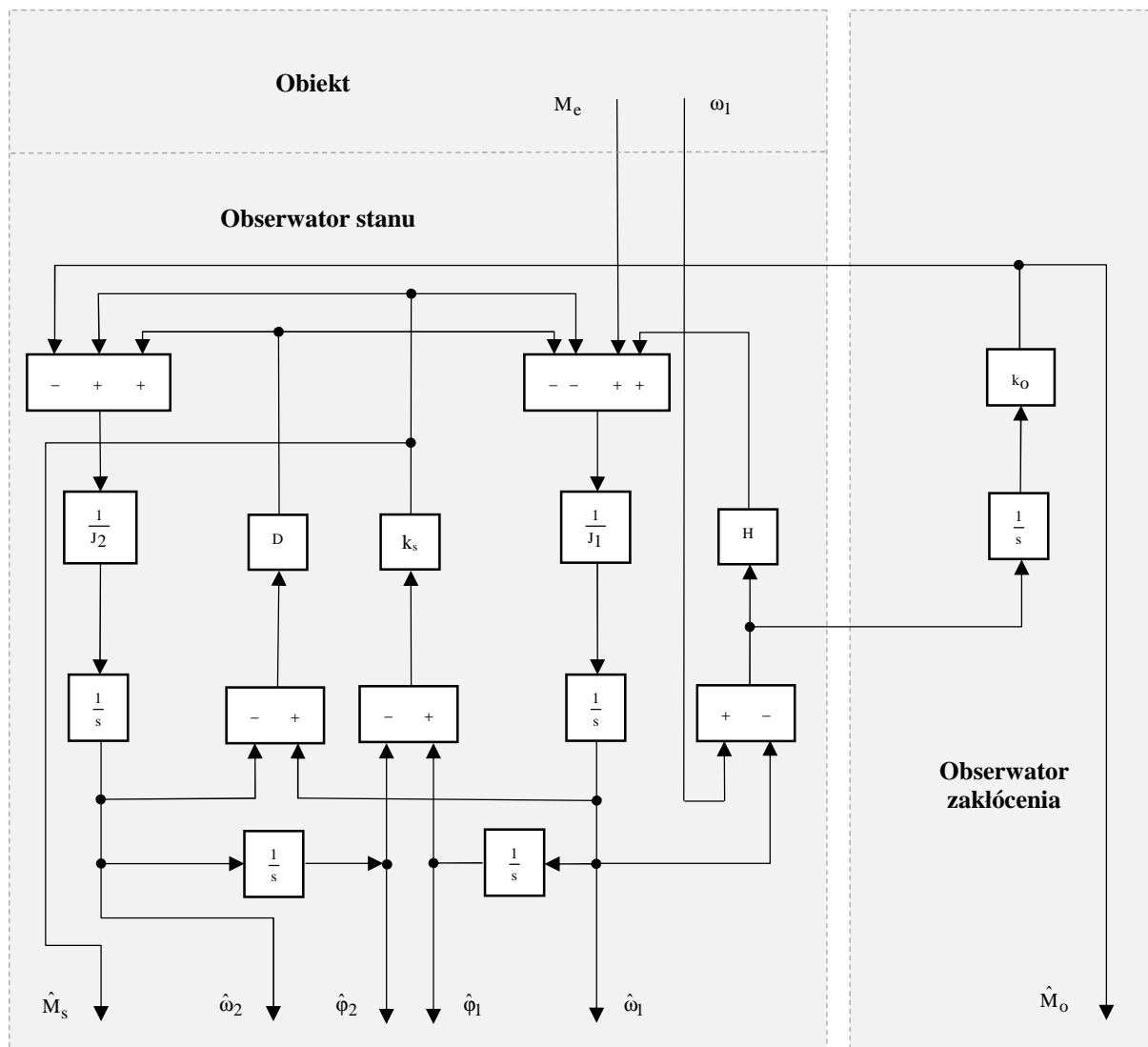
$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & -\frac{k_s}{J_1} & \frac{k_s}{J_1} \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & \frac{k_s}{J_2} & -\frac{k_s}{J_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{G}_s = \begin{bmatrix} \frac{H}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\tilde{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

gdzie obserwator zakłócenia (3.8)

$$\dot{\hat{M}}_o(t) = g_1 (w_1(t) - \hat{w}_1(t)) \quad (6.7)$$

przy $g_1 = -k_o$.



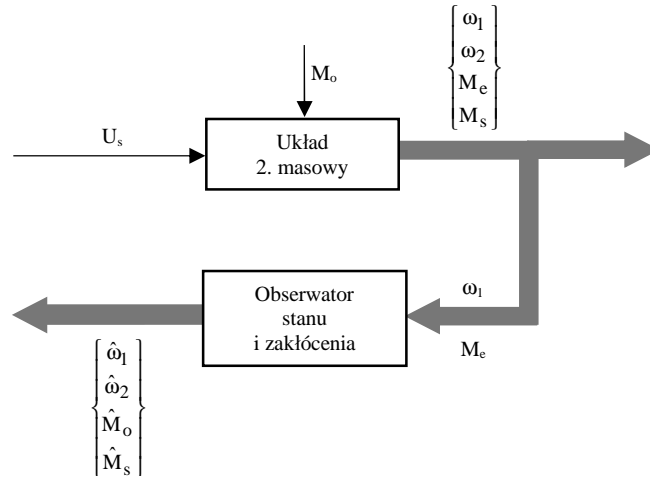
Rys. 6.1. Schemat blokowy pełnego obserwatora stanu oraz obserwatora zakłócenia

Zaproponowany obserwator stanu i zakłócenia (rys. 6.1) umożliwia estymację wszystkich zmiennych stanu oraz momentu obciążenia traktowanego jako zakłócenie zewnętrzne, wymagając jedynie pomiaru dwóch wielkości to znaczy: momentu elektromagnetycznego M_e oraz prędkości silnika w_1 . Oznacza to, że jest to obserwator pełnego rzędu. Przy w pełni zidentyfikowanym obiekcie jedynymi niewiadomymi, które są niezbędne do konstrukcji obserwatorów są elementy macierzy \tilde{G}_s i \tilde{G}_z , czyli współczynniki g_{11} oraz g_1 . Szczegółowy dobór wartości tych współczynników dla dwóch przypadków rozłożenia mas został opracowany w pracy [54]. Z wyników symulacji wynika, że odpowiednimi wartościami są: dla g_{11} wzmacnienie $H=1.5$ natomiast dla $g_1=k_o=-15$ (podobieństwo do metody Zieglera-Nicholsa).

Wyprowadzone zależności analityczne (6.1-6.7) posłużyły do zaprojektowania w pakiecie MATLAB-SIMULINK obserwatora stanu i zakłócenia. Celem symulacji jest przedstawienie poprawności odtwarzania wybranych wielkości fizycznych badanego układu jak również zastosowanie obserwatorów w układach regulacji.

6.2. Obserwator w otwartym układzie regulacji

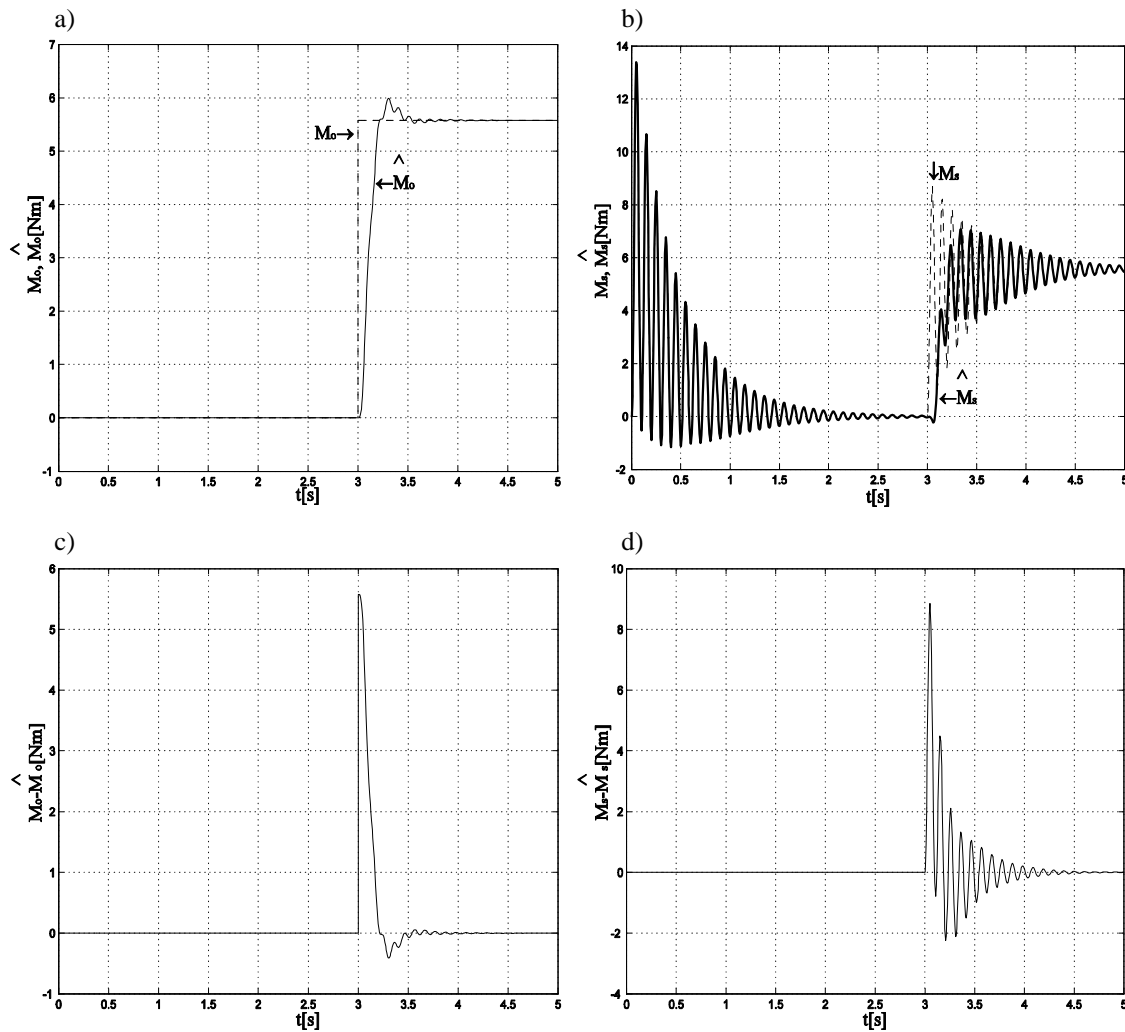
Badania symulacyjne przeprowadzono w układzie jak na rys. 6.2, dla dwóch przypadków rozłożenia mas: $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$. Wykonano rozruch do prędkości 160 rad/s a następnie obciążono układ zewnętrznym momentem obciążenia o wartości znamionowej M_N . Dla obserwatorów zmiennych stanu i zakłócenia przyjęto następujące wartości wzmocnień: $H=1.5$, $k_o=-15$ [54].



Rys. 6.2. Obserwator stanu i zakłócenia w otwartym układzie regulacji

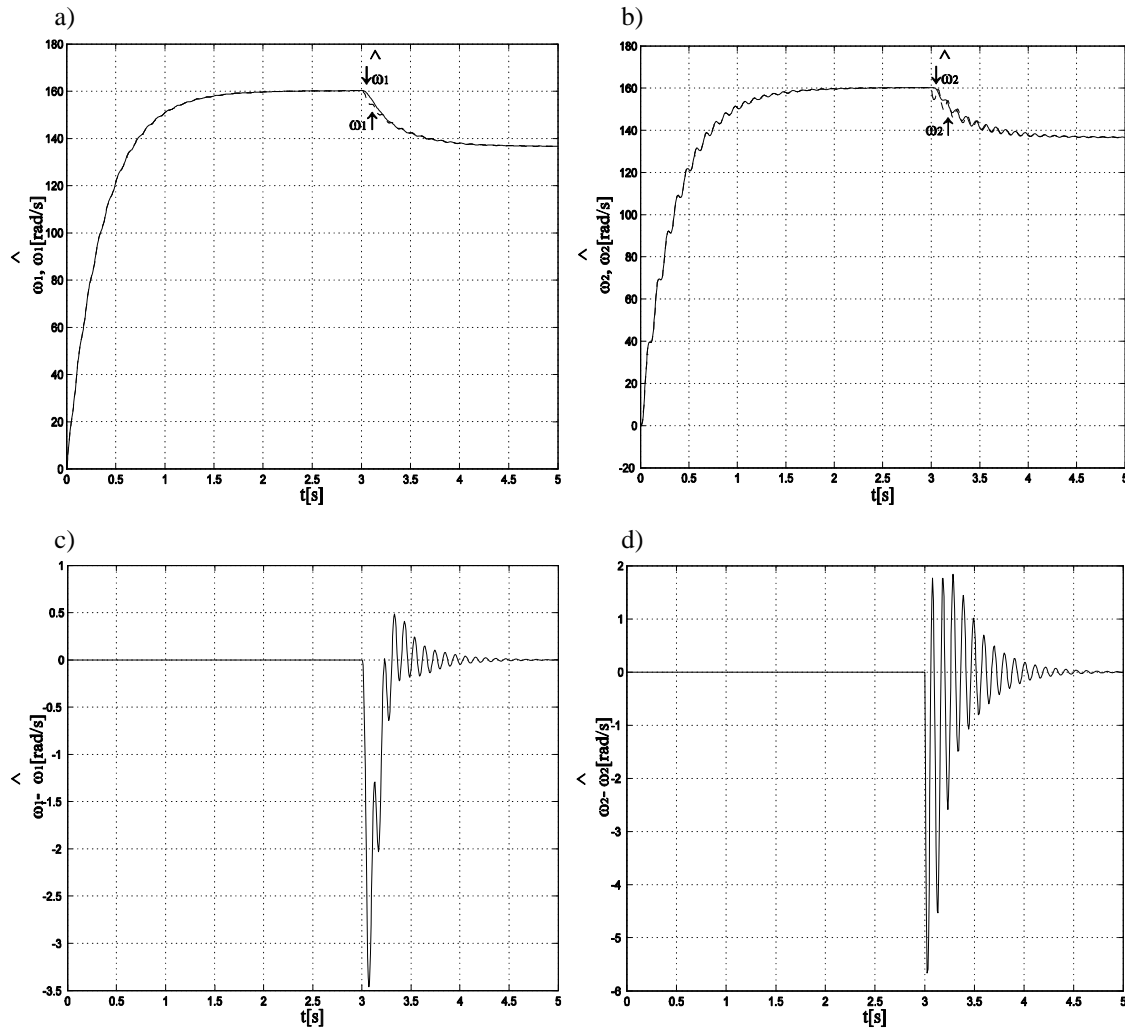
W poniższych symulacjach porównano rzeczywiste wielkości układu 2. masowego takie jak: M_o , M_s , w_1 , w_2 z wielkościami odtworzonymi tj.: \hat{M}_o , \hat{M}_s , \hat{w}_1 , \hat{w}_2 .

Na rys. 6.3 dokonano porównania momentów: obciążenia (M_o, \hat{M}_o) i skręcającego (M_s, \hat{M}_s).



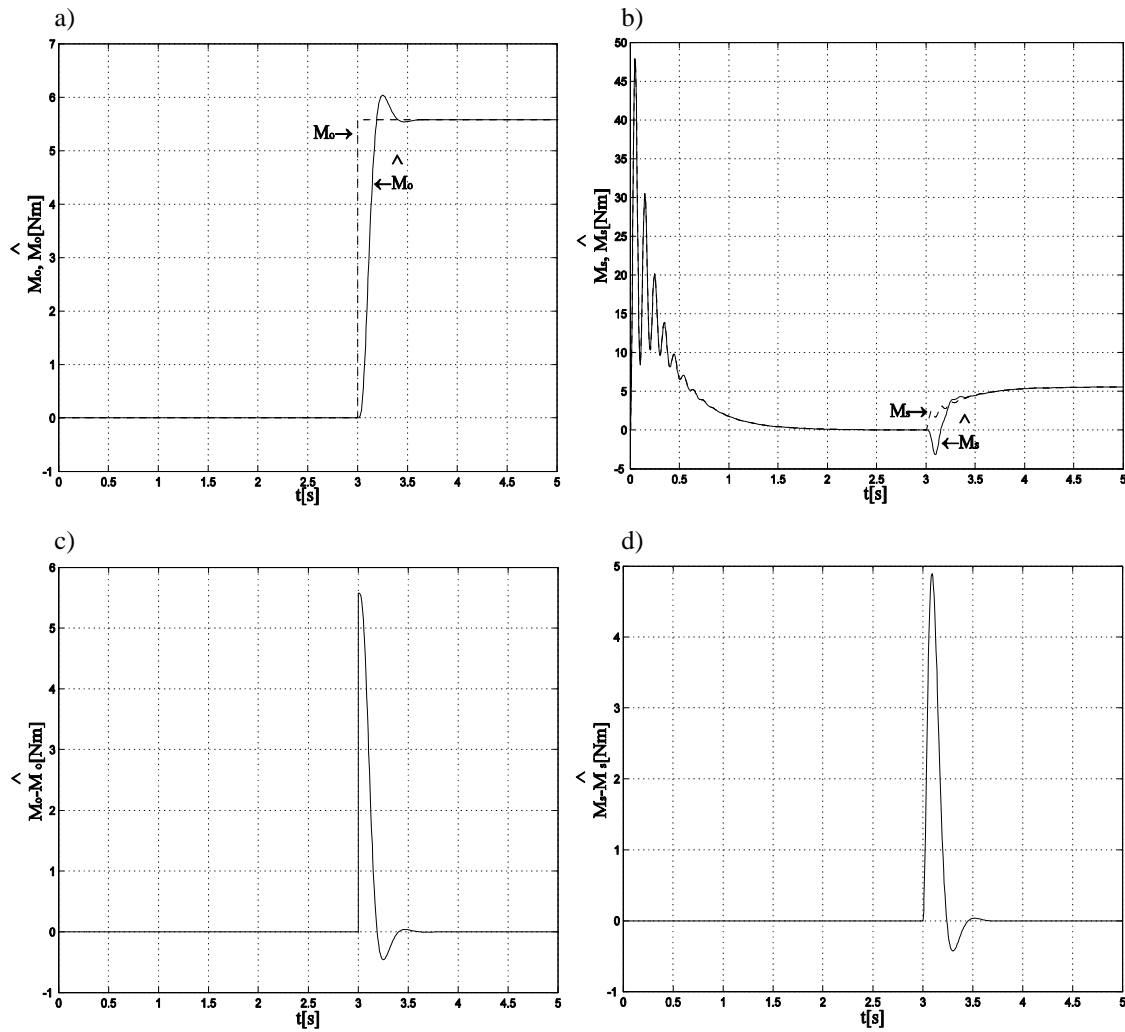
Rys. 6.3. Przebiegi momentów rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 > J_2$: (a) M_o i \hat{M}_o , (b) M_s i \hat{M}_s , (c) $M_o - \hat{M}_o$, (d) $M_s - \hat{M}_s$ (z obserwatorem TO w otwartym układzie regulacji)

Na rys. 6.4 przedstawiono porównanie prędkości (wyniki badań symulacyjnych): silnika (w_1, \hat{w}_1) oraz maszyny roboczej (w_2, \hat{w}_2).



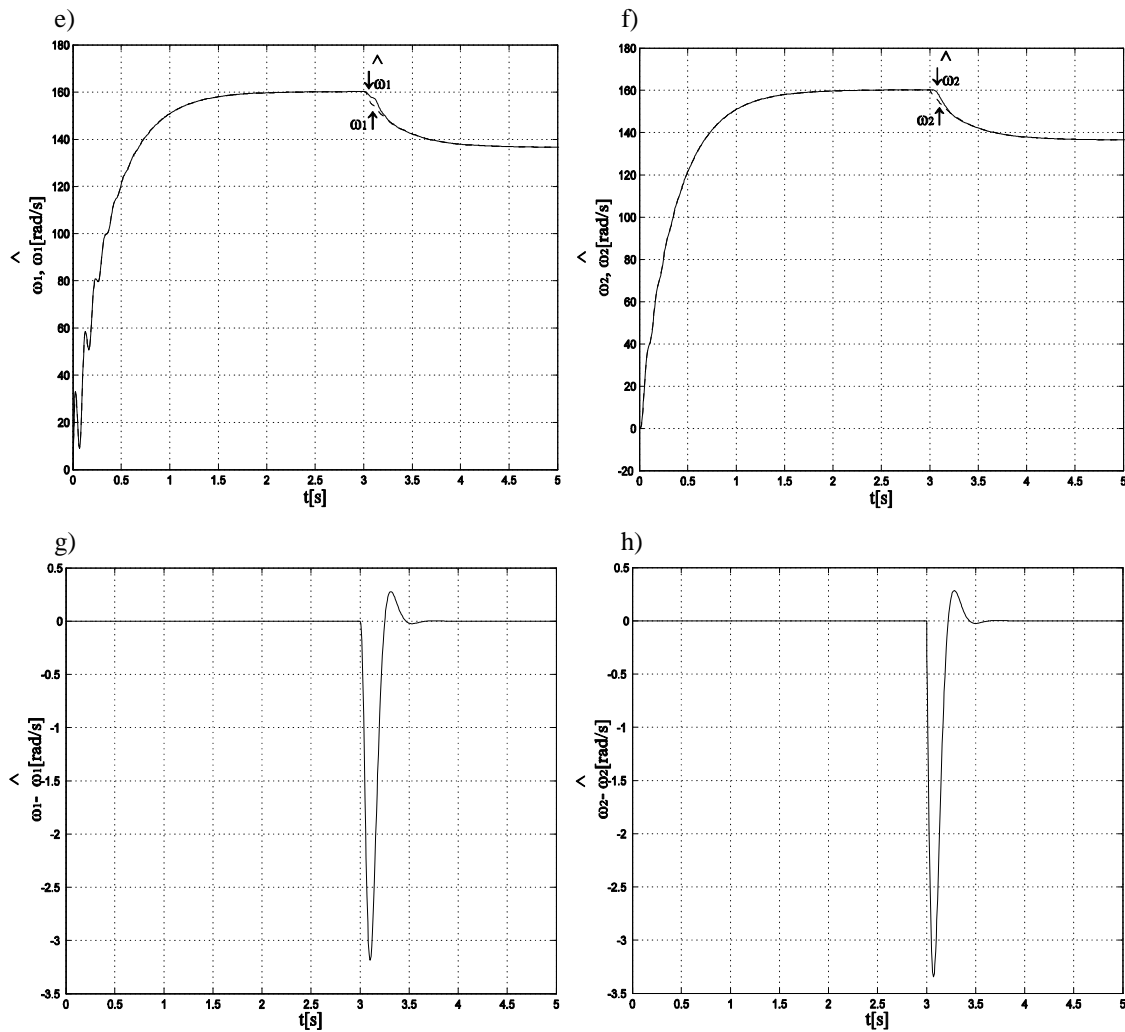
Rys. 6.4. Przebiegi prędkości kątowych rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 > J_2$: (a) w_1 i \hat{w}_1 , (b) w_2 i \hat{w}_2 , (c) $w_1 - \hat{w}_1$, (d) $w_2 - \hat{w}_2$ (z obserwatorem TO w otwartym układzie regulacji)

Takie same symulacje wykonano dla $J_1 < J_2$. Na rys. 6.5 przedstawiono przebiegi momentów.



Rys. 6.5. Przebiegi momentów rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 < J_2$: (a) M_o i \hat{M}_o , (b) M_s i \hat{M}_s , (c) $M_o - \hat{M}_o$, (d) $M_s - \hat{M}_s$ (z obserwatorem TO w otwartym układzie regulacji)

Na rys. 6.6 przedstawiono przebiegi prędkości.



Rys. 6.6. Przebiegi prędkości kątowych rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 < J_2$: (a) w_1 i \hat{w}_1 , (b) w_2 i \hat{w}_2 , (c) $w_1 - \hat{w}_1$, (d) $w_2 - \hat{w}_2$ (z obserwatorem TO w otwartym układzie regulacji)

Zastosowany obserwator stanu i zakłócenia TO cechował się następującymi właściwościami:

1. Poprawnie odtwarzał kształt wybranych wielkości fizycznych symulowanego obiektu.
2. Rekonstrukcja wybranych przebiegów odbywała się z opóźnieniem wynikającym z faktu, iż moment obciążenia w zastosowanym obserwatorze jest odtwarzany na podstawie modelu dynamicznego 4. rzędu [54],[103],[104].
3. Odtworzony moment obciążenia oraz zmienne stanu różnią się od wielkości rzeczywistych w stanach dynamicznych, są takie same jak rzeczywiste w stanach ustalonych.
4. Ponadto wraz ze wzrostem momentu bezwładności maszyny roboczej J_2 ulegają zmniejszeniu oscylacje różnicy wielkości rzeczywistych i odtworzonych oraz czas ich występowania ulega skróceniu.

6.3. Obserwator w zamkniętym układzie regulacji

Symulacje wykonano w układzie jak na rys. 4.7 dla rozruchu do prędkości 160 rad/s oraz zewnętrznego momentu obciążenia o wartości znamionowej M_N . W optymalizacji proporcjonalno-całkowego regulatora LQ wykorzystano model systemu rozszerzonego w postaci (2.29), gdzie odpowiednie macierze określone są w postaci (5.2), a wskaźnik jakości został przyjęty jako (5.3). Dla napędu N1 (dodatek) i systemu (2.29) para (\bar{A}, \bar{B}) jest sterowalna, a para (\tilde{Q}, \bar{A}) obserwowalna. Rozwiązanie problemu LQ (regulator K (2.30)) jest więc jednoznaczne.

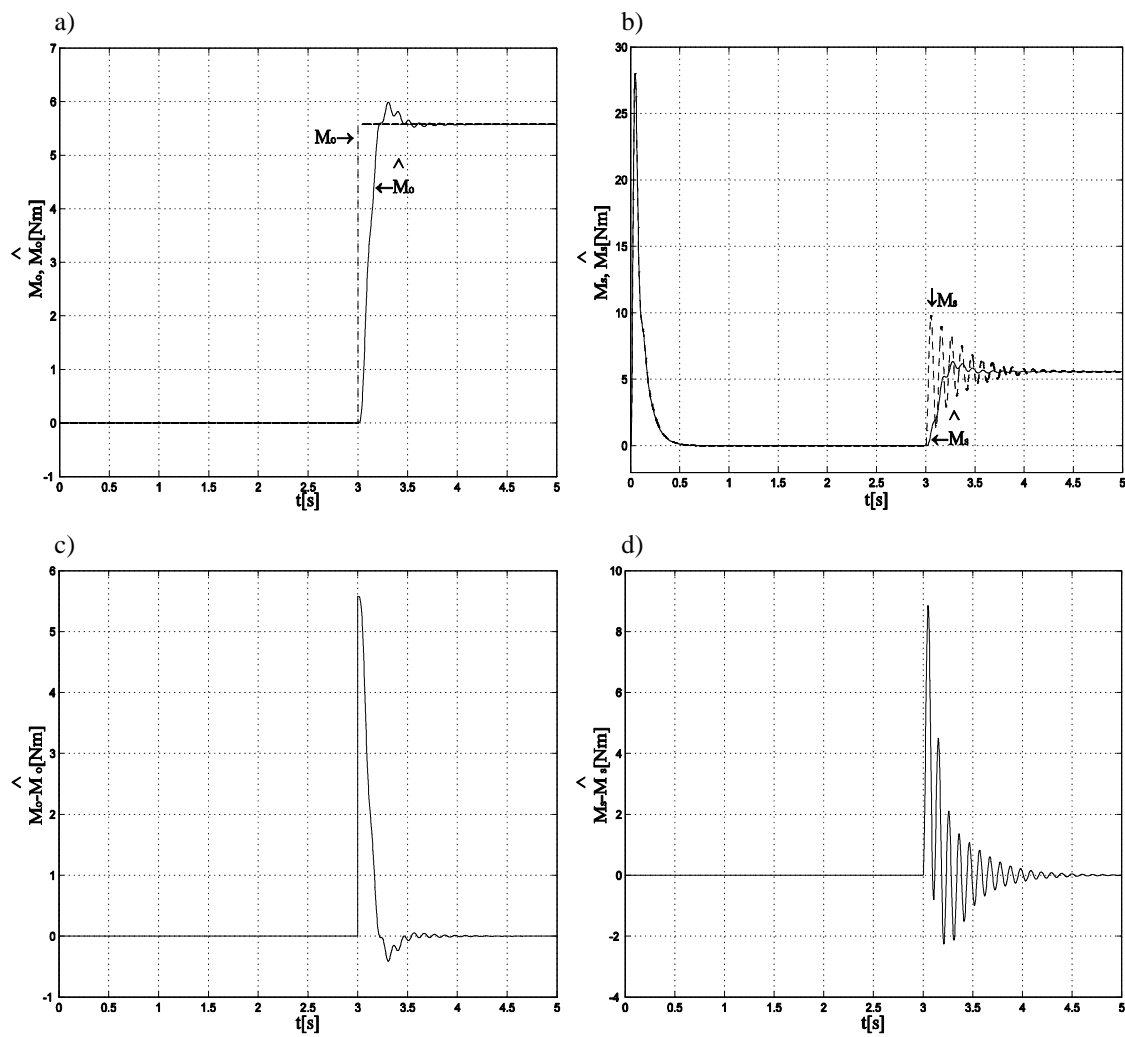
Dla obserwatora (6.5) przyjęto następujące wartości wzmocnień: $H=1.5$, $k_o=-15$ [54]. Parametry regulatora LQ zostały zamieszczone w tabeli 6.1.

Tabela 6.1

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	22.75	10.31	1.37	25.19	316.22
$J_1 < J_2$	16.81	20.02	1.44	12.47	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_i	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				

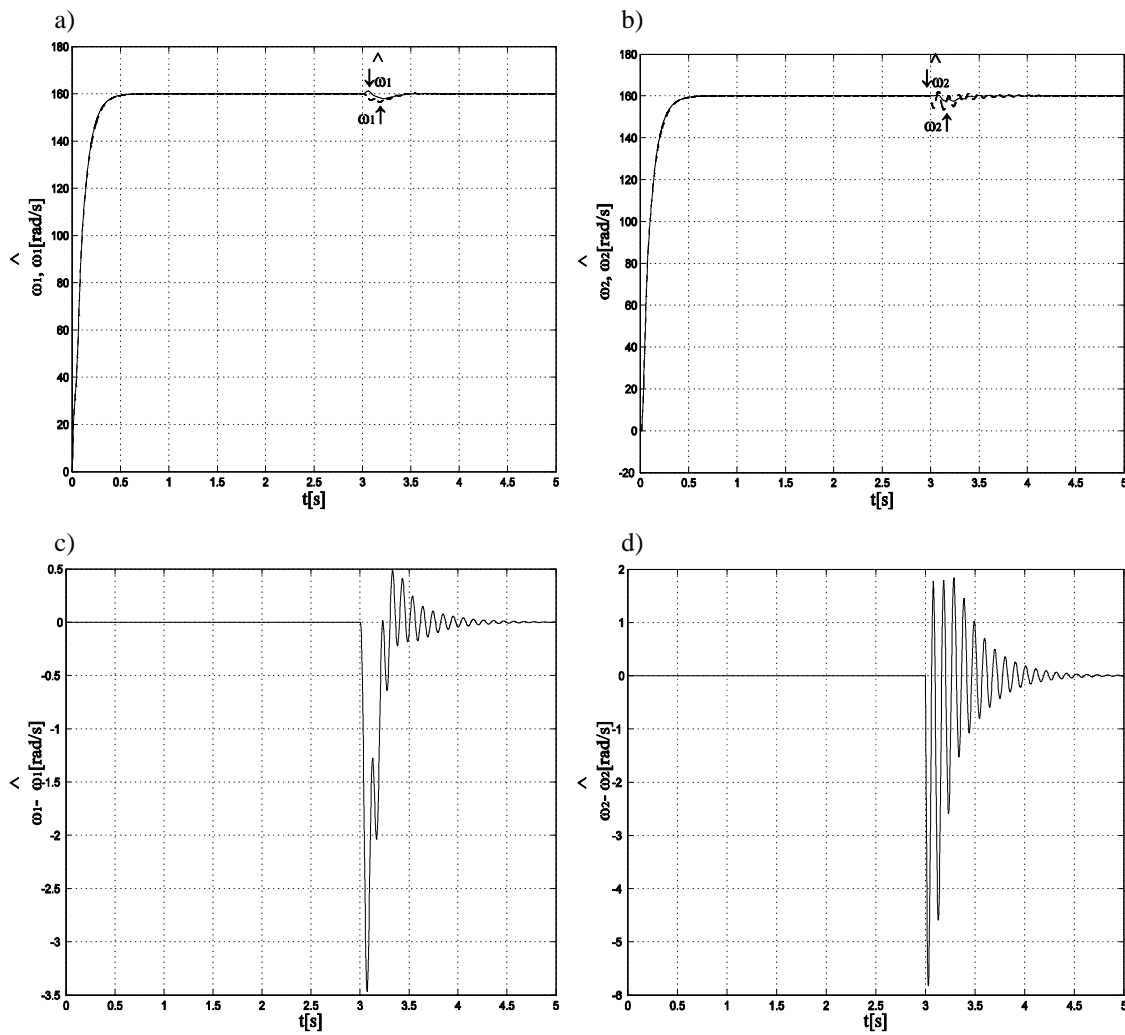
W symulacjach porównano wielkości układu 2. masowego takie jak: M_o, M_s, w_1, w_2 z wielkościami odtworzonymi tj.: $\hat{M}_o, \hat{M}_s, \hat{w}_1, \hat{w}_2$.

Na rys. 6.7 dokonano porównania momentów: obciążenia (M_o, \hat{M}_o) i skręcającego (M_s, \hat{M}_s).



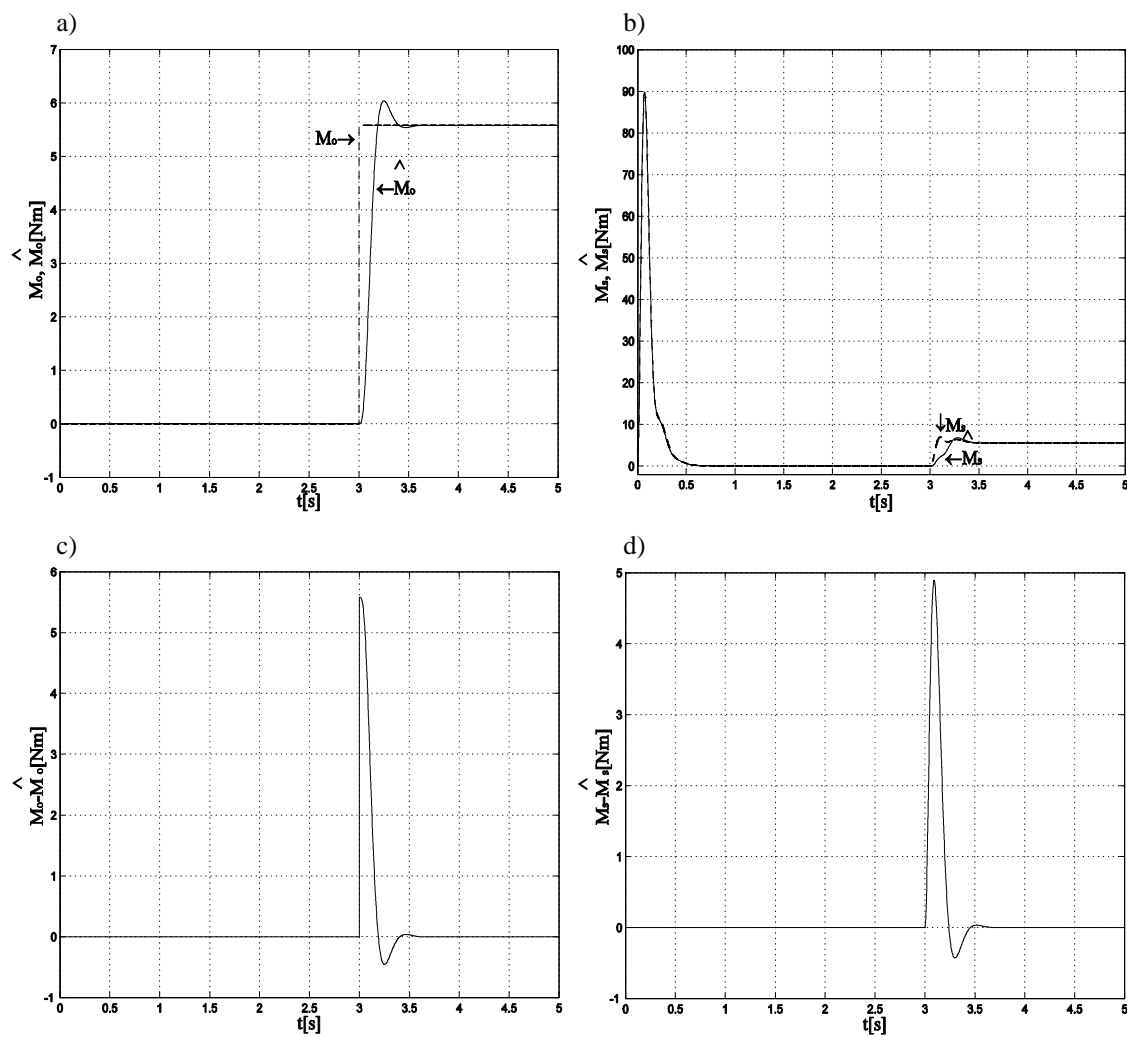
Rys. 6.7. Przebiegi momentów rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 > J_2$: (a) M_o i \hat{M}_o , (b) M_s i \hat{M}_s , (c) $M_o - \hat{M}_o$, (d) $M_s - \hat{M}_s$ (z obserwatorem TO w zamkniętym układzie regulacji)

Na rys. 6.8 przedstawiono porównanie prędkości: silnika (w_1, \hat{w}_1) oraz maszyny roboczej (w_2, \hat{w}_2).



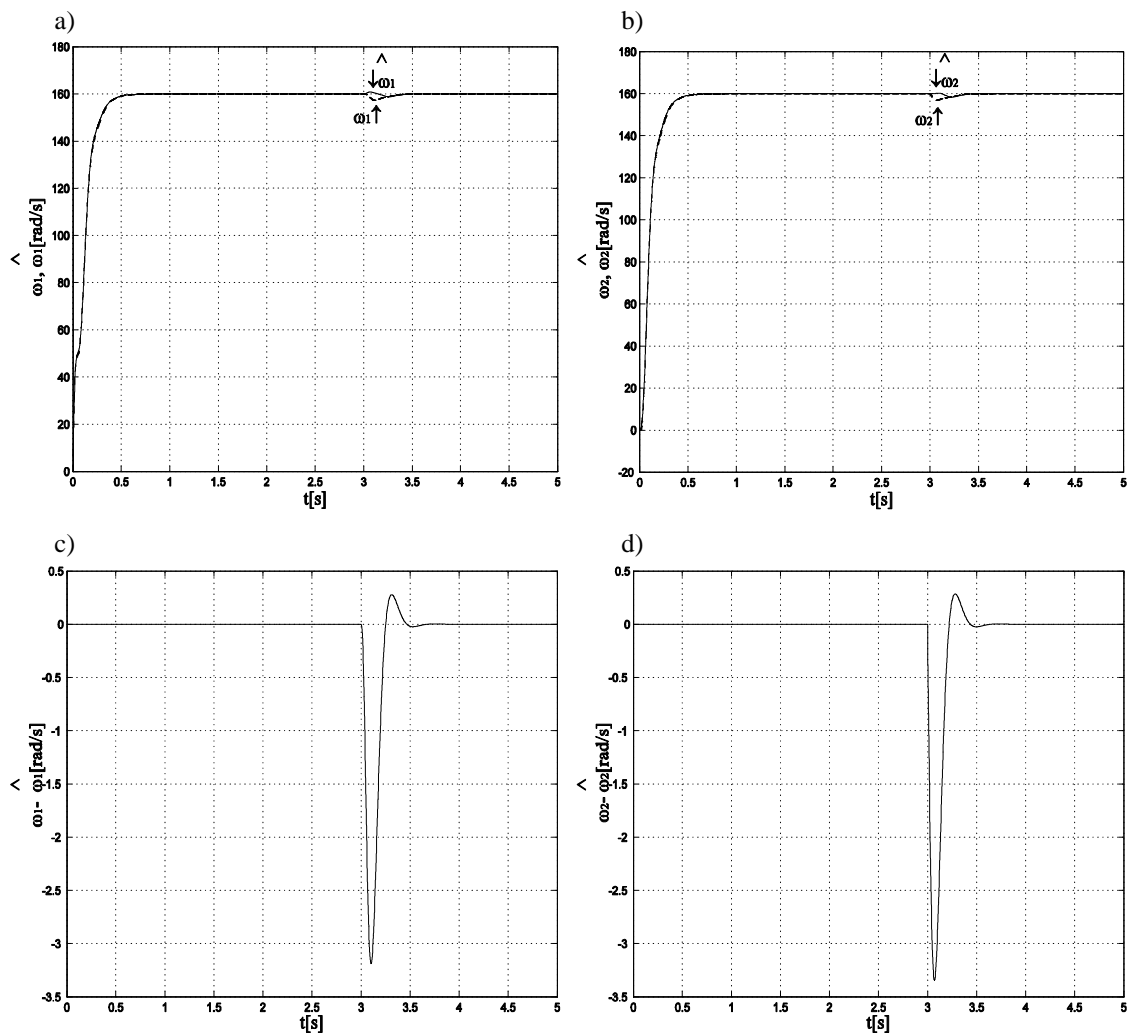
Rys. 6.8. Przebiegi prędkości kątowych rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 > J_2$: (a) w_1 i \hat{w}_1 , (b) w_2 i \hat{w}_2 , (c) $w_1 - \hat{w}_1$, (d) $w_2 - \hat{w}_2$ (z obserwatorem TO w zamkniętym układzie regulacji)

Takie same symulacje wykonano dla $J_1 < J_2$. Na rys. 6.9 przedstawiono przebiegi momentów.



Rys. 6.9. Przebiegi momentów rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 < J_2$: (a) M_o i \hat{M}_o , (b) M_s i \hat{M}_s , (c) $M_o - \hat{M}_o$, (d) $M_s - \hat{M}_s$ (z obserwatorem TO w zamkniętym układzie regulacji)

Na rys. 6.10 przedstawiono porównawcze przebiegi prędkości kątowych.

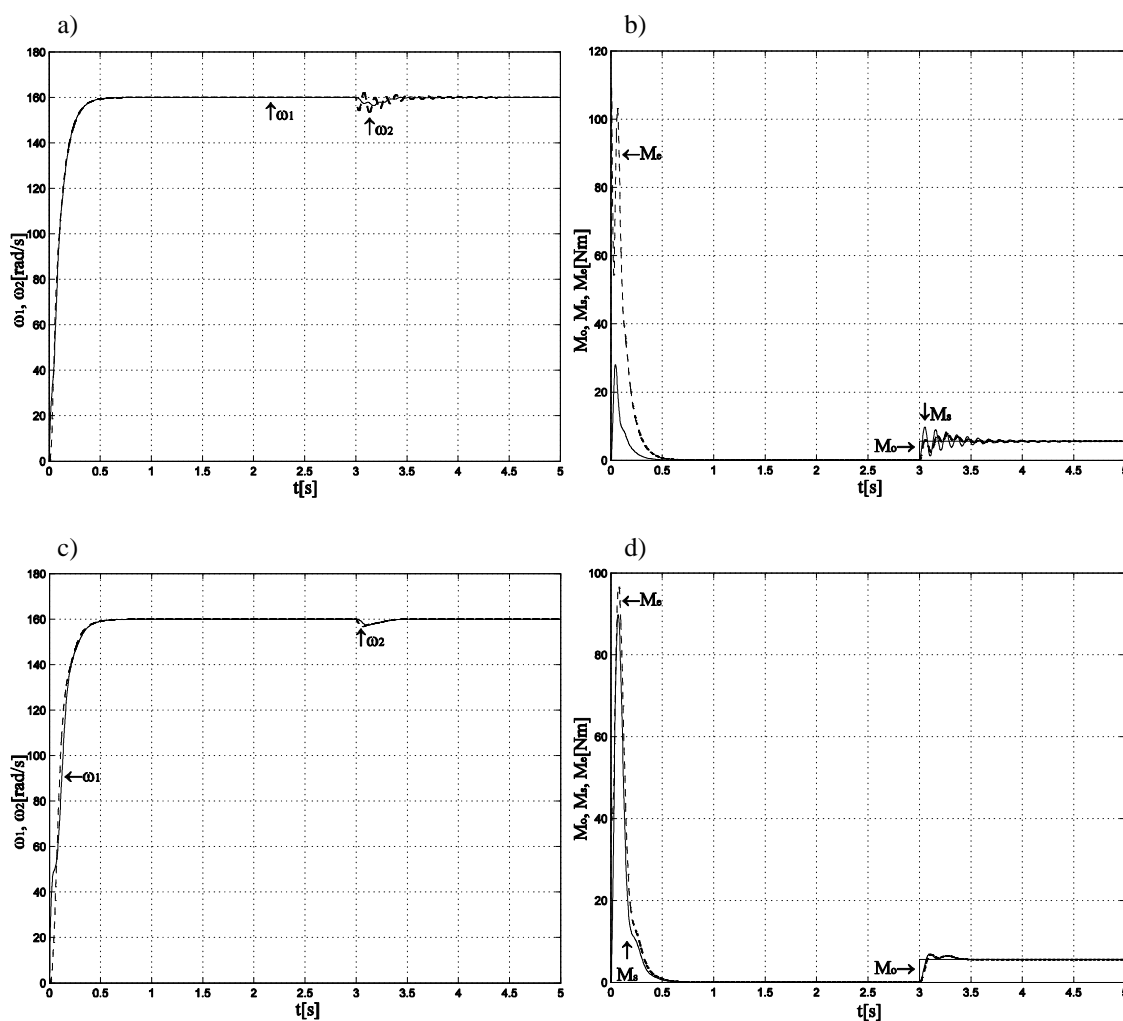


Rys. 6.10. Przebiegi prędkości kątowych rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 < J_2$: (a) w_1 i \hat{w}_1 , (b) w_2 i \hat{w}_2 , (c) $w_1 - \hat{w}_1$, (d) $w_2 - \hat{w}_2$ (z obserwatorem TO w zamkniętym układzie regulacji)

Zastosowany w pętli sprzężenia zwrotnego z regulatorem LQ obserwator stanu i zakłócenia TO charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Poprawnie odtwarzał kształt wybranych przebiegów symulowanego obiektu.
2. Rekonstruowane wielkości były odtwarzane z pewnym opóźnieniem w stosunku do wielkości rzeczywistych.
3. Dla mniejszych wartości momentu bezwładności J_2 ($J_1 > J_2$) można zauważyć oscylacje w przebiegach różnicy wielkości rzeczywistej a odtwarzanej, które zanikają wraz ze wzrostem momentu J_2 .
4. Obserwator bardzo dobrze radził sobie w stanach ustalonych gorzej natomiast w stanach dynamicznych. Różnice pomiędzy wielkościami rzeczywistymi a odtworzonymi były takie same jak w układzie otwartym.
5. Większe wartości momentu skręcającego oraz jego mniejsza częstotliwość oscylacji w porównaniu do układu otwartego są wynikiem zastosowania regulatora LQ w układzie regulacji.

W końcowym etapie symulacji zestawiono przebiegi wielkości rzeczywistych tzn. modelu matematycznego symulowanego obiektu (rys. 6.11).



Rys. 6.11. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 oraz momentu elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s , oraz obciążenia M_o dla $J_1 < J_2$: (a), (b) dla $J_1 > J_2$: (c), (d)

Z analizy powyższego zestawienia wynika, że:

1. Zastosowanie obserwatorów znacząco nie wpłynęło na pogorszenie dynamiki układu podczas rozruchu (w porównaniu do układu z bezpośrednim sprzężeniem zwrotnym). Przy stabilizacji wielkości wyjściowej spadek prędkości maszyny roboczej w_2 uległ zwiększeniu i był największy dla $J_1 > J_2$. Wraz ze wzrostem momentu bezwładności J_2 uchyb ten ulegał zmniejszeniu.
2. Pojawiły się oscylacje w przebiegach: prędkości w_2 , momentu skręcającego M_s oraz silnika M_e w chwili obciążenia napędu momentem mechanicznym. Największe oscylacje występują dla $J_1 > J_2$ i ulegają zanikowi wraz ze wzrostem J_2 ($J_1 < J_2$).

Rozdział 7

Układ sterowania z podrzędnym regulatorem prądu

W rozdziale przedstawiono układ sterowania z podrzędnym regulatorem prądu twornika, obserwatorem TO (rozdział 6) i nadrzędnym regulatorem prędkości (rozdział 5). W rozdziale 7.1 zaprezentowano model napędu z regulatorem prądu, a w 7.2 wyniki optymalizacji regulatora LQ i przebiegi uzyskane podczas badań symulacyjnych.

7.1. Model napędu z regulatorem prądu

Struktura układu regulacji z zastosowaniem regulatora prądu została przedstawiona w rozdziale 4. Użycie regulatora prądu typu PI wymusiło modyfikacje w obwodzie regulacji prądu silnika wg rys. 4.2. Dlatego też, system rozszerzony o regulator całkujący prędkości (podobnie jak w rozdziale 5.1) i uwzględniający zastosowany regulator prądu przyjmie następującą postać

$$x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ I_s(t) \\ M_s(t) \\ j_2(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = w_2(t), \quad u(t) = U_s(t)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & \frac{y_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & 0 \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & 0 & \frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_z}{b} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

gdzie

$$\bar{C} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad j_2(t) = w_2(t)$$

7.2. Badania symulacyjne

Badania symulacyjne przeprowadzono w układzie jak na rys. 4.8, dla dwóch przypadków rozłożenia mas napędu tj. $J_1 > J_2$ oraz $J_1 < J_2$. Po wykonaniu rozruchu do prędkości 160 rad/s, obciążono układ zewnętrznym momentem mechanicznym o wartości znamionowej M_N .

Zgodnie z rys. 4.2 wprowadzono następujące ograniczenia sygnałów:

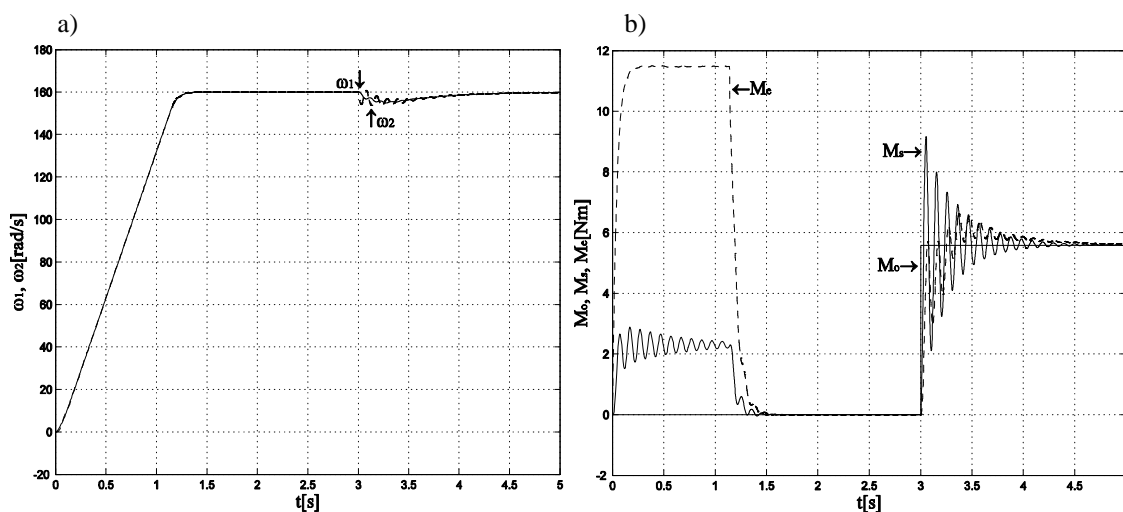
- napięcie zadające u_z zostało ograniczone do wartości $\pm u_{z0}$;
- napięcie integratora regulatora prądu w zakresie do ± 10 V;
- napięcie wejściowe przekształtnika U_s w zakresie do ± 10 V.

Dla obserwatora TO zmiennych stanu i zakłócenia (omówionego w rozdziale 6) przyjęto następujące wartości wzmocnień: $H=1.5$, $k_o=-15$.

Parametry obwodów regulacji dla $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$ zostały zamieszczone w tabeli 7.1 oraz 7.2. Wyniki badań symulacyjnych przedstawiono na rys. 7.1 i 7.2.

Tabela 7.1

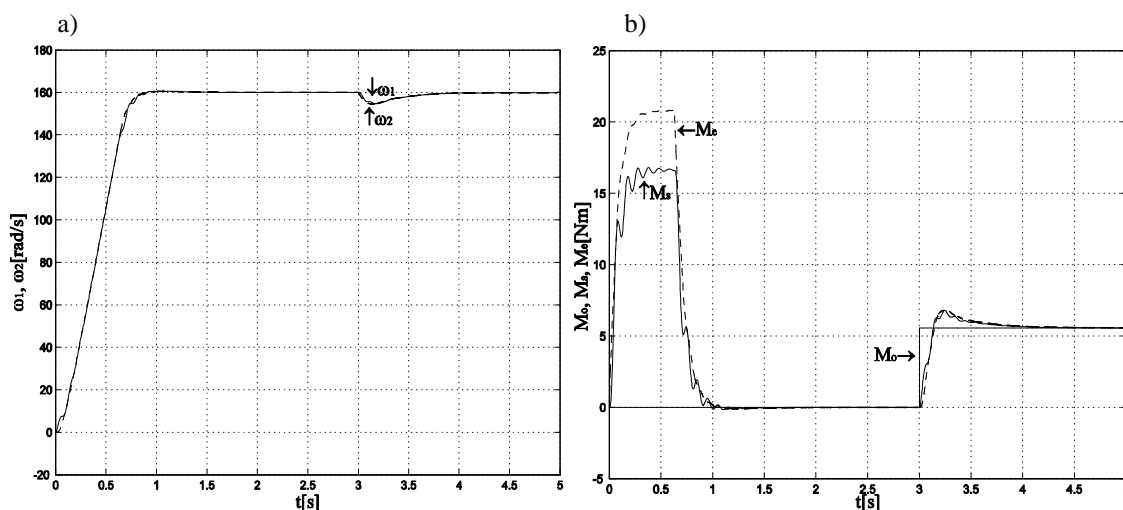
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	258.11	-61.19	122.62	77.84	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 31000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	± 7.77 V				



Rys. 7.1. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 > J_2$

Tabela 7.2

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 < J_2$	42.67	82.35	99.98	8.75	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	± 15.88 V				



Rys. 7.2. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracającego M_s , oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 < J_2$

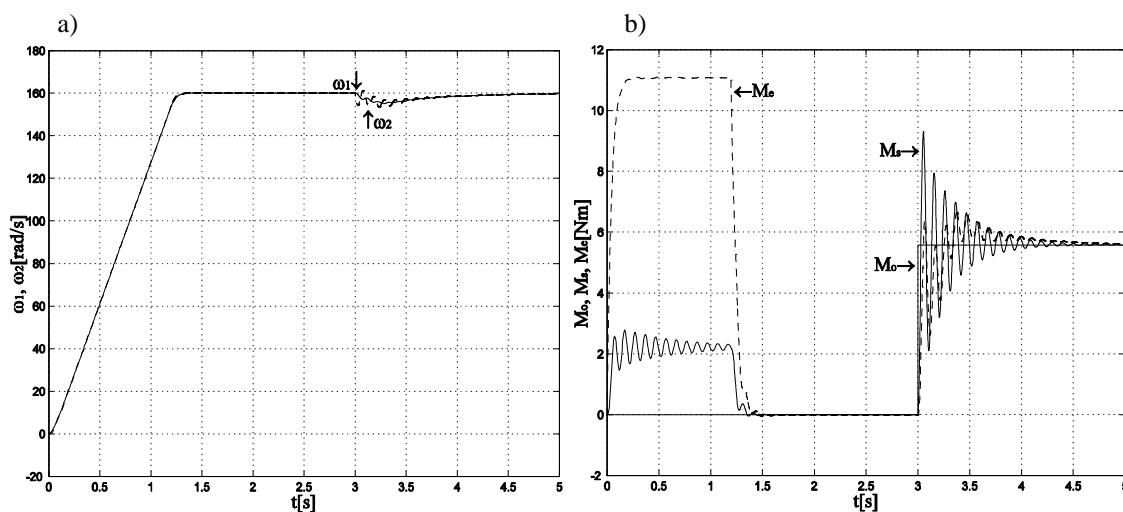
W przeprowadzonych symulacjach można odnaleźć pewne prawidłowości dotyczące charakteru zmian przebiegów wraz ze zmianą (zwiększaniem) momentu bezwładności J_2 , które były opisywane w poprzednich rozdziałach. Na uwagę zasługuje jednak fakt, że pomimo zastosowania regulatora prądu typu PI (rys. 4.8) oraz ograniczenia sygnału zadającego u_{z0} , wartość prądu podczas rozruchu została przekroczona ponad poziom dopuszczalny. Dzieje się tak, ponieważ nieobciążony układ 2. masowy i tak powoduje generowanie momentu skracającego, który obciąża silnik i w związku z tym regulator prądu PI nie zapewnia astatyzmu zamkniętego układu regulacji prądu twornika [77],[86]. Pojawia się przekroczenie wartości prądu dopuszczalnego, tym większe im większa jest wartość J_2 .

Aby wartość prądu nie przekroczyła poziomu dopuszczalnego, sygnał zadający u_z dla wszystkich przypadków rozłożenia mas ($J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$) dobrano na drodze symulacji komputerowych $u_{z0} = \pm 7.5$ V.

Parametry obwodów regulacji wraz z przebiegami symulacyjnymi zostały zamieszczone w tabelach 7.3, 7.4 i rys. 7.3, 7.4.

Tabela 7.3

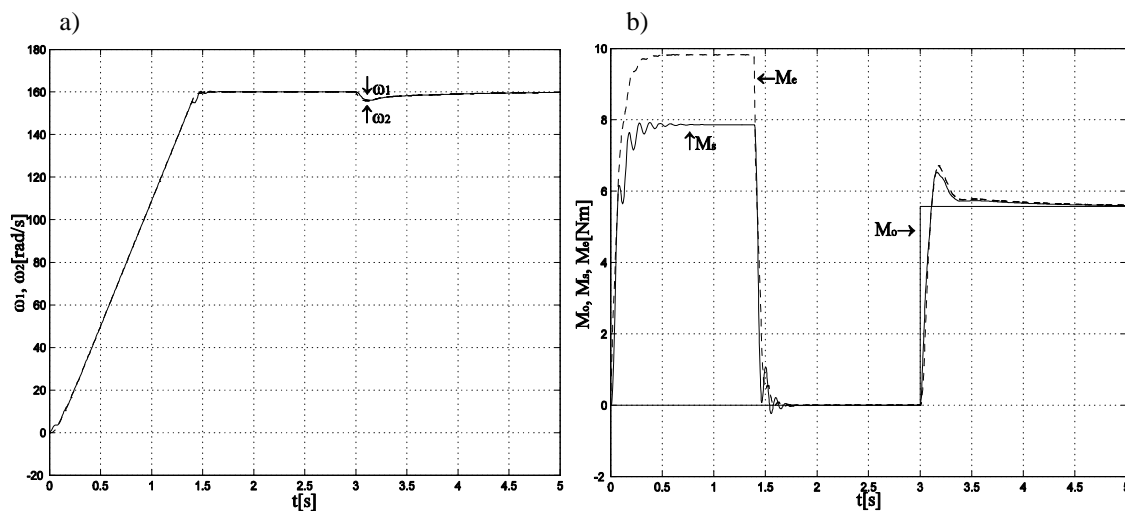
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	262.54	-59.29	89.91	107.34	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 35000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	± 7.5 V				



Rys. 7.3. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 > J_2$ ($u_{z0} = \pm 7.5$ V)

Tabela 7.4

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 < J_2$	78.35	159.87	90.84	35.29	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	± 7.5 V				



Rys. 7.4. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s oraz obciążenia M_o (b) $J_1 < J_2$ ($u_{z0} = \pm 7.5$ V)

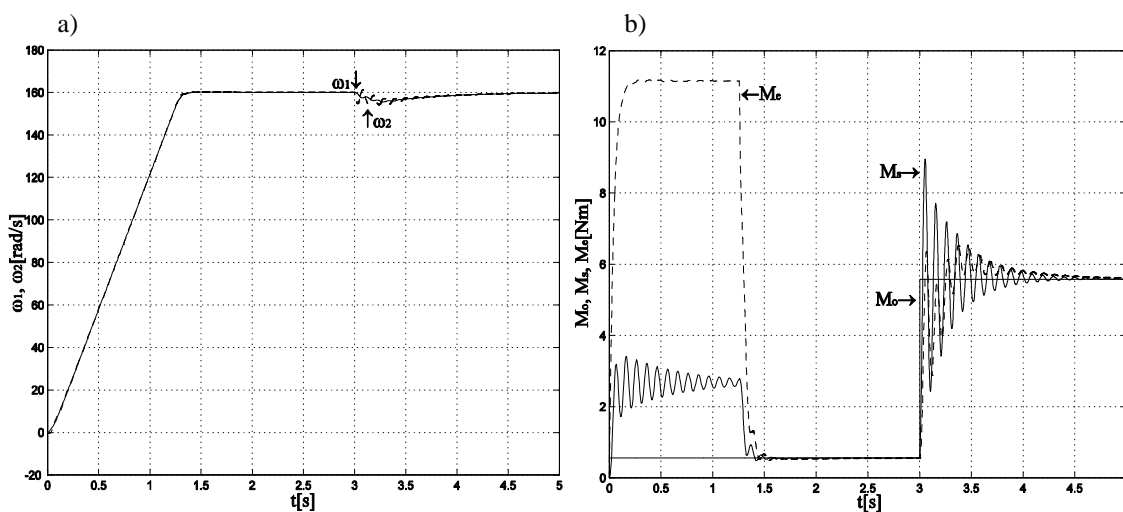
Zastosowanie regulatora prądu typu PI w obwodzie regulacji jak na rys. 4.8 przy ograniczeniu napięcia u_{z0} do wartości ± 7.5 V sprawiło, że:

1. Prąd (moment) silnika posiada właściwy eksponencjalny kształt o wartości ustalonej nie przekraczającej dopuszczalnego prądu silnika i maksymalnej pochodnej względem czasu. Ograniczenie prądu silnika zostało okupione pogorszeniem dynamiki układu przy rozruchu oraz wydłużeniem czasu regulacji podczas stabilizacji wielkości wyjściowej – prędkości ω_2 .
2. Spadek prędkości maszyny roboczej ω_2 w momencie obciążenia momentem mechanicznym o wartości M_N był największy dla $J_1 > J_2$ natomiast maleł wraz ze wzrostem J_2 .
3. Przebiegi prędkości ω_1 oraz ω_2 są oscylacyjne. Większa wartość oscylacji występuje po tej stronie układu napędowego, gdzie moment bezwładności jest mniejszy.
4. Moment skręcający M_s charakteryzował się następującymi właściwościami:
 - dla $J_1 > J_2$ przybierał dużo większe wartości w chwili obciążenia układu napędowego momentem M_N niż przy rozruchu (przy $J_1 < J_2$ sytuacja odwrotna tzn. większa wartość momentu M_s przy rozruchu);
 - wraz ze wzrostem J_2 oscylacje momentu M_s ulegały zanikowi (zarówno przy rozruchu jak i stabilizacji).

W rzeczywistym układzie napędowym należy się liczyć dodatkowo z oporami tarcia występującymi zarówno od strony silnika jak i odbiornika. Dlatego też, poniższe symulacje zostały wykonane z uwzględnieniem tarcia tzn. rozruch oraz praca ustalona układu napędowego odbywała się ze stałym biernym momentem obciążenia o wartości 0.1 Nm. Parametry obwodów regulacji wraz z przebiegami symulacyjnymi zostały zamieszczone w tabelach 7.5, 7.6 i rys. 7.5, 7.6.

Tabela 7.5

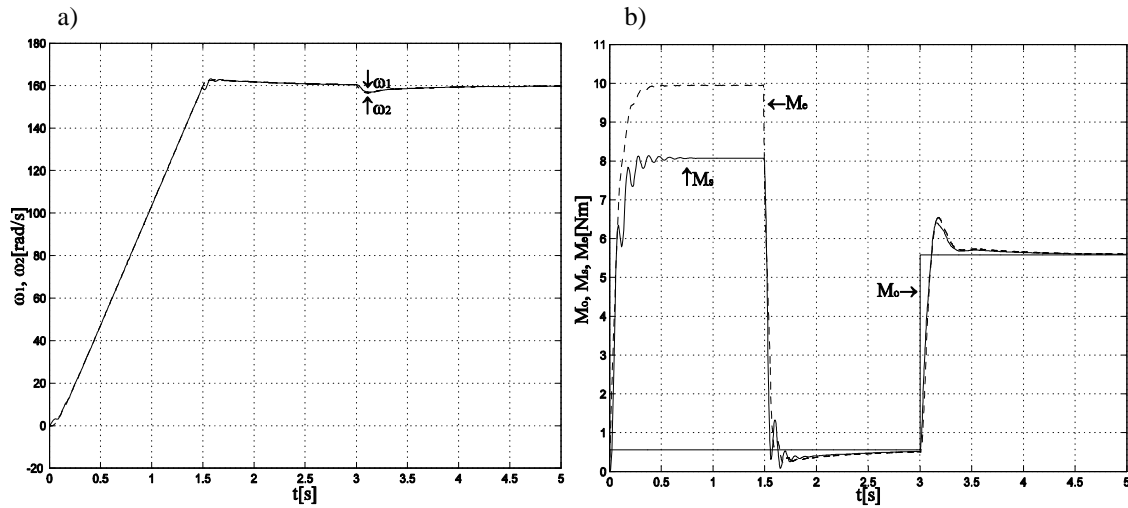
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	272.81	-60.91	89.96	115.72	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 38500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	$\pm 7.5V$				



Rys. 7.5. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s , oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 > J_2$ (ze stałym biernym momentem obciążenia o wartości 0.1 Nm)

Tabela 7.6

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 < J_2$	80.07	164.51	90.89	36.89	316.22
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 53000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	$\pm 7.5 V$				



Rys. 7.6. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 < J_2$ (ze stałym biernym momentem obciążenia o wartości 0.1 Nm)

Powyższe przebiegi są zbliżone do przebiegów bez uwzględnienia oporów tarcia. Niewielkie różnice dotyczą nieco większych oscylacji momentu M_s przy rozruchu dla $J_1 > J_2$. Natomiast dla przypadku $J_1 < J_2$ zauważalne jest minimalne przeregulowanie w przebiegu prędkości w_2 podczas rozruchu.

Rozdział 8

Metoda regulacji o zmiennej strukturze

W rozdziale przedstawiono modyfikację strategii sterowania napędem poprzez rozdzielenie zadania rozruchu i stabilizacji (rys. 4.9). Podejście takie prowadzi do niezależnego doboru wskaźników jakości i minimalizuje uchyb dynamiczny przy obciążeniu silnika. Rozdział ten stanowi propozycję realizacji doskonalszego sterowania układem 2. masowym.

8.1. Kaskadowa struktura regulacji układem 2. masowym z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym

W układzie regulacji kaskadowej zastosowano dwa regulatory: regulator prądu typu PI oraz regulator prędkości typu P (rozdział 4.2.2). Ponadto zastosowano obserwator TO (rozdział 6) do odtworzenia prędkości maszyny roboczej w_2 . W powyższej analizie w celu uproszczenia obliczeń pominięto współczynnik tłumienia wewnętrznego D ($D=0$) wału. Formę macierzową obserwatora TO można przedstawić następująco

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_1 \\ \hat{w}_2 \\ \hat{j}_1 \\ \hat{j}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{k_s}{J_1} & \frac{k_s}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{k_s}{J_2} & -\frac{k_s}{J_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}_1 \\ \hat{w}_2 \\ \hat{j}_1 \\ \hat{j}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M_e + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{M}_o + \begin{bmatrix} H \\ J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (w_1 - \hat{w}_1) \quad (8.1)$$

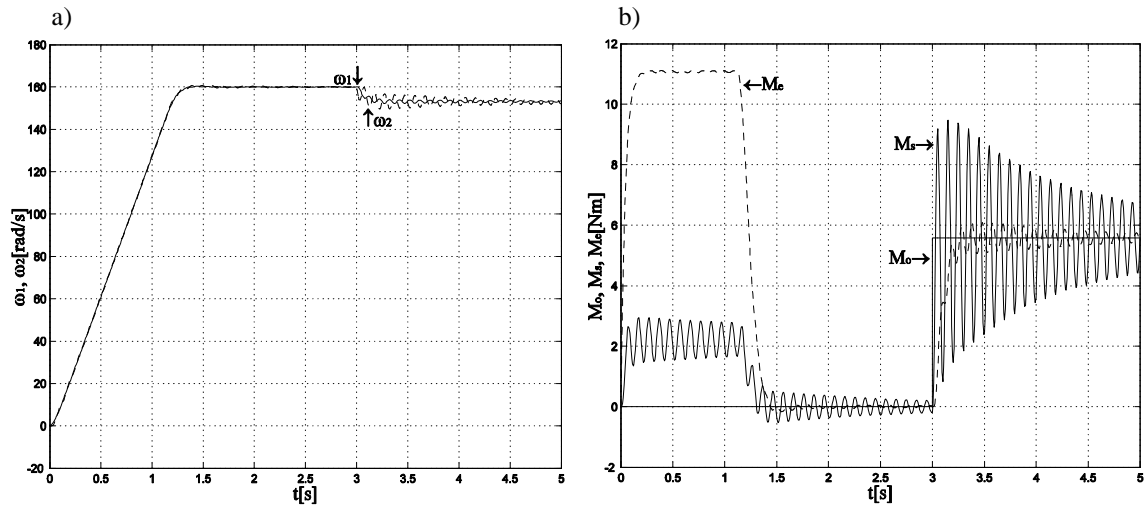
Symulacje przeprowadzono w układzie jak na rys. 4.11, dla dwóch przypadków rozłożenia mas ($J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$). Parametry układu napędowego zostały zamieszczone w dodatku (N1). Wykonano rozruch do prędkości 160 rad/s po czym obciążono układ zewnętrznym momentem obciążenia o wartości znamionowej M_N . Wprowadzono następujące ograniczenia sygnałów: napięcie zadające u_z zostało ograniczone do wartości $\pm u_{z0}$, napięcie wejściowe przekształtnika U_s w zakresie do ± 10 V.

Dla obserwatorów przyjęto następujące wartości wzmocnień: $H = -15$, $k_o = 1.5$.

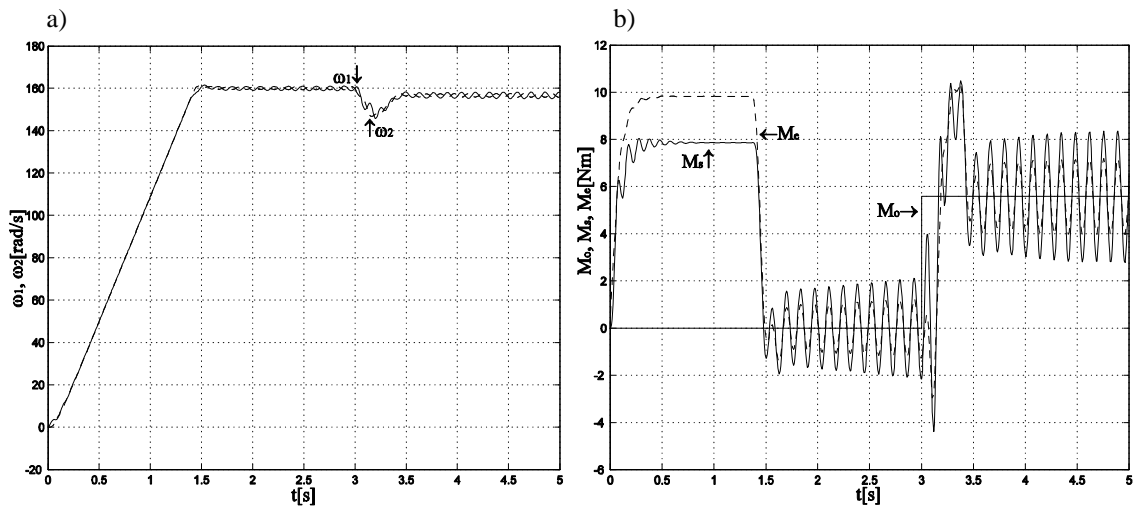
Wybrane parametry obwodu regulacji dla $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$ zostały zamieszczone w tabeli 8.1.

Tabela 8.1

	K_w	k_T	Y	u_{z0}
$J_1 > J_2$	20.34	0.024	0.58	$\pm 7.5V$
$J_1 < J_2$	41.57	0.024	0.58	$\pm 7.5V$



Rys. 8.1. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla przypadku $J_1 > J_2$ (z regulatorem prędkości P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym)



Rys. 8.2. Przebiegi prędkości silnika ω_1 i maszyny roboczej ω_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla przypadku $J_1 < J_2$ (z regulatorem prędkości P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym)

Otrzymane wyniki badań symulacyjnych zaprezentowanej regulacji kaskadowej są potwierdzeniem wcześniejszych rozważań teoretycznych. Uzyskano przebiegi rozruchowe bez przeregulowań z wyraźnym uchybem statycznym regulacji przy stabilizacji prędkości kątowej. Zastosowanie regulacji kaskadowej zarówno do rozruchu jak i stabilizacji prędkości jest nieprzydatne właśnie ze względu na uchyby statyczne prędkości. Regulacja ta może być jednak wykorzystana w innej strukturze regulacji tzn. może być załączana tylko na czas wykonania rozruchu silnika i wyłączana podczas stabilizacji prędkości realizowanej w innym układzie sterowania np. z proporcjonalno-całkową regulacją LQ.

8.2. Proporcjonalno-calkowa regulacja LQ. Wplyw wspolczynnikow macierzy Q na ksztalt przebiegow przejsciowych

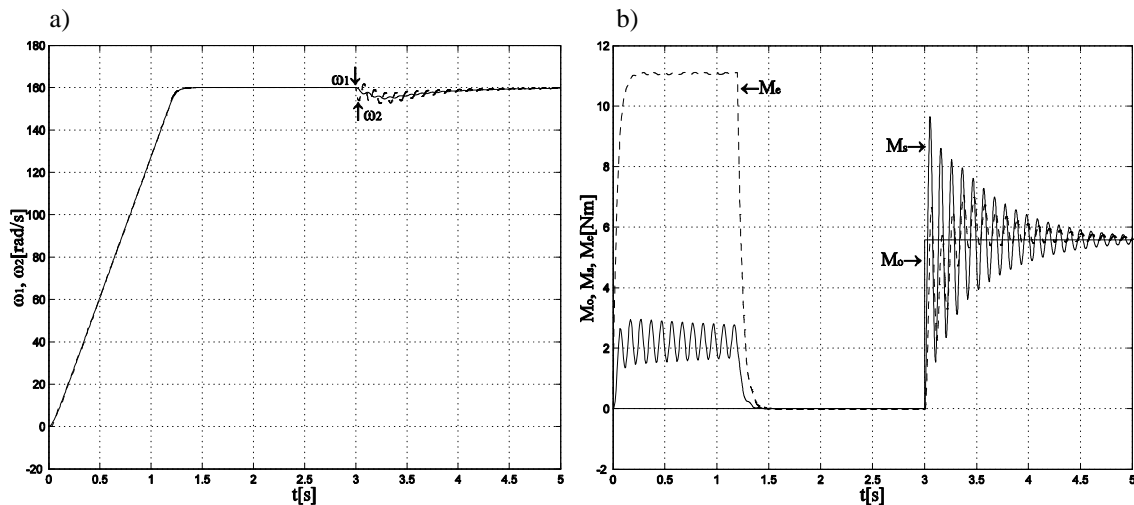
Badania przeprowadzono w ukkladzie jak na rys. 4.8 i wg rozdzialu 7. Forme macierzowa rownania stanu symulowanego ukkladu (dla $D=0$) zapisano w postaci

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{I}_t \\ \dot{M}_s \\ \dot{j}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{Y_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ I_t \\ M_s \\ j_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_z}{b} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U_s \quad (8.1)$$

Wybrane parametry obwodu regulacji dla $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$ zostaly zamieszczone w tabeli 8.2, 8.3.

Tabela 8.2

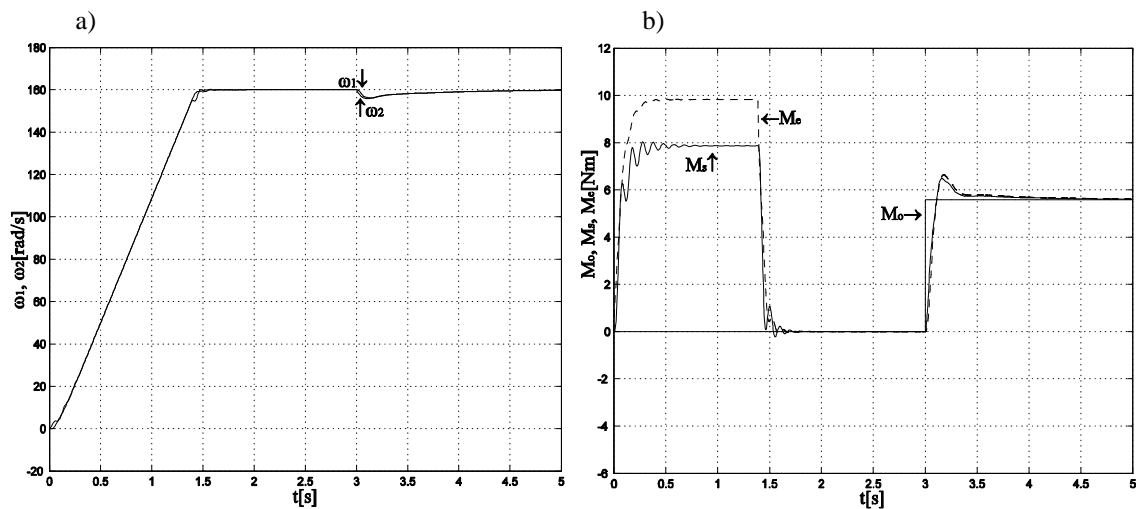
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	279.90	-76.43	89.99	115.56	316.23
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 35000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	± 7.5 V				



Rys. 8.3. Przebiegi predkosci silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracajacego M_s , oraz obciazenia M_o (b) dla $J_1 > J_2$ (z regulatorem predkosci LQ)

Tabela 8.3

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 < J_2$	82.83	155.62	91.00	37.64	316.23
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	± 7.5 V				



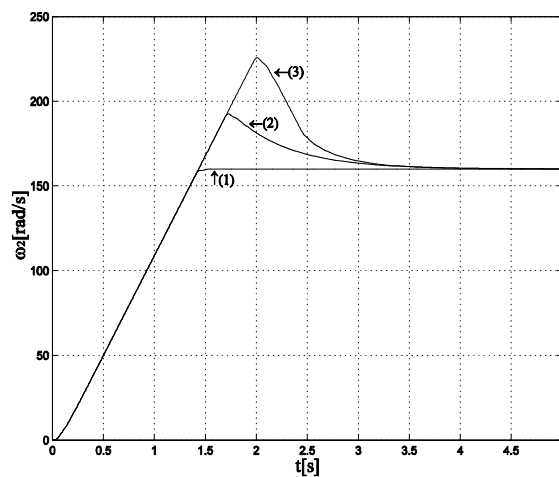
Rys. 8.4. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 < J_2$ (z regulatorem prędkości LQ)

Zaprezentowany regulator LQ charakteryzował się dobrymi właściwościami stabilizującymi. Spadek prędkości maszyny roboczej w_2 po obciążeniu momentem o wartości znamionowej $M_0 = M_N$ dla $J_1 > J_2$ wyniósł ok. 4.67% natomiast dla $J_1 < J_2$ ok. 2.6%. Oscylacje przebiegów przejściowych malały ze wzrostem J_2 .

Chcąc uzyskać jeszcze lepsze efekty stabilizujące należałoby zmodyfikować elementy macierzy Q (przykładowe przebiegi symulacyjne wykonano dla przypadku $J_1 < J_2$). Niestety, zmniejszanie wartości elementu q_{22} macierzy Q zgodnie z tabelą 8.4 powoduje wzrost prze-regulowania przebiegów prędkości podczas rozruchu (rys. 8.5).

Tabela 8.4

$J_1 < J_2$	Q
(1)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
(2)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
(3)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

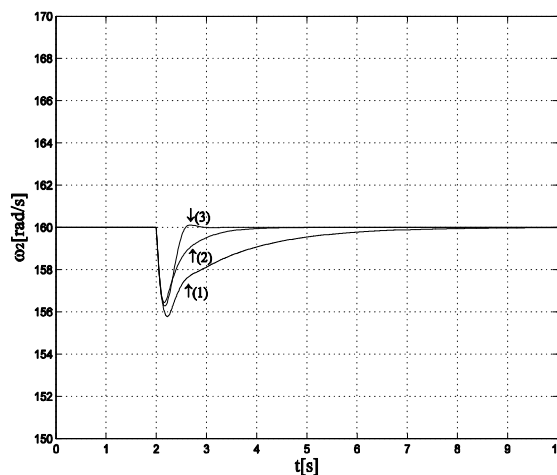
Rys. 8.5. Przebiegi prędkości maszyny roboczej w_2 dla $J_1 < J_2$ – rozruch

Z drugiej strony przy zmniejszaniu q_{22} ulegają polepszeniu właściwości stabilizujące. Najlepsze efekty można uzyskać przy jednoczesnym zmniejszaniu kilku elementów macierzy Q (rys. 8.6) wg tabeli 8.5.

Dla rozruchu takie modyfikacje elementów macierzy Q są niemożliwe ze względu na prze-regulowania przebiegów prędkości, a także silnie oscylacyjny ich charakter.

Tabela 8.5

$J_1 < J_2$	Q
(1)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
(2)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
(3)	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Rys. 8.6. Przebiegi prędkości maszyny roboczej w_2 dla $J_1 < J_2$ – stabilizacja

Regulator LQ w dokonanych badaniach komputerowych wykorzystano zarówno do rozruchu jak i stabilizacji prędkości wyjściowej. Może on jednak pracować w innej strukturze regulacji tzn. może być załączony wyłącznie po dokonaniu rozruchu silnika w innym układzie sterowania np. w układzie regulacji kaskadowej z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i maszyny roboczej [11],[14],[46].

8.3. Układ regulacji o zmiennej strukturze

Badany układ regulacji o zmiennej strukturze składa się z dwóch przełączalnych regulatorów, z których jeden odpowiada za rozruch (regulacja kaskadowa z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i maszyny roboczej) a drugi za stabilizację prędkości kątowej (proporcjonalno-całkowa regulacja LQ) (rys. 4.9). Regulator całkujący w strukturze LQ został zmodyfikowany do postaci antiwind-up (rys. 4.10), która zapewnia łagodne przełączanie.

Warunki symulacji takie jak: przypadki rozłożenia mas, rozruch do prędkości zadanej, obciążenie momentem o wartości znamionowej M_N , ograniczenia sygnałów u_z i U_s oraz wzmocnienia obserwatora pozostały takie jak w poprzednich symulacjach.

Moment przełączenia regulatorów (przełącznik S) w dokonanych symulacjach następuje w 1.6 s natomiast obciążenie momentem M_N w 3 s.

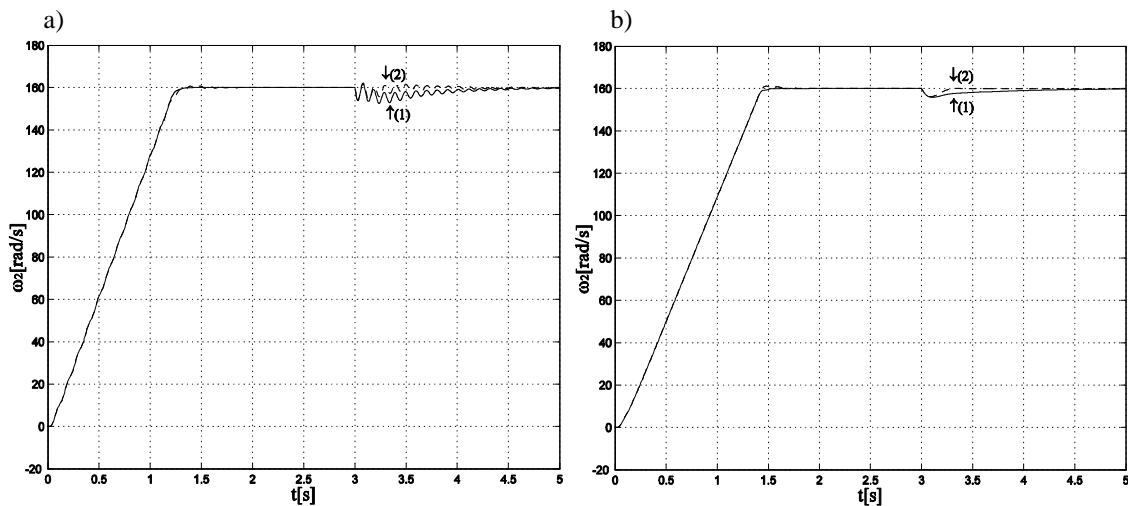
Wybrane parametry obwodu regulacji dla $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$ zostały zamieszczone w tabeli 8.6 oraz 8.7.

Tabela 8.6

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	27.58	-0.83	4.99	10.15	316.23
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
K_w	20.34				

Tabela 8.7

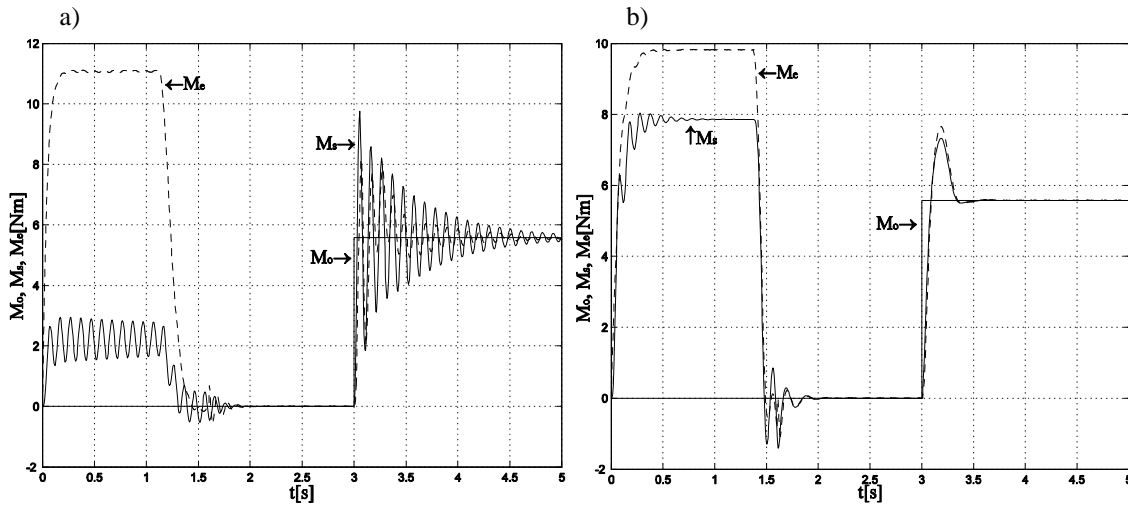
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 < J_2$	18.97	11.94	10.18	0.64	316.23
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
K_w	41.57				



Rys. 8.7. Przebiegi prędkości maszyny roboczej w_2 w układzie z regulatorem LQ (1) oraz w układzie regulacji o zmiennej strukturze (2) dla $J_1 > J_2$ (a) oraz dla $J_1 < J_2$ (b)

Na rys. 8.7 dokonano porównania przebiegów prędkości maszyny roboczej w_2 układu 2. masowego dla rozruchu i stabilizacji w układzie z regulatorem LQ oraz w układzie regulacji o zmiennej strukturze. Porównanie nie dotyczyło regulacji kaskadowej z regulatorem P i dodatkowym sprzężeniem zwrotnym od prędkości silnika i maszyny roboczej ze względu na uchyb statyczny w przebiegach prędkości.

Na rys. 8.8 przedstawiono przebiegi momentów w układzie regulacji o zmiennej strukturze.

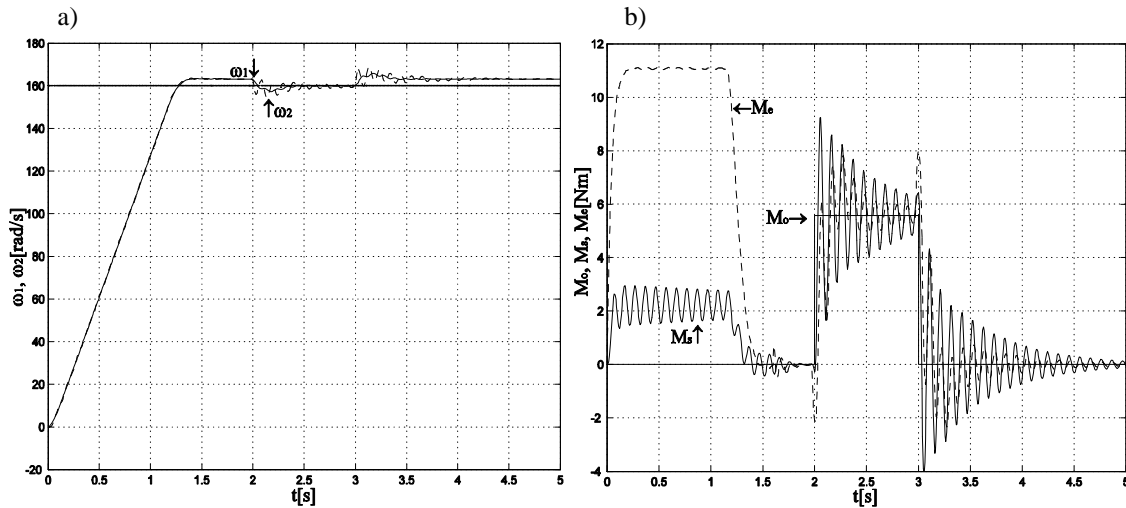


Rys. 8.8. Przebiegi momentu: elektromagnetycznego M_e , skręcającego M_s oraz obciążenia M_o w układzie regulacji o zmiennej strukturze dla $J_1 > J_2$ (a) oraz $J_1 < J_2$ (b)

W zastosowaniach przemysłowych chcąc zachować możliwie najmniejszy spadek prędkości maszyny roboczej podczas stabilizacji, modyfikuje się sposób sterowania wartością prędkości zadanej. Taka metodą można spotkać np. w walcowniach gorących blach. Nowoczesne obiekty produkcyjne tego typu są wyposażone w systemy pełnego śledzenia walcowanego materiału na każdym etapie produkcji. Oznacza to, że mamy pełną informację, w którym dokładnie momencie czasowym nastąpi wejście walcowanego materiału do poszczególnych klatek walcowniczych (walcarek). Dlatego też, wartość prędkości zadanej może być powiększona o ok. 2-6% przed wejściem materiału do klatki walcowniczej tak, aby w pierwszej chwili zminimalizować spadek prędkości maszyny roboczej (możliwie bliski zeru). Kiedy wartość prędkości maszyny roboczej spadnie do wartości zadanej, to następuje ściągnięcie dodatkowej referencji prędkości. Po przewalcowaniu materiału przez klatkę walcowniczą, wartość prędkości zadanej jest z powrotem powiększana o dodatkową referencję – przygotowanie do przyjęcia następnego walcowanego materiału. Wartość dodatkowej referencji prędkości dobierana jest doświadczalnie dla każdej klatki oddzielnie.

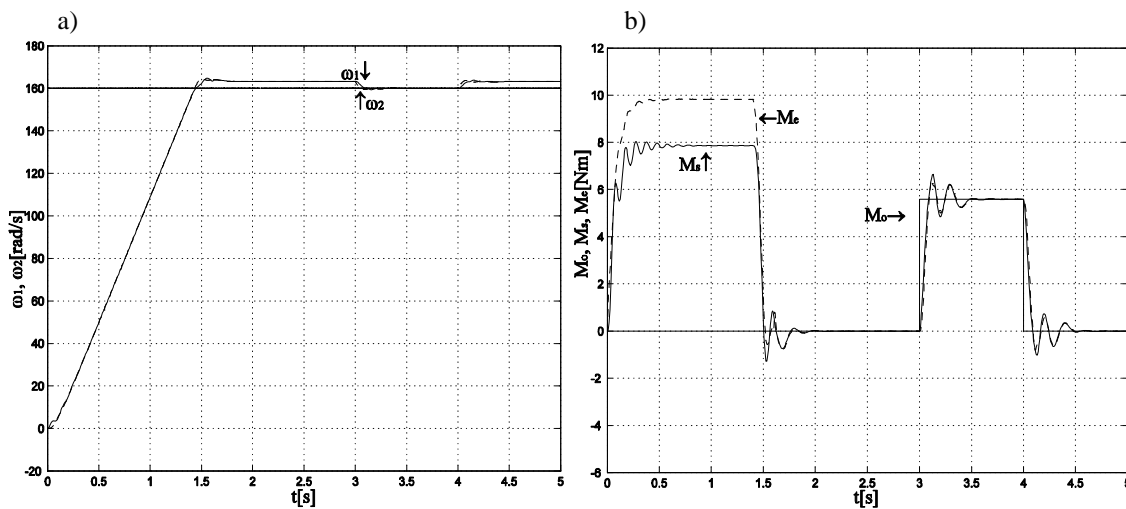
Na rys. 8.9, 8.10 przedstawiono przebiegi symulacyjne, w których wartość zadana prędkości została powiększona o 2%. Symulacje wykonano w układzie o zmiennej strukturze wg parametrów z tabeli 8.6, 8.7. W przeprowadzonych symulacjach przełączenie regulatorów następuje w 1.6 s.

Dla przypadku $J_1 > J_2$ obciążenie momentem M_n rozpoczyna się w 2 s, a ściągnięcie dodatkowej referencji w 1.97 s. Powyższe wyprzedzenie czasowe pozwala lepiej wyłumić oscylacje przebiegów przejściowych. Powrót do prędkości zadanej z dodatkową referencją następuje w 2.97 s.



Rys. 8.9. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 > J_2$ (wartość zadana prędkości powiększona o 2%)

Dla przypadku $J_1 < J_2$ obciążenie momentem M_N rozpoczyna się w 3 s, a ściągnięcie dodatkowej referencji w 3.11 s. Dla tego przypadku natomiast opóźnienie czasowe pozwala lepiej wytłumić oscylacje przebiegów przejściowych. Powrót do prędkości zadanej z dodatkową referencją następuje w 4.11 s.



Rys. 8.10. Przebiegi prędkości silnika w_1 i maszyny roboczej w_2 (a) oraz momentu: elektromagnetycznego M_e , skracającego M_s oraz obciążenia M_o (b) dla $J_1 < J_2$ (wartość zadana prędkości powiększona o 2%)

Porównując przebiegi prędkości maszyny roboczej układu 2. masowego z samym regulatorem LQ oraz w układzie regulacji o zmiennej strukturze można stwierdzić, że:

1. Różnice w przebiegach, uwidaczniają się nie przy rozruchu lecz przy stabilizacji prędkości kątowej:
 - mniejszy spadek prędkości w_2 przy obciążeniu momentem M_N (dla $J_1 > J_2$ 3.73%, $J_1 < J_2$ 2.36%);
 - krótszy czas po którym prędkość w_2 osiąga wartość zadaną świadczy o lepszych właściwościach stabilizujących układu regulacji o zmiennej strukturze;

- również oscylacje przebiegu prędkości w_2 dla $J_1 > J_2$ są mniejsze niż w układzie z samym regulatorem LQ.

Powyższe stwierdzenia są zasługą możliwości lepszego dobrania parametrów macierzy Q regulatora LQ w układzie regulacji o zmiennej strukturze bez jednoczesnego pogorszenia przebiegów podczas rozruchu.

2. W zastosowaniach przemysłowych chcąc zachować możliwie bliski zeru spadek prędkości maszyny roboczej, można dokonywać modyfikacji sposobu sterowania prędkością zadaną przez zastosowanie dodatkowej referencji prędkości przed spodziewanym zakłóceniem układu 2. masowego przez zewnętrzny moment obciążający.

W dalszej części pracy skoncentrowano się na projektowaniu regulatora stabilizującego dla układu napędowego z połączeniem sprzężystym. W skład takiego rozwiązania wchodzi obserwator oraz proporcjonalno-całkowy regulator LQ. Układ taki może zostać również wykorzystany w procesie rozruchu i hamowania napęd, ale uzyskane wyniki będą gorsze od przedstawionych powyżej.

Rozdział 9

Cyfrowa regulacja i obserwacja w układzie 2. masowym

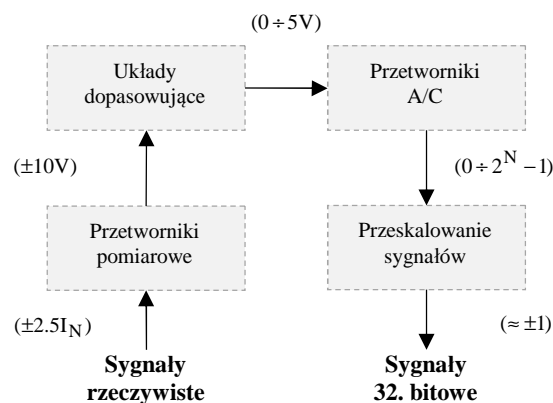
Współczesna technika komputerowa stworzyła duże możliwości konstruowania skomplikowanych algorytmów sterowania napędami zapewniając tym samym wysoką jakość procesów regulacyjnych, możliwość gromadzenia, przetwarzania oraz wizualizacji danych. Zasadne było, więc podjęcie syntezy optymalnego liniowego regulatora dyskretnego. Regulator liniowo-kwadratowy LQ umieszczony jest w pętli sprzężenia zwrotnego, a zastosowanie dodatkowego regulatora nadrzędnego typu całkującego (proporcjonalno-całkowa regulacja LQ) konieczne było ze względu na statyzm układu zamkniętego. Wynikiem otrzymanej optymalizacji jest macierz wzmocnień regulatora, którego sygnałami wejściowymi jest stan systemu dynamicznego. Symulacje komputerowe wykonano w pakiecie symulacyjnym MATLAB-SIMULINK z wykorzystaniem biblioteki *Fixed-Point Toolbox*.

W rozdziale rozważany jest proporcjonalno-całkowy regulator LQ oraz obserwator TO. Największy nacisk położony został na modelowanie kodowania sygnałów w formacie stałoprzecinkowym.

9.1. Modelowanie układów pomiarowych

Tor przetwarzania sygnałów od rzeczywistych analogowych po sygnały cyfrowe jest konsekwencją modelowania stałoprzecinkowego układu obserwatora oraz regulatora (prędkości oraz prądu). Wśród sygnałów analogowych istotny jest pomiar prędkości ω_l oraz prądu I_l silnika. Prędkość silnika stanowi sygnał wejściowy zarówno dla obserwatora jak i regulatora prędkości. W układach rzeczywistych może być wypracowywana za pomocą prądnicy tachometrycznej lub enkodera. Prąd silnika natomiast jest sygnałem wejściowym regulatora prądu i prędkości. Najczęściej jest wypracowywany za pomocą przekładników prądowych lub przetworników LEM. Zasady projektowania przetworników pomiarowych oraz doboru wzmocnień sprzężeń zwrotnych od prędkości kątowej k_T oraz prądu Y zostały przedstawione w pracy [14].

Tor przetwarzania sygnałów dla potrzeb modelowania stałoprzecinkowego został przedstawiony na rys. 9.1.



Rys. 9.1. Tor przetwarzania sygnałów na przykładzie prądu twornika I_t (w nawiasach podano typowe zakresy przetwarzanych sygnałów)

Przetworzone sygnały analogowe należy odpowiednio przygotować do konwersji na tryb stałoprzecinkowy. Służą do tego układy dopasowujące, które zmieniają poziom wartości sygnałów pomiarowych na zakres liczb dziesiętnych ułamkowych z przedziału

$$-1 \leq X_{(10)} \leq 1 - \frac{1}{2^{n-1}}, \quad n - \text{bitowe wektory informacji cyfrowej} \quad (9.1)$$

Odpowiadają one w mikrosystemie liczbom binarnym w kodzie dopełnieniowym do dwóch.

Przygotowane sygnały analogowe zostają przetworzone na cyfrowe za pomocą przetworników A/C o określonej rozdzielczości np. 10., 12. lub 16. bitowe. Obserwator oraz regulator zaprojektowany został w technice liczb stałoprzecinkowych 32. bitowych. Ważne jest, aby przy operacjach arytmetyki stałoprzecinkowej śledzić położenie przecinka i zapewnić jego stałość. Należy więc przeprowadzać skalowanie liczb. W przypadku liczb dziesiętnych ułamkowych zakłada się położenie przecinka pomiędzy bitem a_{n-1} i a_{n-2} czyli $a_{n-1}, a_{n-2} \dots a_0$. Ponieważ ułamek niewłaściwy możemy przedstawić za pomocą iloczynu liczby binarnej ułamkowej oraz współczynnika skalowego 2^k to przy wykonywaniu działań na tym ułamku należy zapamiętać wykładnik potęgowej k oraz liczbę binarną ułamkową.

9.2. Optymalizacja regulatora prędkości dla systemu cyfrowego

Istnieją dwie metody rozwiązania problemu LQ w celu wdrożenia regulatora cyfrowego:

1. Dokonanie dyskretyzacji równania (2.7) i ciągłego wskaźnika jakości (2.9), a następnie wykorzystanie dyskretnego ARE w celu wyznaczenia macierzy K . Metoda ta może być stosowana do wyznaczenia sterowania $u(k)$.
2. Dokonanie dyskretyzacji równania (2.7) i przyjęcie wskaźnika jakości w postaci dyskretniej (2.21), a następnie przeprowadzenie obliczeń identycznie jak w metodzie pierwszej. Taki sposób postępowania jest możliwy do wykorzystania w optymalizacji obserwatorów i regulatorów.

W dalszej części rozprawy wykorzystano pierwszą z ww. metod.

Dla systemu (7.1) opisanego równaniem stanu (układ 2. masowy z regulatorem prądu i elementem całkującym wg rozdziału 2.5)

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{I}_t \\ \dot{M}_s \\ \dot{j}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_1} & \frac{D}{J_1} & \frac{Y_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & 0 \\ \frac{D}{J_2} & -\frac{D}{J_2} & 0 & \frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ I_t \\ M_s \\ j_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_z}{b} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U_s \quad (9.2)$$

przyjmuje się ciągły wskaźnik jakości (2.9)

$$\begin{aligned}
 J_c &= \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)\tilde{R}u(t) + j_2^T(t)Q_j j_2(t)] dt \\
 &= \int_0^{\infty} \begin{bmatrix} x^T(t) & j_2^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_j \\ \tilde{R} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ j_2(t) \end{bmatrix} + u^T(t)\tilde{R}u(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{9.3}$$

Mając dane macierze \bar{A}, \bar{B} (7.1) oraz dobierając \tilde{Q}, \tilde{R} , regulator stanu K w środowisku MATLAB-SIMULINK uzyskuje się przy pomocy funkcji *lqrd*

$$[K, s, e] = lqrd(A_hat, B_hat, Q_hat, R_hat, T_s)
 \tag{9.4}$$

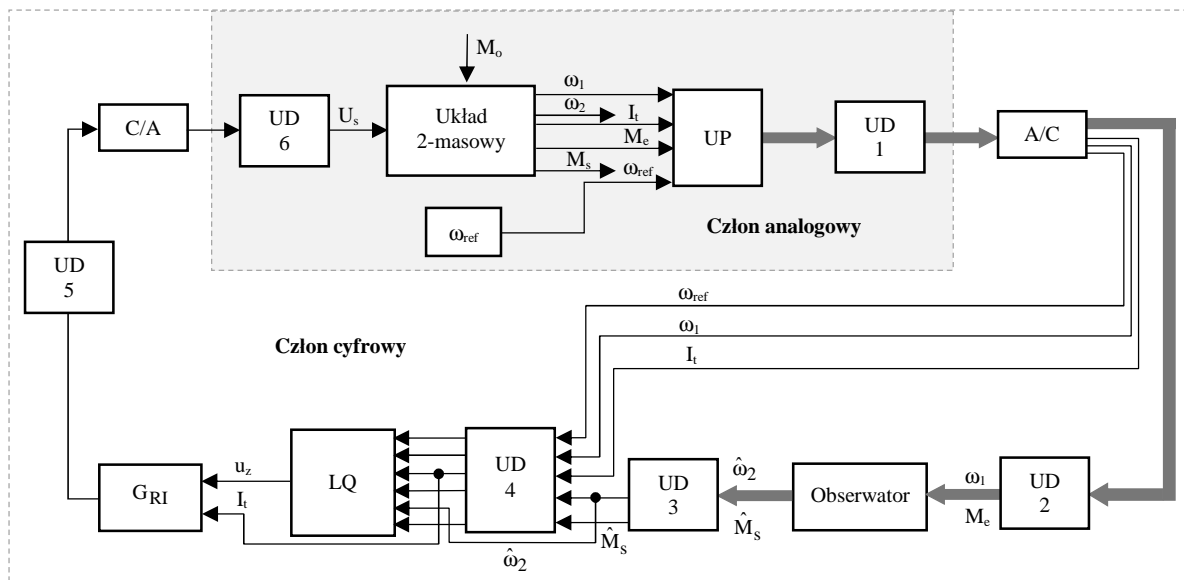
gdzie

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad k_5]
 \tag{9.5}$$

Funkcja *lqrd* realizuje metodę doboru macierzy K , która została szczegółowo opisana w rozdziale 2.3.

9.3. Cyfrowa regulacja i obserwacja

Strukturę cyfrowej regulacji LQ układem 2. masowym przeprowadzono w oparciu o stało-przecinkowe bloki obliczeniowe (rys. 9.2).



Rys. 9.2. Struktura cyfrowej regulacji LQ układem 2. masowym

Badany układ regulacji złożony jest z regulatora prędkości LQ (rozdział 9), obserwatora momentu skręcającego M_s oraz prędkości maszyny roboczej w_2 (rozdział 6), regulatora prądu G_{RI} (rozdział 4) w wersji cyfrowej, układów dopasowujących poziom sygnałów UD, układów pomiarowych UP (k_T , Y) oraz przetworników A/C i C/A. Układ regulacji i obserwacji został zaprojektowany na bazie 32. bitowych bloków obliczeniowych z wyjątkiem układów przetwarzania A/C (C/A) zrealizowanych na blokach 10. lub 16. bitowych.

Symulacje przeprowadzono dla dwóch przypadków rozłożenia mas ($J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$). Wykonano rozruch do prędkości 160 rad/s, a następnie obciążono układ zewnętrznym momentem obciążenia o wartości znamionowej M_N . Wprowadzono następujące ograniczenia sygnałów: napięcie zadające u_z zostało ograniczone do wartości $\pm u_{z0}$, napięcie wejściowe przekształtnika U_s w zakresie ± 10 V.

Dla obserwatorów przyjęto następujące wartości wzmocnień: $H = -15$, $k_o = 1.5$. Wybrane parametry obwodu regulacji dla $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$ zostały zamieszczone w tabelach 9.1, 9.2.

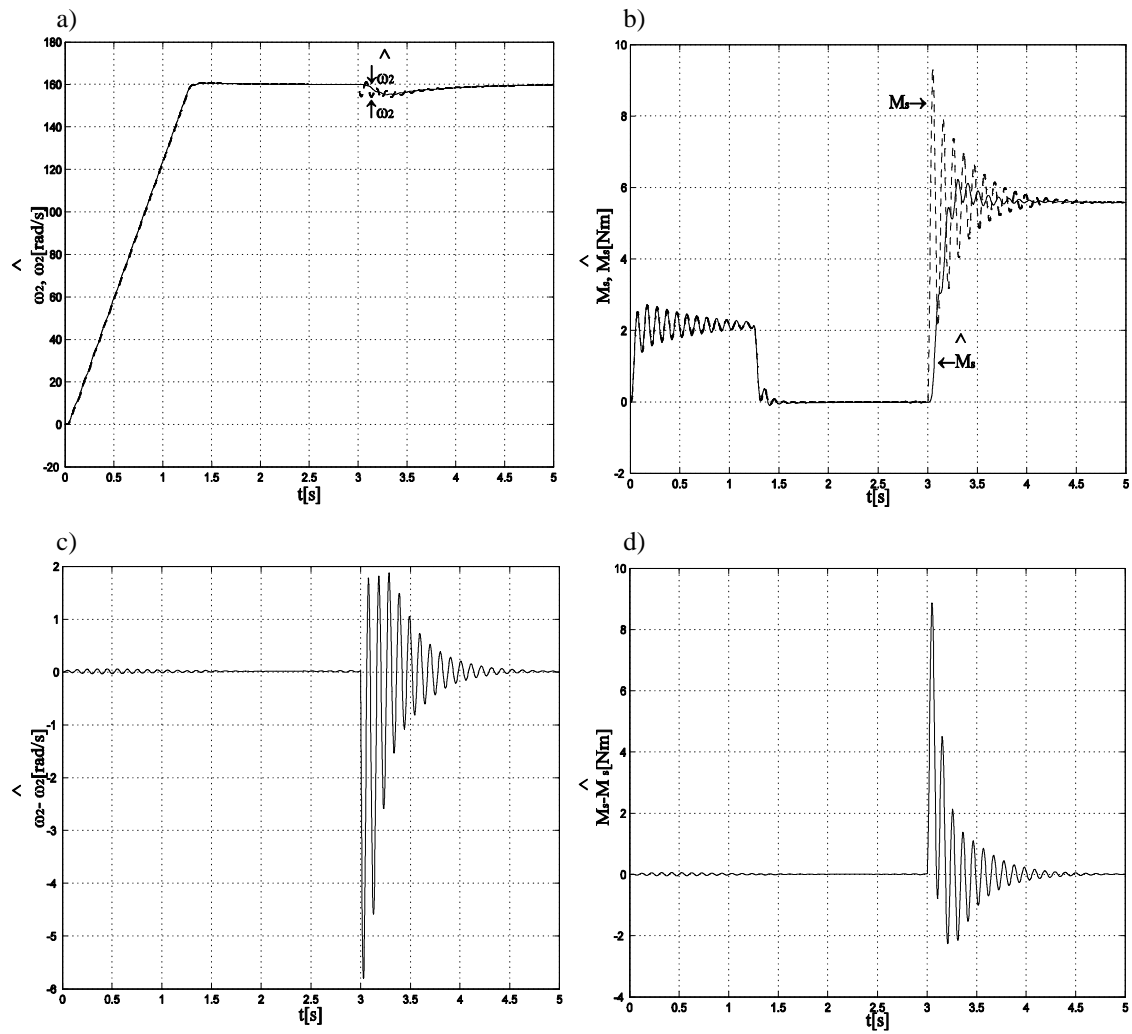
Tabela 9.1

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 > J_2$	199.1	-45	66.68	82.39	233.98
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 37000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
T_s	$2 \cdot 10^{-4}$ s				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	$8 \cdot 10^{-4}$ V				

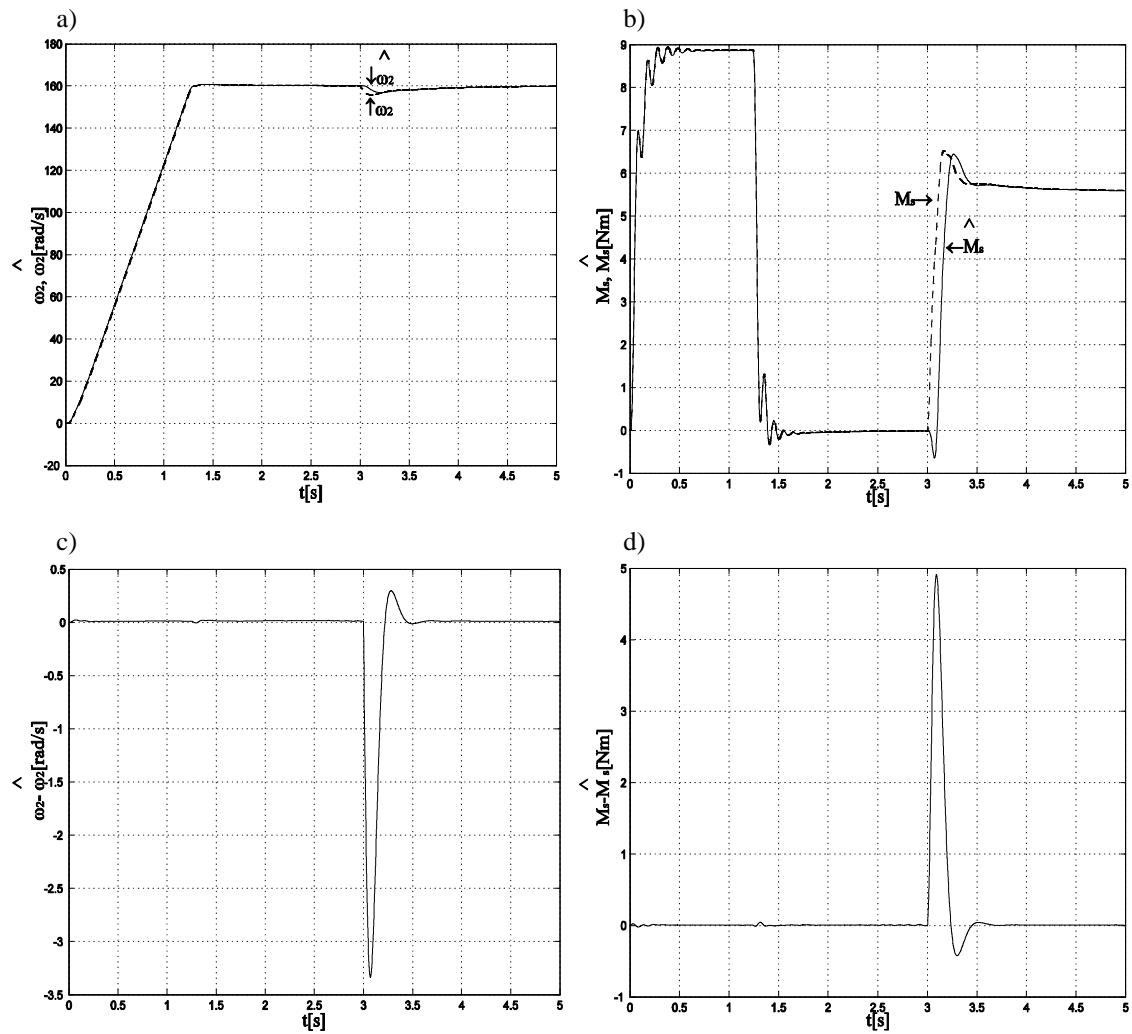
Tabela 9.2

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1 < J_2$	61.07	121.03	77.68	24.64	270.58
Q	$\begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 38800 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	1				
T_s	$2 \cdot 10^{-4}$ s				
k_T	0.024				
Y	0.58				
u_{z0}	$9.3 \cdot 10^{-4}$ V				

Na rys. 9.3 i 9.4 przedstawiono pracę obserwatora zmiennych stanu w zamkniętym układzie regulacji – zamieszczono przebiegi wyjściowe modelu napędu oraz estymowane prędkości kątowej maszyny roboczej oraz momentu skręcającego dla $J_1 > J_2$, $J_1 < J_2$. Układ regulacji i obserwacji cyfrowej został zrealizowany na stałoprzecinkowych blokach 32. bitowych, przetwarzanie A/C (C/A) na blokach 16. bitowych.



Rys. 9.3. Przebiegi wielkości rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 > J_2$: (a) w_2 i \hat{w}_2 , (b) M_s i \hat{M}_s oraz różnicy pomiędzy tymi wielkościami (c) $w_2 - \hat{w}_2$, (d) $M_s - \hat{M}_s$ (z regulatorem LQ i obserwatorem TO)

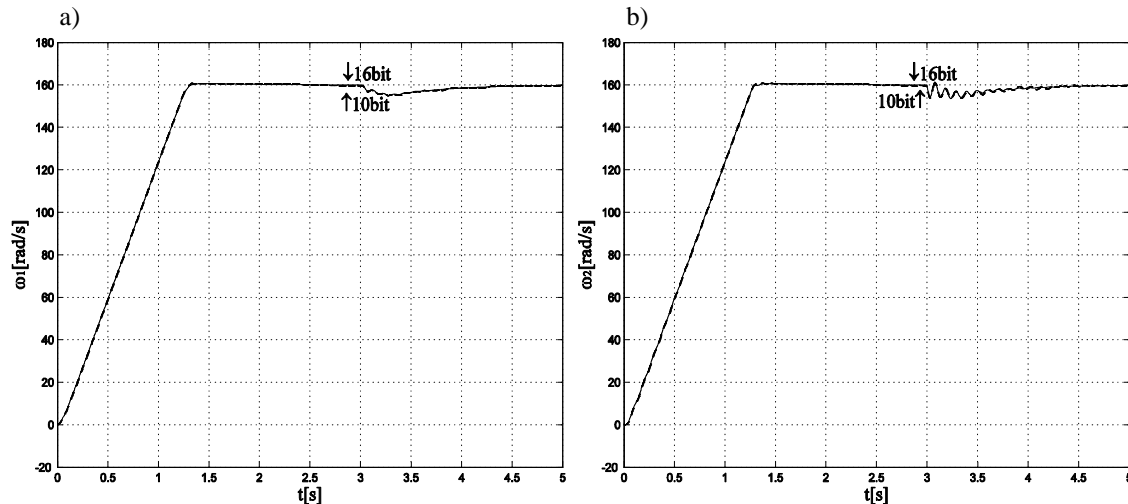


Rys. 9.4. Przebiegi wielkości rzeczywistych i odtworzonych dla $J_1 < J_2$: (a) w_2 i \hat{w}_2 , (b) M_s i \hat{M}_s oraz różnicy pomiędzy tymi wielkościami (c) $w_2 - \hat{w}_2$, (d) $M_s - \hat{M}_s$ (z regulatorem LQ oraz obserwatorem TO)

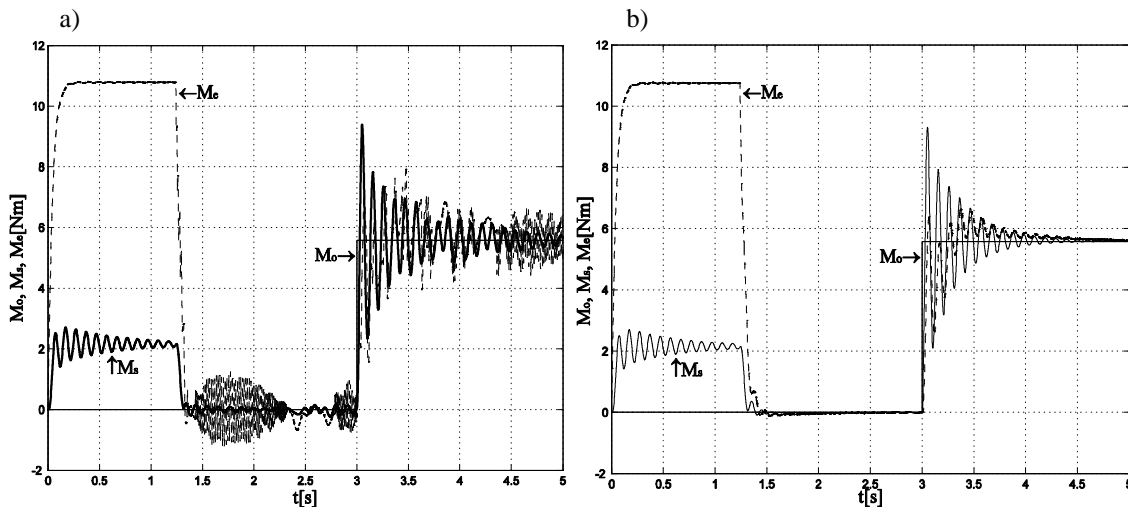
Zastosowany w systemie cyfrowego sterowania układu 2. masowego obserwator stanu i zakłócenia (TO) charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Podobnie jak dla układu ciągłego, odtwarzał wybrane sygnały poprawnie lecz z pewnym opóźnieniem w stosunku do sygnałów rzeczywistych.
2. Tłumił oscylacje odtwarzanych sygnałów w stanach dynamicznych – szczególnie widoczne w przebiegach z rys. 9.3 a), b) (przypadek $J_1 > J_2$).
3. Bardzo dobrze odtwarzał sygnały w stanach ustalonych, gorzej w stanach dynamicznych dla $J_1 > J_2$ – większa różnica pomiędzy sygnałami rzeczywistymi a odtworzonymi oraz dłuższy czas osiągnięcia zerowego błędu odtwarzania (rys. 9.3 c), d)) w porównaniu do $J_1 < J_2$ (rys. 9.4 c), d)).
4. Im większy moment bezwładności obciążenia J_2 ($J_1 < J_2$) tym lepiej zastosowany obserwator radził sobie z odtwarzaniem niedostępnych pomiarowo sygnałów (rys. 9.4).

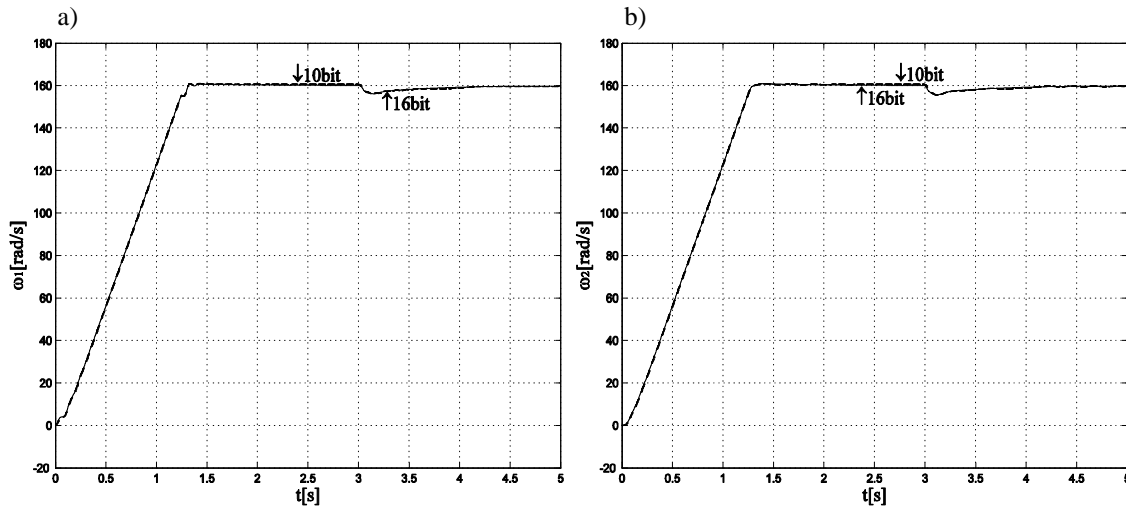
Na rys. 9.5-9.8 dokonano porównania wielkości rzeczywistych: w_1 , w_2 , M_e , M_s ze względu na rozdzielczość zastosowanych przetworników A/C (C/A) – 10. i 16. bitowych, przy 32. bitowym stałoprzecinkowym układzie regulacji i obserwacji.



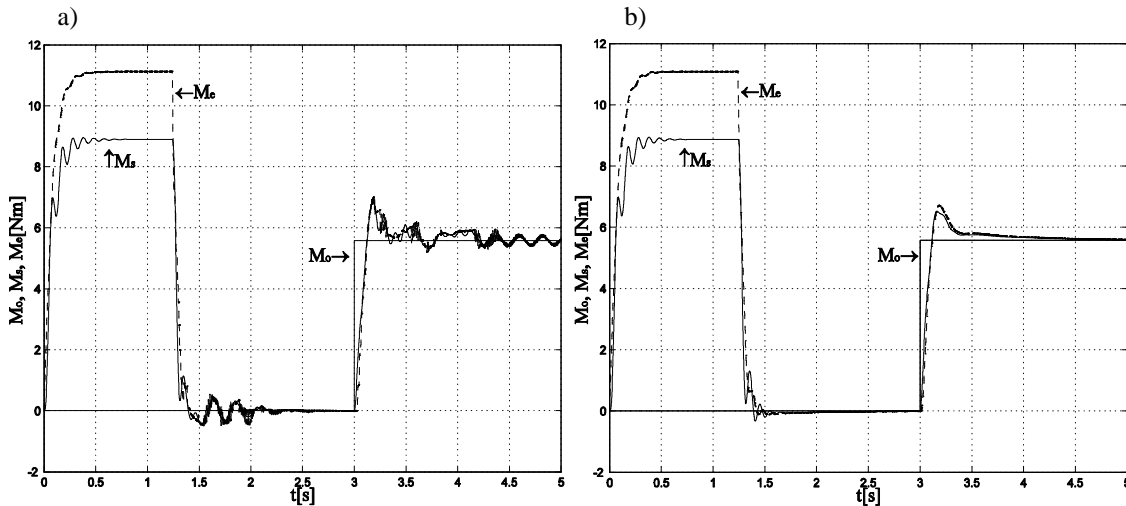
Rys. 9.5. Porównanie przebiegów prędkości silnika w_1 (a), maszyny roboczej w_2 (b) dla 10. i 16. bitowych przetworników A/C, C/A przy $J_1 > J_2$ (z regulatorem LQ oraz obserwatorem TO)



Rys. 9.6. Porównanie przebiegów momentu: elektromagnetycznego M_e oraz skręcającego M_s dla (a) 10. bitowych, (b) 16. bitowych przetworników A/C, C/A przy $J_1 > J_2$ (z regulatorem LQ oraz obserwatorem TO)



Rys. 9.7. Porównanie przebiegów prędkości silnika w_1 (a), maszyny roboczej w_2 (b) dla 10. i 16. bitowych przetworników A/C, C/A przy $J_1 < J_2$ (z regulatorem LQ oraz obserwatorem TO)



Rys. 9.8. Porównanie przebiegów momentu: elektromagnetycznego M_e oraz skręcającego M_s dla (a) 10. bitowych, (b) 16. bitowych przetworników A/C, C/A przy $J_1 < J_2$ (z regulator LQ oraz obserwatorem TO)

Zaprezentowany cyfrowy system sterowania układem 2. masowym charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Posiadał dobre właściwości stabilizujące w przypadku wystąpienia zewnętrznego zakłócenia zarówno dla zastosowanych przetworników 16. jak i 10. bitowych. Uchyb dynamiczny prędkości maszyny roboczej w_2 po obciążeniu momentem o wartości znamionowej $M_0 = M_n$ dla $J_1 > J_2$ wyniósł ok. 4% natomiast dla $J_1 < J_2$ ok. 2.8%, bez względu na rozdzielczość zastosowanych przetworników.
2. Przebiegi prędkości silnika i maszyny roboczej są prawie identyczne i mało zależne od rozdzielczości przetworników zarówno dla $J_1 > J_2$ jak i $J_1 < J_2$ (rys. 9.5 i 9.7).
3. Rozdzielczość zastosowanych przetworników jest szczególnie widoczna w przebiegach momentu elektromagnetycznego oraz skręcającego. Przy 16. bitowym przetwarzaniu znikome są oscylacje momentów w stanach ustalonych natomiast w stanach dynamicznych są szybciej tłumione w porównaniu do przetwarzania 10. bitowego zarówno przy $J_1 > J_2$ jak i $J_1 < J_2$ (rys. 9.6 i 9.8).
4. Oscylacyjność przebiegów momentów malała ze wzrostem momentu bezwładności J_2 dla zastosowanych 16. jak i 10. bitowych przetworników.

Rozdział 10

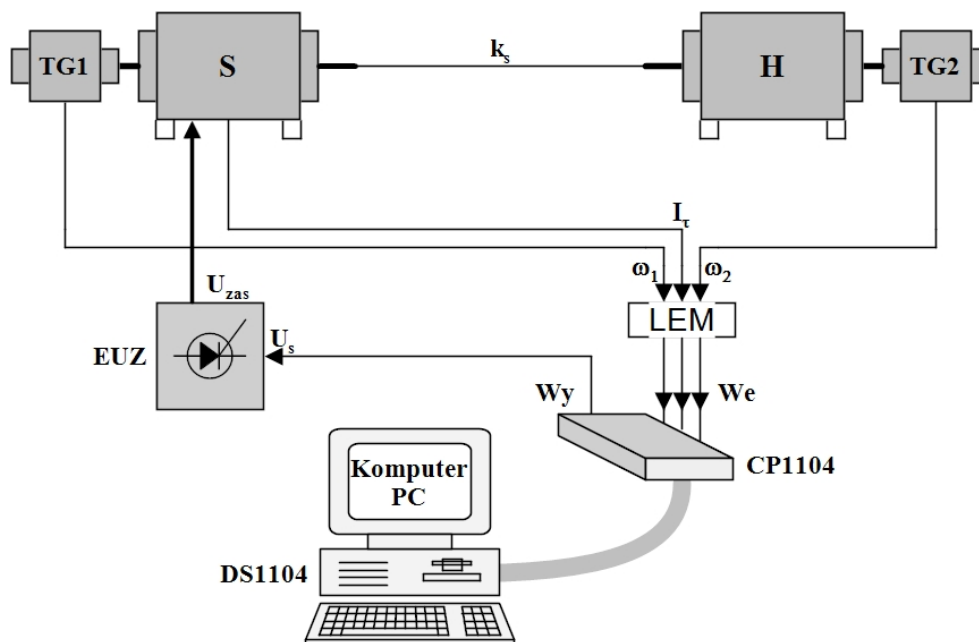
Badania eksperymentalne cyfrowych obserwatorów LQ

W rozdziale przeprowadzono badania laboratoryjne różnych struktur obserwatorów LQ dla układu 2. masowego. Zaprezentowano zarówno obserwatory pełnego jak i zredukowanego rzędu.

Zestaw laboratoryjny składał się z (rys. 10.1):

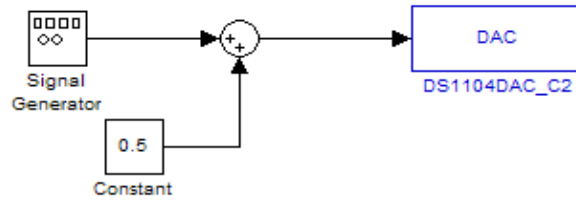
- układu 2. masowego (silnik S, generator H, połączenie sprężyste o współczynniku sprężystości k_s);
- tachogeneratorów: TG1 oraz TG2;
- przetworników pomiarowych LEM;
- energoelektronicznego układu zasilającego EUZ;
- komputera PC z kartą procesorową DS1104 R&D;
- karty We/Wy CP1104;
- oprogramowania MATLAB-SIMULINK oraz CONTROL-DESK.

Parametry układu 2. masowego (N2) i zasilającego (EUZ) zostały zamieszczone w dodatku.



Rys. 10.1. Schemat blokowy zestawu laboratoryjnego do badań eksperymentalnych obserwatorów LQ

Pomiary zostały wykonane dla prostokątnego sygnału zadającego o częstotliwości 0.06 Hz w zakresie sygnałów cyfrowych 0-1 co odpowiadało sygnałowi 0-10 V na wyjściu przetwornika C/A karty CP1104 (kanał C2, rys. 10.2).



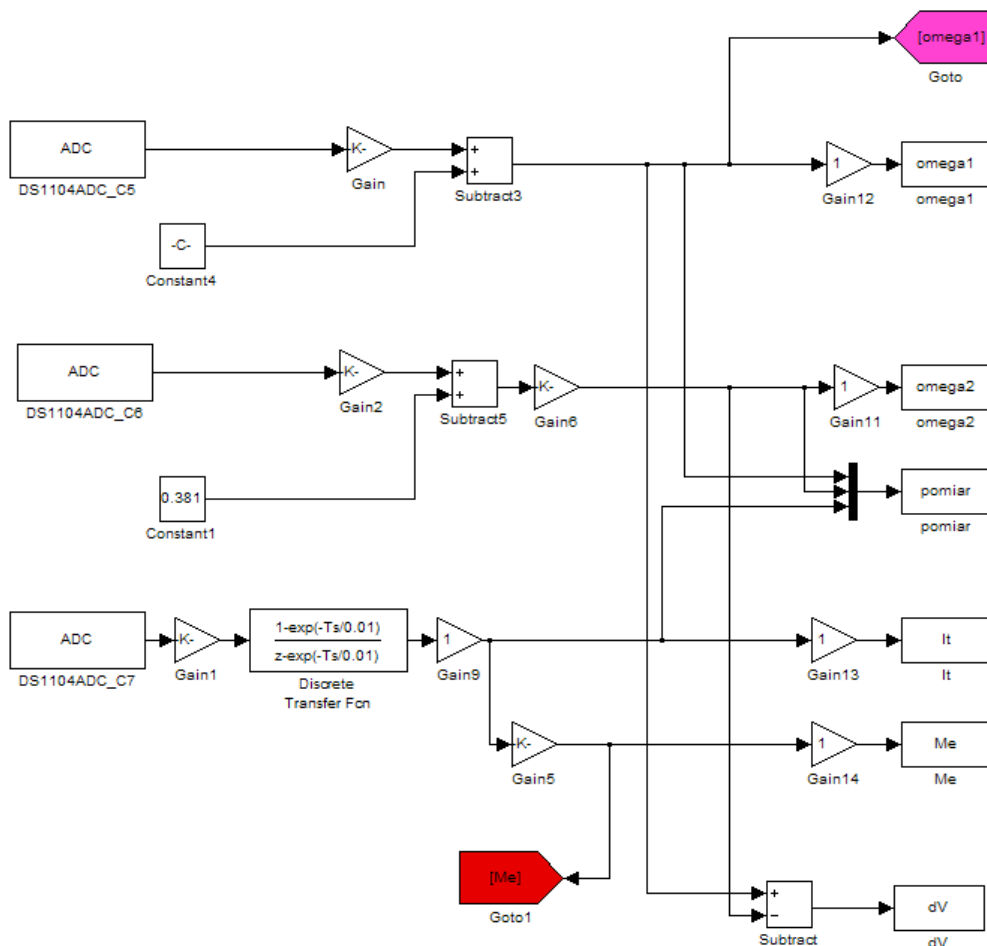
Rys. 10.2. Schemat układu zadającego w oprogramowaniu SIMULINK dla EUZ

W optymalizacji wszystkich obserwatorów cyfrowych wykorzystano drugą metodę zaprezentowaną w rozdziale 9.2.

Układy obserwatorów zostały zaprojektowane na 32. bitowych stałoprzecinkowych blokach obliczeniowych. Przetworniki A/C (C/A) stanowiły przetwarzanie 12. bitowe.

Badania przeprowadzono dla przypadku rozłożenia mas $J_1=J_2$.

Sygnały wejściowe pomiarowe: prędkość silnika w_1 , prędkość maszyny roboczej w_2 oraz prąd twornika I_t były podawane na wejścia przetworników A/C w zakresie ± 10 V (kanały: C5, C6, C7 na rys. 10.3).



Rys. 10.3. Schemat układu pomiarowego obserwatorów LQ w oprogramowaniu SIMULINK

10.1. Cyfrowy obserwator LQ pełnego rzędu

Dobór macierzy wag dla ciągłego problemu LQ zastosowanego do projektowania obserwatora o działaniu ciągłym został przedstawiony w [83]. Natomiast w niniejszym rozdziale zaprezentowano dyskretny obserwator LQ pełnego rzędu (LQOF), który został zaprojektowany wg opisu w rozdziale 3.5.

Dla modelu matematycznego układu 2. masowego zapisanego w postaci równania stanu

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + \tilde{B}u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (10.1)$$

gdzie

$$x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ M_s(t) \\ M_o(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = w_1(t), \quad u(t) = M_e(t)$$

macierze \tilde{A}, \tilde{B}, C przyjmują postać (współczynnik tłumienia drgań elementu sprężystego przyjęto $D=0$)

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_2} & -\frac{1}{J_2} \\ k_s & -k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.2)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Formę dyskretną systemu (10.1), wg zależności (2.17), w środowisku MATLAB-SIMULINK uzyskano przy pomocy funkcji *c2d* [67],[68]

$$[A, B] = c2d(\hat{A}, \hat{B}, T_s) \quad (10.3)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (10.4)$$

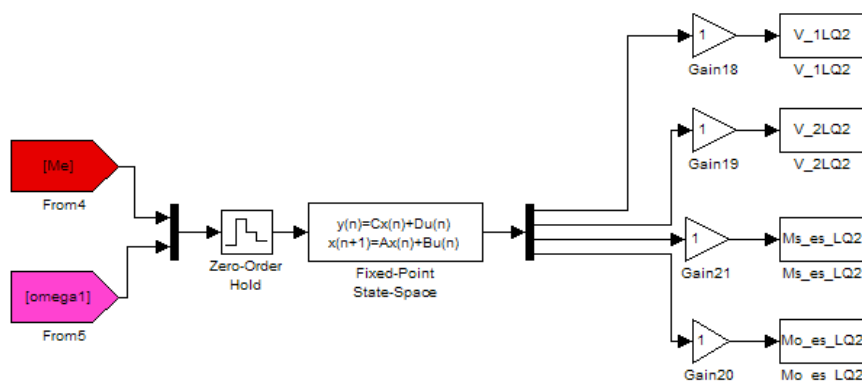
Warunkiem koniecznym i wystarczającym jest obserwowalność systemu dyskretnego tj. para (C, A) musi być obserwowalna. Macierz korekcji błędu obserwacji L wyznacza się tylko dla dyskretnego systemu dualnego do (2.16) i (10.3) w postaci (3.14) i wskaźnika jakości (3.19) stosując funkcję *dlqr* (po sprawdzeniu sterowalności pary (A^T, C^T) i obserwowalności pary (Q_o, A^T))

$$[L, s, e] = dlqr(A', C', Q_o, R_o) \quad (10.5)$$

gdzie

$$L = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4]^T \quad (10.6)$$

Dla wyliczonych macierzy A , B , C , L dyskretny obserwator stanu pełnego rzędu można zapisać w postaci (3.17). Zmiennymi wejściowymi dla tak skonstruowanego obserwatora jest prędkość silnika ω_1 i moment elektromagnetyczny M_e natomiast wielkościami estymowanymi: prędkość silnika \hat{w}_1 (V_{1LQ2}), prędkość maszyny roboczej \hat{w}_2 (V_{2LQ2}), moment skrecający \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$) oraz moment obciążenia \hat{M}_o ($M_{o_es_LQ2}$). Schemat układu cyfrowego obserwatora LQ pełnego rzędu w oprogramowaniu SIMULINK przedstawiono na rys.10.4.



Rys. 10.4. Schemat układu cyfrowego obserwatora LQ pełnego rzędu w oprogramowaniu SIMULINK

W tabeli 10.1 przedstawiono wyniki optymalizacji obserwatora.

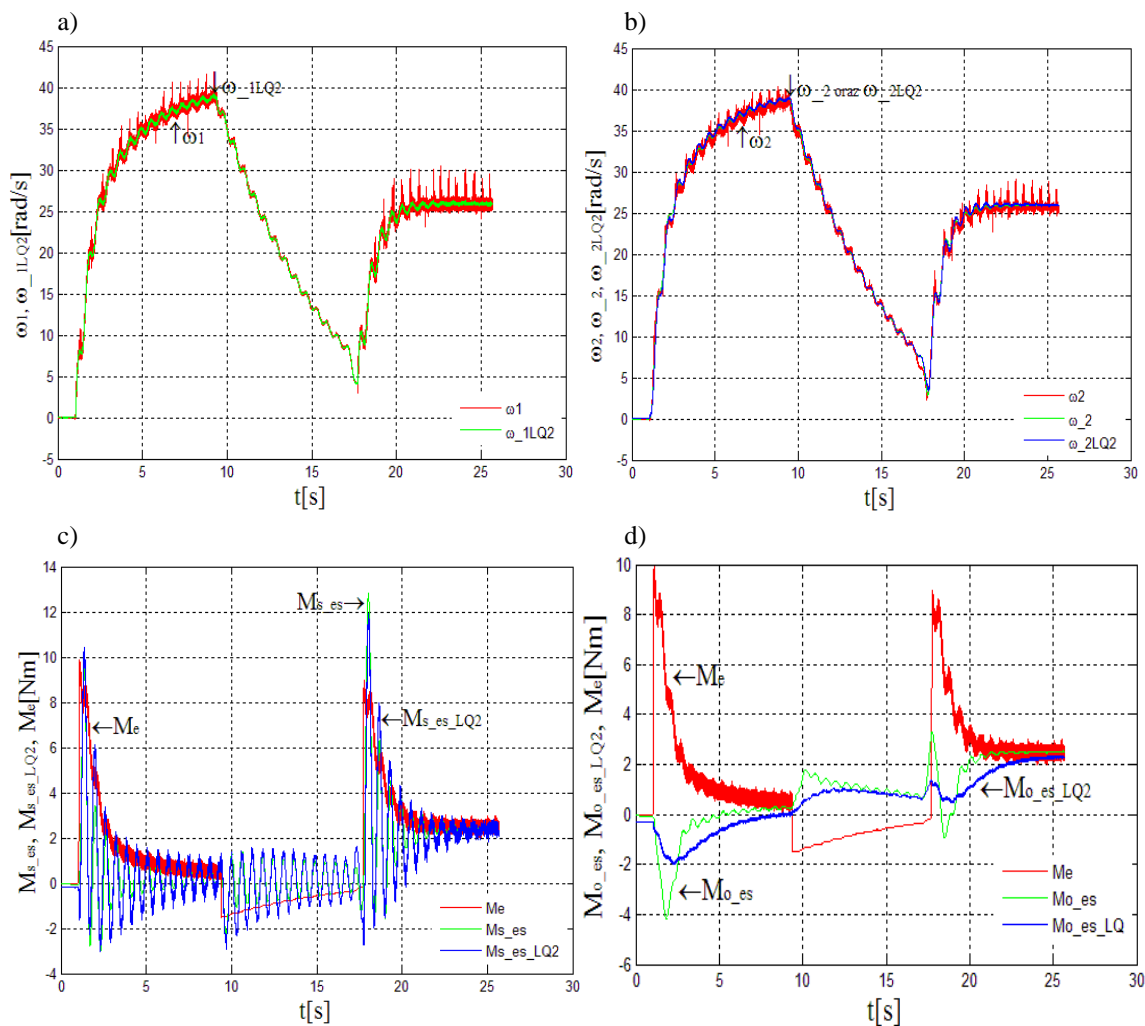
Tabela 10.1

	\mathbf{l}_1	\mathbf{l}_2	\mathbf{l}_3	\mathbf{l}_4
$\mathbf{J}_1=\mathbf{J}_2$	0.0393	0.0187	-0.0646	-0.0098
\mathbf{Q}_o	$\begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$			
\mathbf{R}_o	100000			
\mathbf{T}_s	0.0002 s			

Na rys. 10.5 przedstawiono przebiegi wielkości rzeczywistych oraz estymowanych badanego obserwatora pełnego rzędu LQOF. Uzyskane rezultaty porównano z obserwatorem TO (rys. 6.1, gdzie integratory poddano dyskretyzacji).

Przyjęto następujące oznaczenia:

- ω_1, ω_2, M_e – wielkości zmierzone;
- \hat{w}_1 (V_{1LQ2}), \hat{w}_2 (V_{2LQ2}), \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$), \hat{M}_o ($M_{o_es_LQ2}$) – wielkości estymowane obserwatora LQOF;
- \hat{w}_2 (V_2), \hat{M}_s (M_{s_es}), \hat{M}_o (M_{o_es}) – wielkości estymowane obserwatora TO.



Rys. 10.5. Przebiegi wielkości rzeczywistych i odtworzonych dla obserwatorów LQOF i TO przy $J_1=J_2$ (rozruch w chwili 1 s i obciążenie w 17.7 s)

Badany cyfrowy obserwator LQ pełnego rzędu (LQOF) w otwartym układzie 2. masowym charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Poprawnie odtwarzał kształt wybranych wielkości fizycznych badanego obiektu.
2. W odtworzonych przebiegach prędkości \hat{w}_1 (V_{1LQ2}) i \hat{w}_2 (V_{2LQ2}) obserwator miał właściwości filtrujące bez widocznych opóźnień w stosunku do sygnałów rzeczywistych (rys. 10.5 a, b).
Odtworzone przebiegi prędkości obserwatora LQOF pokrywały się z przebiegami odtworzonymi przez obserwator TO.
3. Odtworzony moment skręcający \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$) obserwatora LQOF w stanach dynamicznych był zbliżony do odtworzonego momentu skręcającego obserwatora TO. W stanie ustalonym widoczne były nieco większe oscylacje w stosunku do obserwatora TO (rys. 10.5 c).

W przypadku odtworzonego momentu obciążenia \hat{M}_o ($M_{o_es_LQ2}$) obserwatora LQOF można było zaobserwować opóźnienie odtwarzania w stosunku do obserwatora TO (rys. 10.5 d)). Zwiększenie współczynnika q_{44} macierzy Q_o stanowiło kompromis

między zmniejszeniem opóźnienia, a wzrostem oscylacji momentu obciążenia obserwatora LQOF.

4. Wraz ze wzrostem współczynnika R_o (wskaźnik jakości 3.19) oscylacje przebiegów prędkości i momentów obserwatora LQOF malały (wartość ta została zawarta w tabeli 10.1).

10.2. Cyfrowy obserwator LQ zredukowanego rzędu

Dyskretny obserwator LQ zredukowanego rzędu (LQOR) został zaprojektowany wg rozdziału 3.6.

Podobnie jak dla obserwatora pełnego rzędu przyjmuje się

$$x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ M_s(t) \\ M_o(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = w_1(t), \quad u(t) = M_e(t) \quad (10.7)$$

Dokonując podziału macierzy stanu \tilde{A} i macierzy sterowań \tilde{B} wg (3.22) dla (10.2) można zapisać [36],[50],[86],[111]

$$\begin{aligned} A_{11} &= 0 & A_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 \end{bmatrix} & B_1 &= \frac{1}{J_1} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 0 \\ k_s \\ 0 \end{bmatrix} & A_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_2} & -\frac{1}{J_2} \\ -k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & B_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10.8)$$

Równanie stanu zgodnie z (3.21) oraz (3.23) zapisuje się w postaci

$$\dot{w}_1(t) = 0 \cdot w_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_2(t) \\ M_s(t) \\ M_o(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{J_1} M_e(t) \quad (10.9)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_2(t) \\ \dot{M}_s(t) \\ \dot{M}_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_s \\ 0 \end{bmatrix} w_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_2} & -\frac{1}{J_2} \\ -k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_2(t) \\ M_s(t) \\ M_o(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M_e(t) \quad (10.10)$$

$$y_r(t) = C_r x(t) = [I \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ M_s(t) \\ M_o(t) \end{bmatrix} \quad (10.11)$$

gdzie $C_l = I$

Podobnie jak dla obserwatora pełnego rzędu formę dyskretną systemu (10.1), wg zależności (2.17), w środowisku MATLAB-SIMULINK uzyskuje się przy pomocy funkcji *c2d* [67],[68]

$$[A, B] = c2d(A_{\hat{}} , B_{\hat{}} , T_s) \quad (10.12)$$

$$C = [I \ 0 \ 0 \ 0]$$

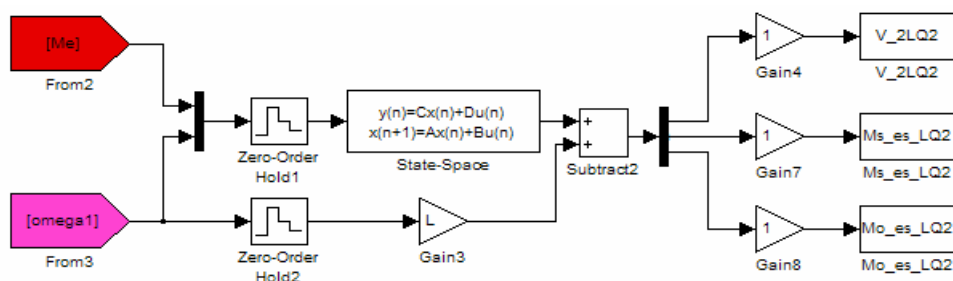
Problem obserwacji jest rozwiązywalny jeśli para $(C_l A_{12}, A_{22})$ jest obserwowalna. Macierz korekcji błędu obserwacji L wyznacza się tylko dla dyskretnego systemu dualnego do (2.16) i (10.12) w postaci (3.14) i wskaźnika jakości (3.19) stosując funkcję *dlqr* (po sprawdzeniu sterowalności pary $(A_{22}^T, (C_l A_{12})^T)$ i obserwowalności pary (Q_o, A_{22}^T))

$$[L, s, e] = dlqr(A_{22}', A_{12}', Q_o, R_o) \quad (10.13)$$

gdzie

$$L = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T \quad (10.14)$$

Dla wyliczonych macierzy A, B, C, L dyskretny obserwator stanu można zapisać w postaci (3.37). Zmiennymi wejściowymi dla tak skonstruowanego obserwatora jest prędkość silnika ω_1 i moment elektromagnetyczny M_e natomiast wielkościami estymowanymi: prędkość maszyny roboczej \hat{w}_2 (V_2LQ2), moment skręcający \hat{M}_s ($M_s_es_LQ2$) oraz moment obciążenia \hat{M}_o ($M_o_es_LQ2$). Schemat układu cyfrowego obserwatora LQ zredukowanego rzędu w oprogramowaniu SIMULINK przedstawiono na rys.10.6.



Rys. 10.6. Schemat układu cyfrowego obserwatora LQ zredukowanego rzędu w oprogramowaniu SIMULINK

W tabeli 10.2 przedstawiono wyniki optymalizacji obserwatora.

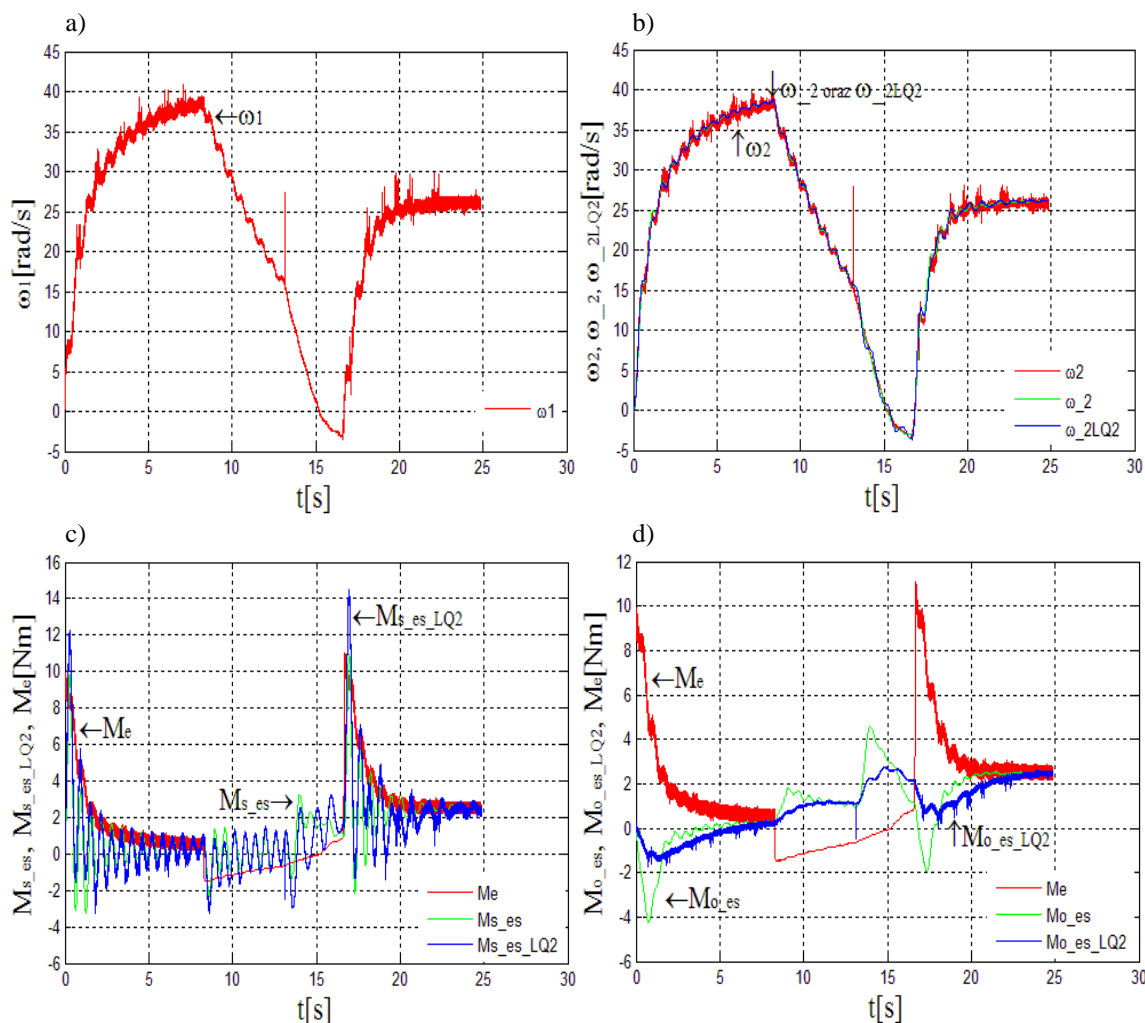
Tabela 10.2

	\mathbf{l}_1	\mathbf{l}_2	\mathbf{l}_3
$\mathbf{J}_1=\mathbf{J}_2$	0.0165	-0.3193	-0.1414
\mathbf{Q}_o	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$		
\mathbf{R}_o	1000		
\mathbf{T}_s	0.0002 s		

Na rys. 10.7 przedstawiono przebiegi wielkości rzeczywistych oraz estymowanych badanego obserwatora zredukowanego rzędu LQOR. Uzyskane rezultaty porównano z obserwatorem TO.

Przyjęto następujące oznaczenia:

- ω_1, ω_2, M_e – wielkości zmierzone;
- $\hat{\omega}_2$ (V_{2LQ2}), \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$), \hat{M}_o ($M_{o_es_LQ2}$) – wielkości estymowane obserwatora LQOF;
- $\hat{\omega}_2$ (V_{2}), \hat{M}_s (M_{s_es}), \hat{M}_o (M_{o_es}) – wielkości estymowane obserwatora TO.



Rys. 10.7. Przebiegi wielkości rzeczywistych i odtworzonych dla obserwatorów LQOR i TO przy $J_1=J_2$ (rozruch w 0 s i obciążenie w 13.1 s)

Badany cyfrowy obserwator LQ zredukowanego rzędu (LQOR) w otwartym układzie 2. masowym charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Poprawnie odtwarzał kształt wybranych wielkości fizycznych badanego obiektu.
2. Nie odtwarzał przebiegu prędkości \hat{w}_1 (V_{1LQ2}) – co wynikało z konstrukcji obserwatora (obserwator zredukowany).
3. W odtworzonym przebiegu prędkości \hat{w}_2 (V_{2LQ2}) miał właściwości filtrujące bez widocznych opóźnień w stosunku do sygnałów rzeczywistych (rys. 10.7 b)). Odtworzony przebieg prędkości obserwatora LQOR pokrywał się z przebiegiem odtworzonym przez obserwator TO.
4. Odtworzony moment skręcający \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$) obserwatora LQOR w stanach dynamicznych był bardzo zbliżony do odtworzonego momentu skręcającego obserwatora TO. W stanie ustalonym widoczne były nieco większe oscylacje w stosunku do obserwatora TO (rys. 10.7 c)).

W przypadku odtworzonego momentu obciążenia \hat{M}_o ($M_{o_es_LQ2}$) obserwatora LQOF można było zaobserwować opóźnienie odtwarzania w stosunku do odtworzonego momentu obciążenia obserwatora TO (rys. 10.7 d)). Zwiększenie współczynnika q_{44} macierzy Q_o stanowiło kompromis pomiędzy zmniejszeniem opóźnienia a wzrostem oscylacji momentu obciążenia obserwatora LQOF.

5. Wartość R_o jako optymalną przedstawiono w tabeli 10.2. Zmniejszanie R_o powodowało wzrost oscylacji odtworzonego momentu skręcającego \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$). Jednakże z drugiej strony malało znacznie opóźnianie w odtwarzaniu momentu obciążenia \hat{M}_o ($M_{o_es_LQ2}$).

W niniejszym rozdziale zaprezentowano także konstrukcję cyfrowego obserwatora LQ zredukowanego rzędu, w której moment obciążenia M_o jako sygnał zakłócający został pominięty w równaniu stanu. Badania miały charakter porównawczy w stosunku do konstrukcji obserwatorów z rozdziałów 10.1 i 10.2.

Dla powyższego założenia przyjmuje się

$$x(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ M_s(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = w_1(t), \quad u(t) = M_e(t) \quad (10.15)$$

oraz macierze \tilde{A}, \tilde{B}, C w postaci (współczynnik tłumienia drgań elementu sprężystego $D=0$)

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_2} \\ k_s & -k_s & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.16)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Podobnie jak w poprzednich badaniach formę dyskretną systemu uzyskuje się przy pomocy funkcji $c2d$

$$[A, B] = c2d(A_{\hat{a}}, B_{\hat{a}}, T_s) \tag{10.17}$$

$$C = [I \ 0 \ 0 \ 0] \tag{10.18}$$

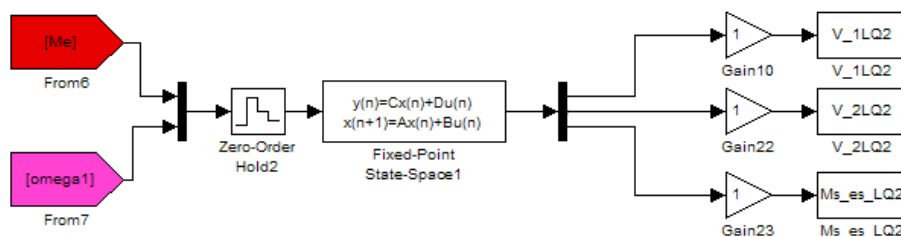
Warunki obserwowalności systemu dyskretnego oraz wyznaczenia macierzy korekcji błędu obserwacji L dla dyskretnego systemu dualnego przy pomocy funkcji $dlqr$ pozostają takie jak w poprzednich badaniach

$$[L, s, e] = dlqr(A', C', Q_o, R_o) \tag{10.19}$$

gdzie

$$L = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4]^T \tag{10.20}$$

Zmiennymi wejściowymi tak przyjętego obserwatora jest prędkość silnika ω_1 i moment elektromagnetyczny M_e natomiast wielkościami estymowanymi: prędkość silnika \hat{w}_1 (V_{1LQ2}), prędkość maszyny roboczej \hat{w}_2 (V_{2LQ2}) oraz moment skłęcający \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$). Schemat powyższej konstrukcji obserwatora LQ przedstawiono na rys.10.8.



Rys. 10.8. Schemat układu cyfrowego obserwatora LQ zredukowanego rzędu z pominięciem momentu obciążenia M_o w oprogramowaniu SIMULINK

W tabeli 10.3 przedstawiono wyniki optymalizacji obserwatora.

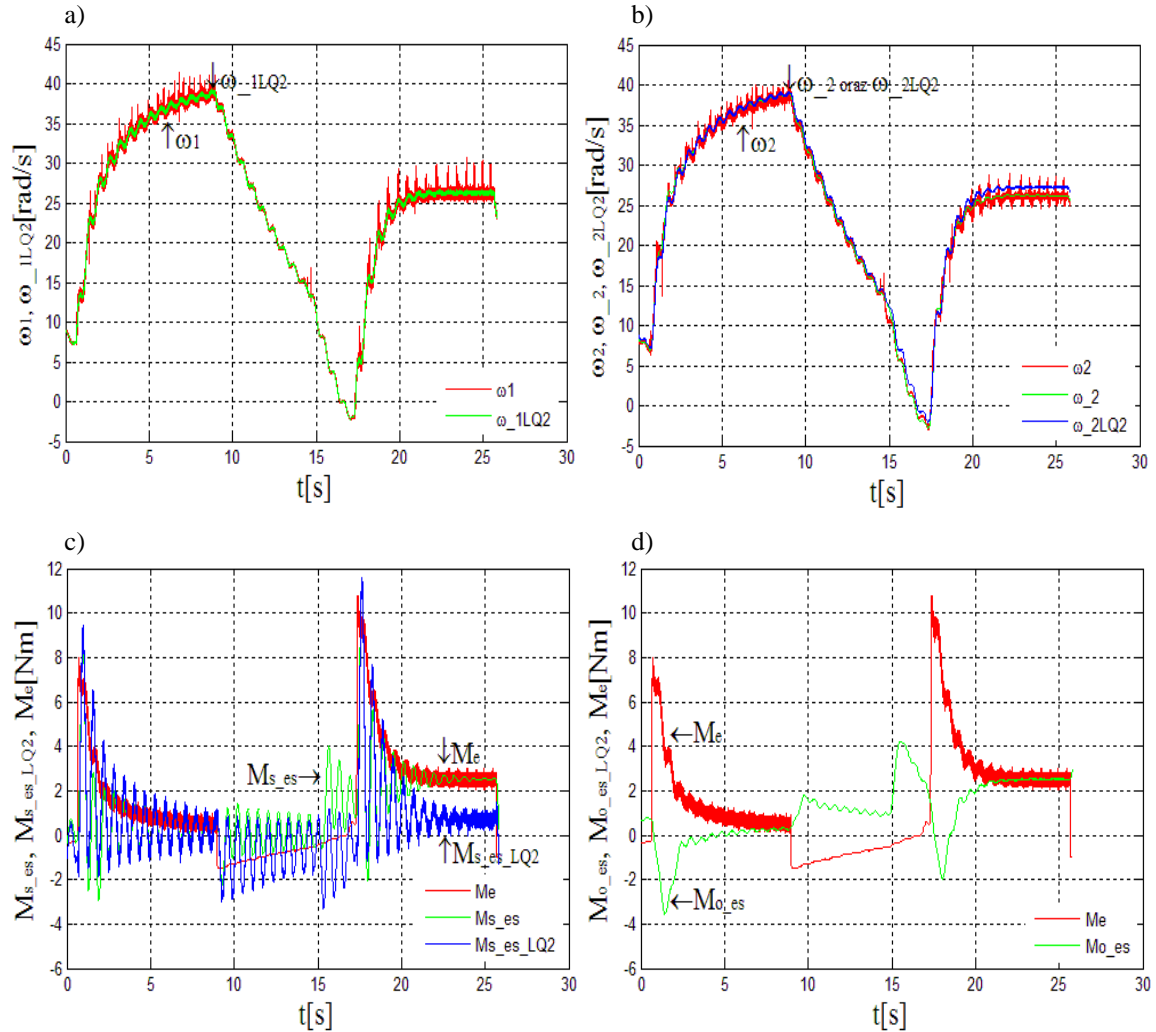
Tabela 10.3

	l_1	l_2	l_3
$J_1=J_2$	0.0545	0.0208	-0.0803
Q_o	$\begin{bmatrix} 300 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$		
R_o	100000		
T_s	0.0002 s		

Na rys. 10.9 przedstawiono przebiegi wielkości rzeczywistych oraz estymowanych badanego obserwatora. Uzyskane rezultaty porównano z obserwatorem TO.

Przyjęto następujące oznaczenia:

- ω_1, ω_2, M_e – wielkości zmierzone;
- $\hat{w}_1 (V_{1LQ2}), \hat{w}_2 (V_{2LQ2}), \hat{M}_s (M_{s_es_LQ2})$ – wielkości estymowane badanego obserwatora;
- $\hat{w}_2 (V_{2_2}), \hat{M}_s (M_{s_es}), \hat{M}_o (M_{o_es})$ – wielkości estymowane obserwatora TO.



Rys. 10.9. Przebiegi wielkości rzeczywistych i odtworzonych dla obserwatorów LQOR (z pominięciem M_o) i TO przy $J_1=J_2$ (rozruch w 0.65 s i obciążenie w 14.7 s)

Badany cyfrowy obserwator LQOR (z pominięciem M_o) w otwartym układzie 2. masowym charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Nie odtwarzał przebiegu momentu obciążenia $\hat{M}_o (M_{o_es_LQ2})$ – co wynikało z konstrukcji obserwatora (obserwator zredukowany).

2. W odtworzonym przebiegu prędkości \hat{w}_1 (V_{1LQ2}) i \hat{w}_2 (V_{2LQ2}) miał właściwości filtrujące bez widocznych opóźnień w stosunku do sygnałów rzeczywistych (rys. 10.9a).
Odtworzony przebieg prędkości \hat{w}_2 (V_{2LQ2}) wykazywał statyzm (rys. 10.9 b)).
Obserwator źle odtwarzał wartości momentu skręcającego \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$). (rys. 10.9 c)).
3. Wartość R_o jako optymalną przedstawiono w tabeli 10.3. Zmniejszanie R_o powodowało wzrost oscylacji odtworzonego momentu skręcającego \hat{M}_s ($M_{s_es_LQ2}$) oraz prędkości maszyny roboczej \hat{w}_2 (V_{2LQ2}).

10.3. Podsumowanie

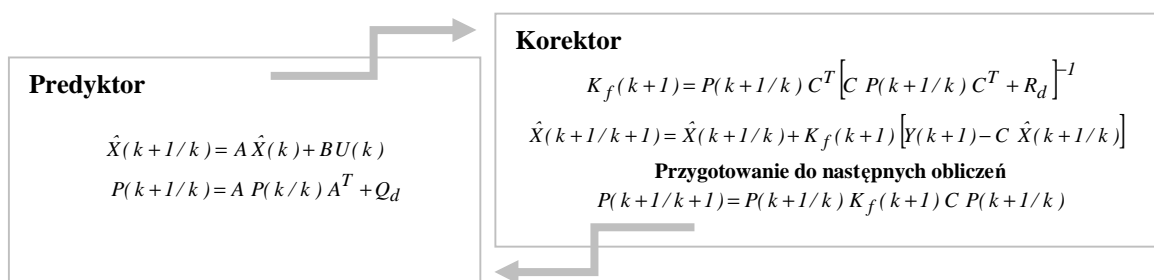
Zastosowanie cyfrowego obserwatora LQ (pełnego i zredukowanego rzędu) do odtwarzania przebiegów prędkości i momentów w układzie 2. masowym posiada następujące zalety:

1. Łatwość w optymalizacji macierzy korekcji błędu L z wykorzystaniem numerycznych algorytmów dyskretyzacji i rozwiązania dyskretnego algebraicznego równania Riccatego (metoda Schura rozwiązania ARE [4]).
2. Wykorzystanie zasady dualizmu (równoważność optymalizacji obserwatora i regulatora – statyczne sprzężenie zwrotne).
3. Możliwość modyfikacji elementów macierzy Q_o , R_o i wpływania na jakość przebiegów odtwarzanych przez obserwator.
4. Dostępność oraz łatwość pomiaru sygnałów wejściowych obserwatora: momentu elektromagnetycznego M_e (pomiar prądu I_t) oraz prędkości ω_1 silnika.
5. Mała liczba obliczeń numerycznych w odróżnieniu do algorytmu Filtra Kalmana. Obserwator LQ pełnego rzędu można zapisać w postaci

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_1(k+1/k) \\ \hat{w}_2(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}_1(k) \\ \hat{w}_2(k) \\ \hat{M}_s(k) \\ \hat{M}_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_e(k) \\ w_1(k) \end{bmatrix}, \quad (10.21)$$

$\underbrace{\quad}_{\hat{X}(k+1)} \quad \underbrace{\quad}_{A-LC} \quad \underbrace{\quad}_{\hat{X}(k)} \quad \underbrace{\quad}_{B \quad L}$

Dla porównania algorytm pracy Filtra Kalmana przyjmuje postać [34]



Predyktor

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_1(k+1/k) \\ \hat{w}_2(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}_1(k) \\ \hat{w}_2(k) \\ \hat{M}_s(k) \\ \hat{M}_s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} M_e(k) \quad (10.22)$$

$\hat{X}(k+1/k)$ A $\hat{X}(k/k)$ B

$$\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \quad (10.23)$$

$P(k+1/k)$ A $P(k/k)$ A^T Q_d

Korektor

$$\begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} + R_d \right)^{-1} \quad (10.24)$$

$K_f(k+1)$ $P(k+1/k)$ C^T C $P(k+1/k)$ C^T

$$\begin{bmatrix} \hat{w}_1(k+1/k+1) \\ \hat{w}_2(k+1/k+1) \\ \hat{M}_s(k+1/k+1) \\ \hat{M}_s(k+1/k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{w}_1(k+1/k) \\ \hat{w}_2(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} \left(w_1(k+1) - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}_1(k+1/k) \\ \hat{w}_2(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \\ \hat{M}_s(k+1/k) \end{bmatrix} \right) \quad (10.25)$$

$\hat{X}(k+1/k+1)$ $\hat{X}(k+1/k)$ $K_f(k+1)$ $\hat{X}(k+1/k)$

$$\begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & A & 2 & 4 & B \end{bmatrix} \quad (10.26)$$

$P(k+1/k+1)$ $P(k+1/k)$ $K_f(k+1)$ $P(k+1/k)$

Rozdział 11

Badania eksperymentalne cyfrowej regulacji i obserwacji LQ

W rozdziale przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych cyfrowej regulacji i obserwacji LQ dla układu 2. masowego (N2). Zestaw laboratoryjny, wg którego zostały wykonane badania został przedstawiony w rozdziale 10 (rys. 10.1).

W badaniach wykorzystano struktury obserwatorów LQ pełnego (LQOF) i zredukowanego rzędu (LQOR) (rys. 10.4 oraz 10.6).

Układy cyfrowej regulacji i obserwacji zostały zaprojektowane na 32. bitowych stałoprzecinkowych blokach obliczeniowych. W opisie przyjęto oznaczenia liczb stałoprzecinkowych wg zasady (c,u) , gdzie c – część całkowita i u – część ułamkowa liczby. W badaniach pokazano wpływ zastosowanego kodowania stałoprzecinkowego oraz czasu próbkowania T_s na kształt przebiegów pomiarowych dla prędkości $w_{ref}=50$ rad/s i 20 rad/s. Przykładowe wyniki w formie przebiegów zaprezentowano dla $w_{ref}=50$ rad/s, kodowania (16,16) oraz (20,12) przy czasie próbkowania $T_s=1$ ms. Przetworniki A/C (C/A) karty CP1104 są 12. bitowe.

Sygnały wejściowe pomiarowe: prędkość silnika w_1 , prędkość maszyny roboczej w_2 oraz prąd twornika I_t były podawane na wejścia przetworników A/C w zakresie ± 10 V (kanały: C5, C6, C7 na rys. 10.3).

Pomiary wykonano dla rozkładu mas $J_1=J_2$ oraz sygnału zadającego prędkości $w_{ref}=50$ rad/s i 20 rad/s w zakresie sygnałów cyfrowych 0-1 co odpowiadało sygnałowi 0-10 V na wyjściu przetwornika C/A (kanał C3, na rys. 11.1 oraz 11.4).

Doboru czasu próbkowania T_s w układzie regulacji można dokonać na podstawie [7]:

1. Parametrów obiektu regulacji, przy czym dla elementów inercyjnych

$$T_s = \frac{T_t}{N}, \quad N \in (4,10) \quad (11.1)$$

dla elementów oscylacyjnych

$$T_s = \frac{T_r}{N}, \quad N \in (4,10), \quad \text{gdzie } T_r = \frac{1}{\omega_0} e^{\frac{j}{\tan \alpha}}, \quad \alpha = \cos j. \quad (11.2)$$

2. Odpowiedzi skokowej ciągłego zamkniętego układu regulacji – czasu odpowiedzi (narastania) lub częstotliwości granicznej zamkniętego układu regulacji.

Częstotliwość próbkowania $\frac{1}{T_s}$ powinna być 10÷30 razy większa od częstotliwości granicznej lub czas próbkowania powinien być 16÷40 razy krótszy od czasu odpowiedzi (bezpośredni wskaźnik jakości).

3. Charakterystyki częstotliwościowej układu zamkniętego. Dla krótkich czasów próbkowania układ podtrzymujący może być aproksymowany przez transmitancję układu ciągłego

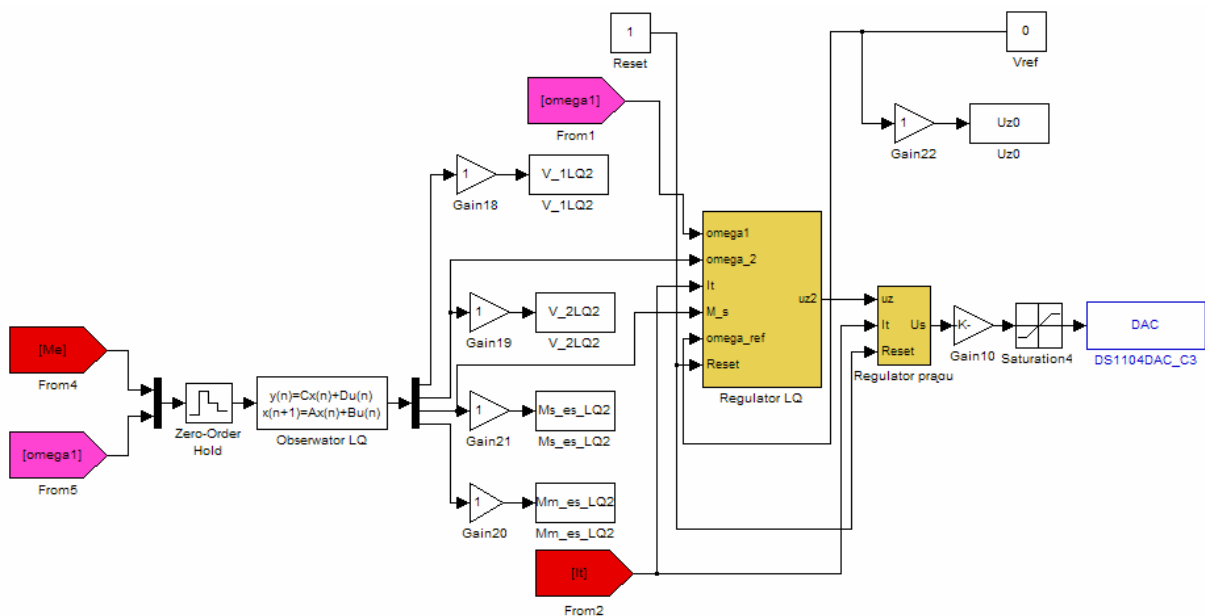
$$\frac{1 - e^{-sT_s}}{sT_s} \approx \frac{1 - 1 + sT_s - (sT_s)^2 / 2 + \dots}{sT_s} = 1 - \frac{sT_s}{2} + \dots \quad (11.3)$$

Pierwsze dwa wyrazy są identyczne z rozwinięciem w szereg $e^{-\frac{sT_s}{2}}$. Zatem dla małych wartości T_s układ podtrzymujący może być aproksymowany przez element opóźniający o czasie martwym (opóźnienia) równym połowie czasu próbkowania. Oznacza to możliwość zmniejszenia zapasu fazy PM o 5° do 15° stopni. Stąd $T_s w_c \approx 0.15 \div 0.5$, gdzie w_c jest częstotliwością, dla której plot Nyquista przecina okrąg jednostkowy. Oznacza to, że pulsacja próbkowania $w_s = \frac{2p}{T_s}$ powinna być $5 \div 20$ razy większa od w_c .

W dalszej części pracy przeprowadzono badania wpływu czasu próbkowania T_s oraz kodowania stałoprzecinkowego na pracę układu sterowania.

11.1. Układ cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ pełnego rzędu

Strukturę cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ pełnego rzędu (LQOF) przedstawiono na rys. 11.1.



Rys. 11.1. Schemat układu cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ pełnego rzędu (LQOF) w oprogramowaniu SIMULINK

Badany układ regulacji składał się z: cyfrowego regulatora prądu (rozdział 4), regulatora prędkości LQ (rozdział 9) oraz obserwatora LQ pełnego rzędu (rozdział 10).

W tabeli 11.1 przedstawiono wyniki optymalizacji regulatora LQ,

Tabela 11.1

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1=J_2$	1.1131	0.1779	0.6642	0.2354	0.9941
Q	$\begin{bmatrix} 28000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	100000				
T_s	0.001 s				

natomiast w tabeli 11.2 obserwatora LQ pełnego rzędu.

Tabela 11.2

	l_1	l_2	l_3	l_4
$J_1=J_2$	0.0438	0.0148	-0.0593	-0.0098
Q_o	$\begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$			
R_o	100000			
T_s	0.001 s			

W tabeli 11.3 pokazano wpływ czasu próbkowania T_s na uchyb statyczny prędkości maszyny roboczej Dw_2 w stanie ustalonym dla $w_{ref}=50$ rad/s i 20 rad/s przy zastosowanym kodowaniu stałoprzecinkowym (16,16).

Tabela 11.3

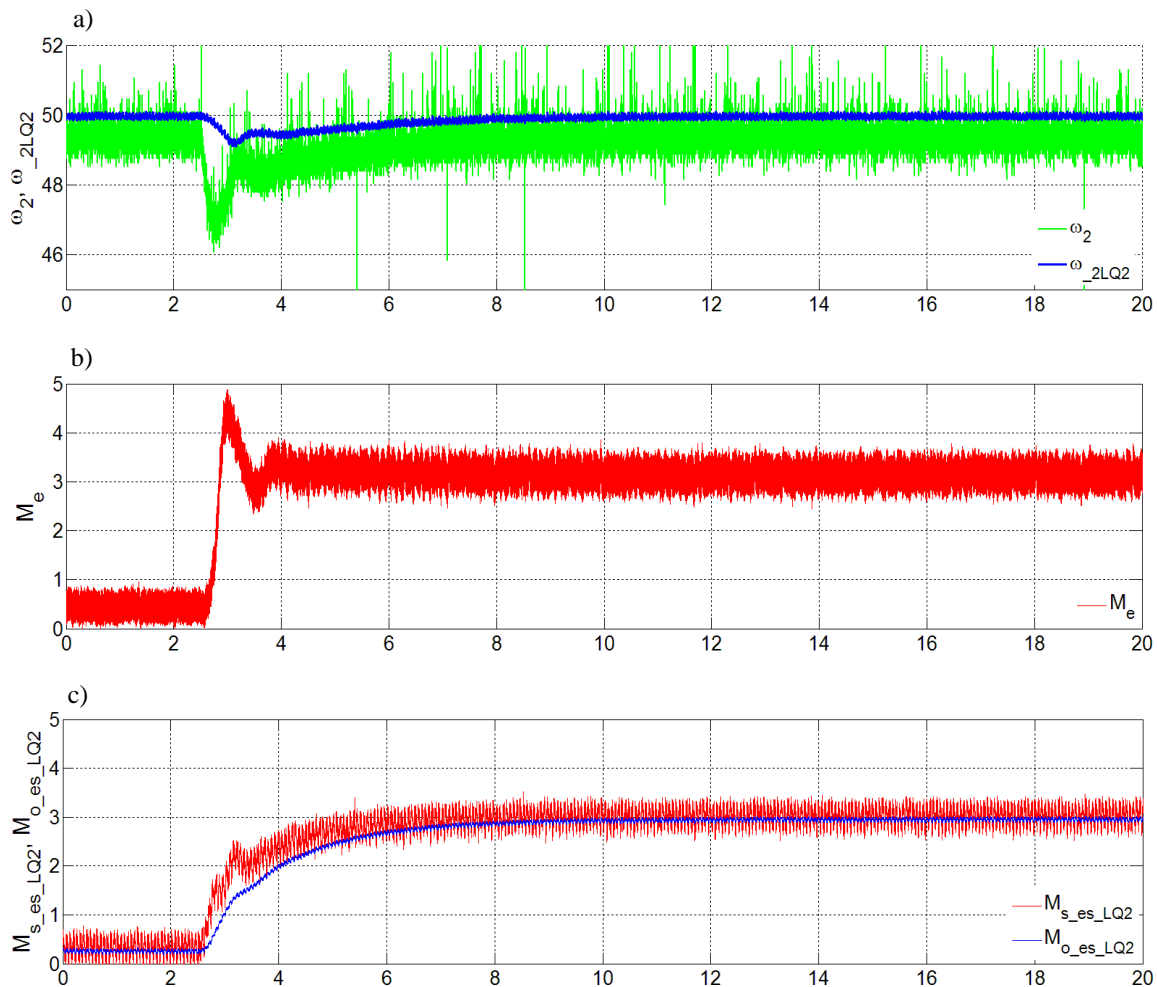
Kodowanie (16,16)		
T_s [s]	Dw_2 (dla $w_{ref}=50$ rad/s)	Dw_2 (dla $w_{ref}=20$ rad/s)
0.0002	1.2%	1.5%
0.0004	1.2%	1.5%
0.0006	1.2%	1.5%
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
0.001	1.2%	1.5%
0.02	<p>Składowa zmienna prędkości maszyny roboczej o charakterze sinusoidalnym w zakresie od 52.5 rad/s do 46.5 rad/s</p>	<p>Składowa zmienna prędkości maszyny roboczej o charakterze sinusoidalnym w zakresie od 50.02 rad/s do 49.4 rad/s</p>

W tabeli 11.4 pokazano wpływ zastosowanego kodowania stałoprzecinkowego na uchyb Dw_2 w stanie ustalonym dla $w_{ref}=50$ rad/s i 20 rad/s dla czasu próbkowania $T_s=0.001$ s.

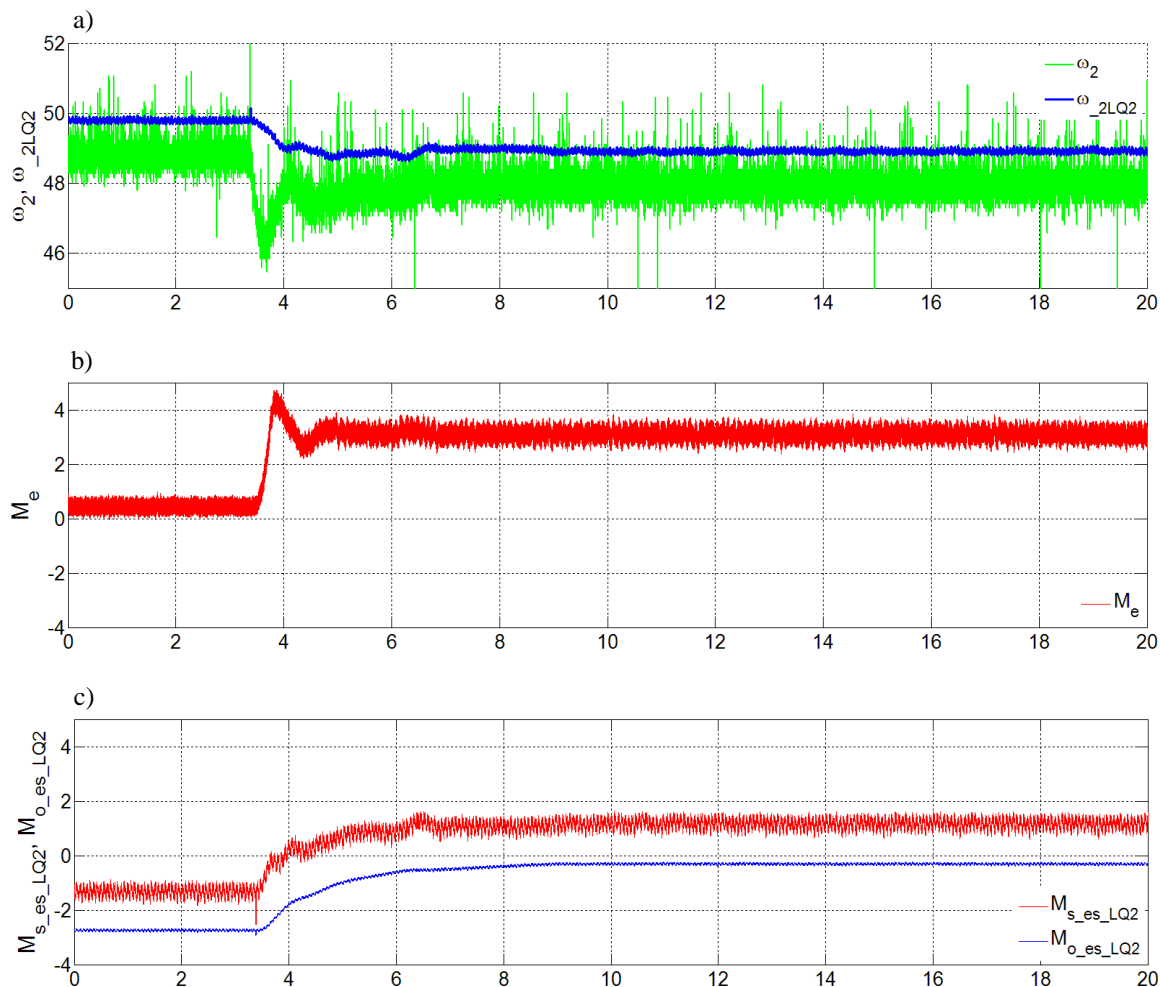
Tabela 11.4

Czas próbkowania $T_s=0.001$ s		
Kodowanie	Dw_2 (dla $w_{ref}=50$ rad/s)	Dw_2 (dla $w_{ref}=20$ rad/s)
(16,16)	1.2%	1.5%
(14,18)	1.2%	1.5%
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
(8,24)	1.2%	1.5%
(6,26)	>50%	1.5%
(20,12)	4.06%	8.35%
(22,10)	Układ regulacji nie działa	Układ regulacji nie działa

Na rys. 11.2, 11.3 przedstawiono przebiegi po obciążeniu napędu (w 3 s obciążenie momentem M_o) dla prędkości 50 rad/s, czasu próbkowania $T_s=1$ ms i kodowania stałoprzecinkowego (16,16) oraz (20,12).



Rys. 11.2. Przebiegi prędkości maszyny roboczej: rzeczywisty i odtworzony (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOF i kodowaniem (16,16)



Rys. 11.3. Przebiegi prędkości maszyny roboczej: rzeczywisty i odtworzony (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOF i kodowaniem (20,12)

Badany układ cyfrowej regulacji z obserwatorem LQOF charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Dla czasu próbkowania T_s z zakresu $0.0002 \div 0.001$ s i zastosowaniu kodowania stałoprzecinkowego (16,16), układ posiadał stały uchyb statyczny prędkości maszyny roboczej, który dla $w_{ref}=50$ rad/s wyniósł 1.2% natomiast dla $w_{ref}=20$ rad/s był równy 1.5% (tabela 11.3).

Przy zwiększeniu czasu próbkowania do $T_s=0.02$ s zarówno dla prędkości $w_{ref}=50$ rad/s jak i $w_{ref}=20$ rad/s, badany układ wykazywał pulsację (przebieg zbliżony do sinusoidalnego) prędkości w_2 w zakresach przedstawionych w tabeli 11.3.

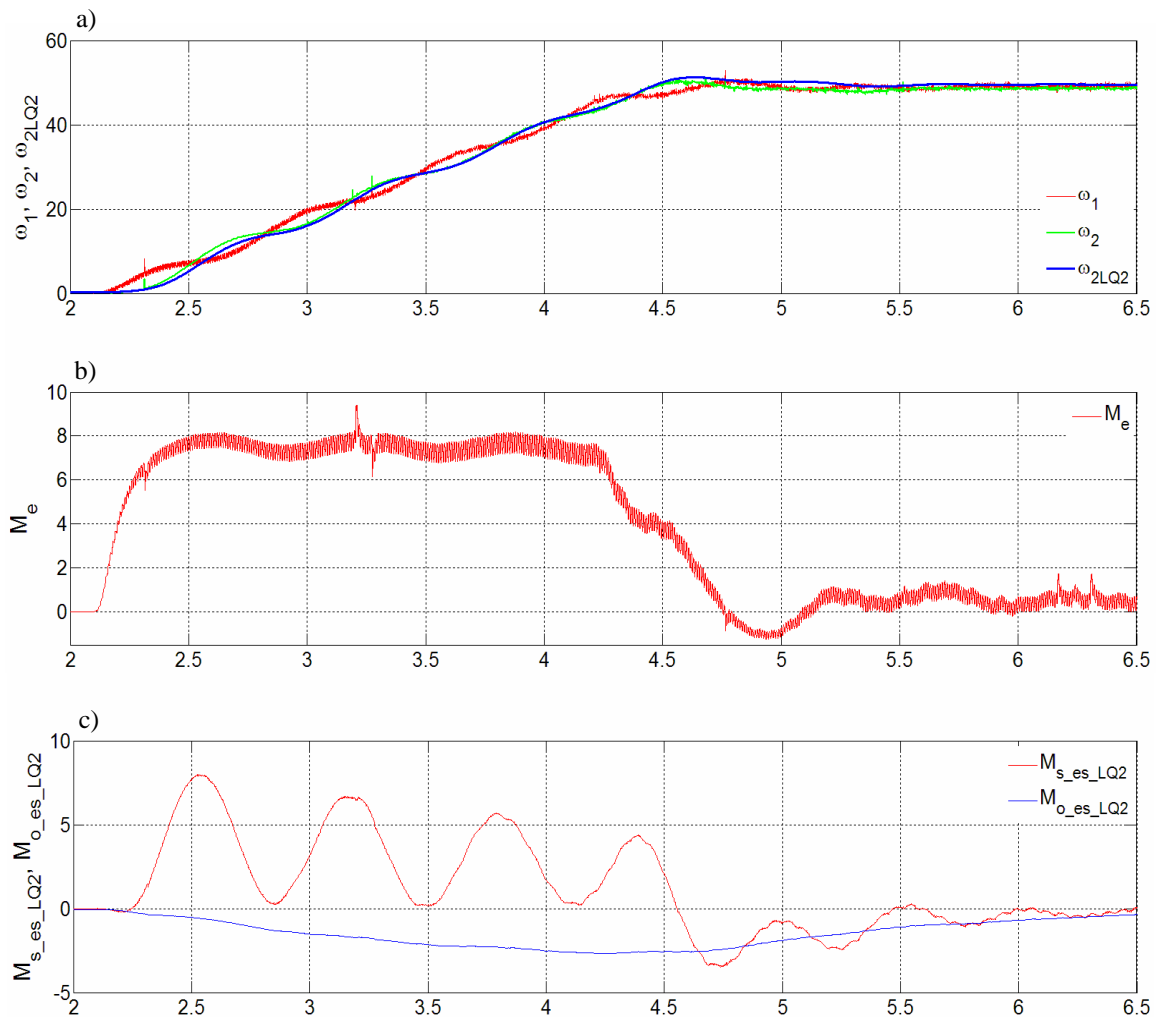
2. Dla kodowania stałoprzecinkowego z zakresu $(16,16) \div (8,24)$ i czasu próbkowania $T_s=0.001$ s, układ zachował taki sam uchyb statyczny prędkości w_2 jak w pkt.1 dla badanych prędkości referencyjnych (tabela 11.4).

Dla kodowania (6,26) i prędkości $w_{ref}=50$ rad/s układ wykazywał ponad 50% uchyb statyczny prędkości w_2 związany ze zbyt małym zakresem części całkowitej zastosowanego kodowania.

Dla kodowania (20,12) zarówno dla prędkości $w_{ref}=50$ rad/s jak i $w_{ref}=20$ rad/s, układ wykazywał wzrost uchybu statycznego prędkości w_2 związany ze zbyt małym zakresem części ułamkowej zastosowanego kodowania (tabela 11.4). Przy zastosowanym kodowaniu (22,10) układ przestał działać dla badanych prędkości referencyjnych.

3. Układ charakteryzowała duża odporność przebiegu prędkości maszyny roboczej na zmiany czasu próbkowania, zastosowanego kodowania stałoprzecinkowego oraz jakości przebiegów pomiarowych.

Na rys. 11.4 przedstawiono przebiegi dla rozruchu do prędkości $w_{ref}=50$ rad/s przy czasie próbkowania $T_s=0.001$ s i kodowaniu (16,16).



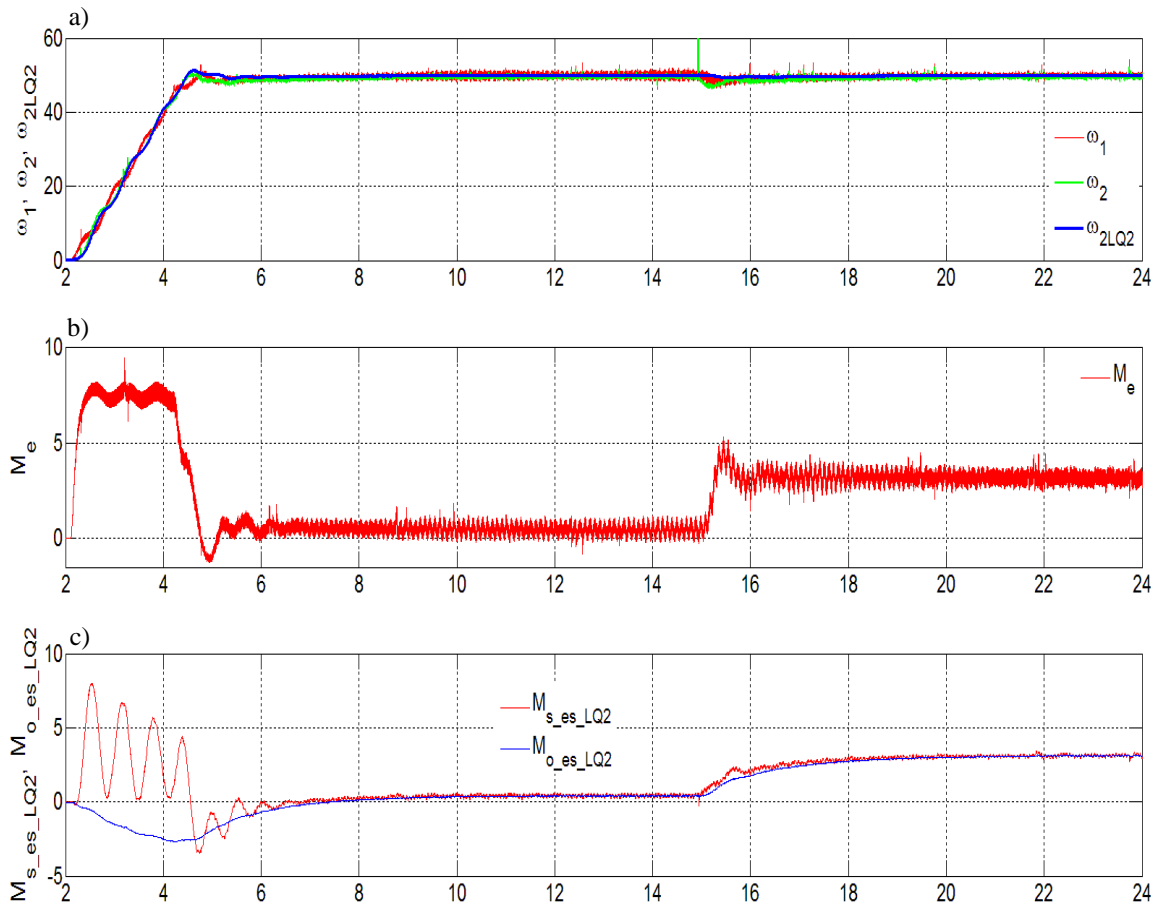
Rys. 11.4. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywiste i odtworzone) (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOF i kodowaniem (16,16)

Zaprezentowane powyższe przebiegi rozruchowe charakteryzowały się:

1. Poprawnością odtwarzania prędkości maszyny roboczej w_2 z niewielkim przeregulowaniem do 2.5% (rys. 11.4 a)). Zarejestrowane rzeczywiste przebiegi prędkości silnika oraz maszyny roboczej nie posiadały przeregulowań.

2. Błędem w odtwarzaniu momentu obciążenia (wartości ujemne, rys. 11.4 c)). Rozruch układu 2. masowego odbywał się bez obciążenia momentem.

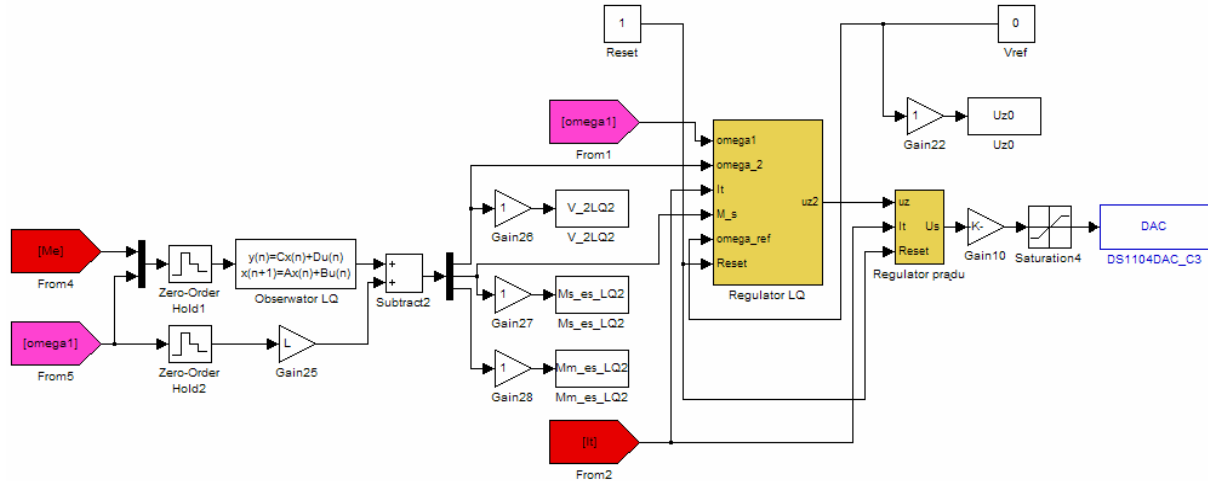
Na rys. 11.5 przedstawiono przebiegi kompleksowe zarówno dla rozruchu jak i stabilizacji prędkości kątowej.



Rys. 11.5. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOF i kodowaniem (16,16)

11.2. Układ cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ zredukowanego rzędu

Strukturę cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ zredukowanego rzędu (LQOR) przedstawiono na rys. 11.6.



Rys. 11.6. Schemat układu cyfrowej regulacji z obserwatorem LQ zredukowanego rzędu (LQOR) w oprogramowaniu SIMULINK

Badany układ regulacji składał się z: cyfrowego regulatora prądu (rozdział 4), regulatora prędkości LQ (rozdział 9) oraz obserwatora LQ zredukowanego rzędu (rozdział 10).

W tabeli 11.5 przedstawiono wyniki optymalizacji regulatora LQ,

Tabela 11.5

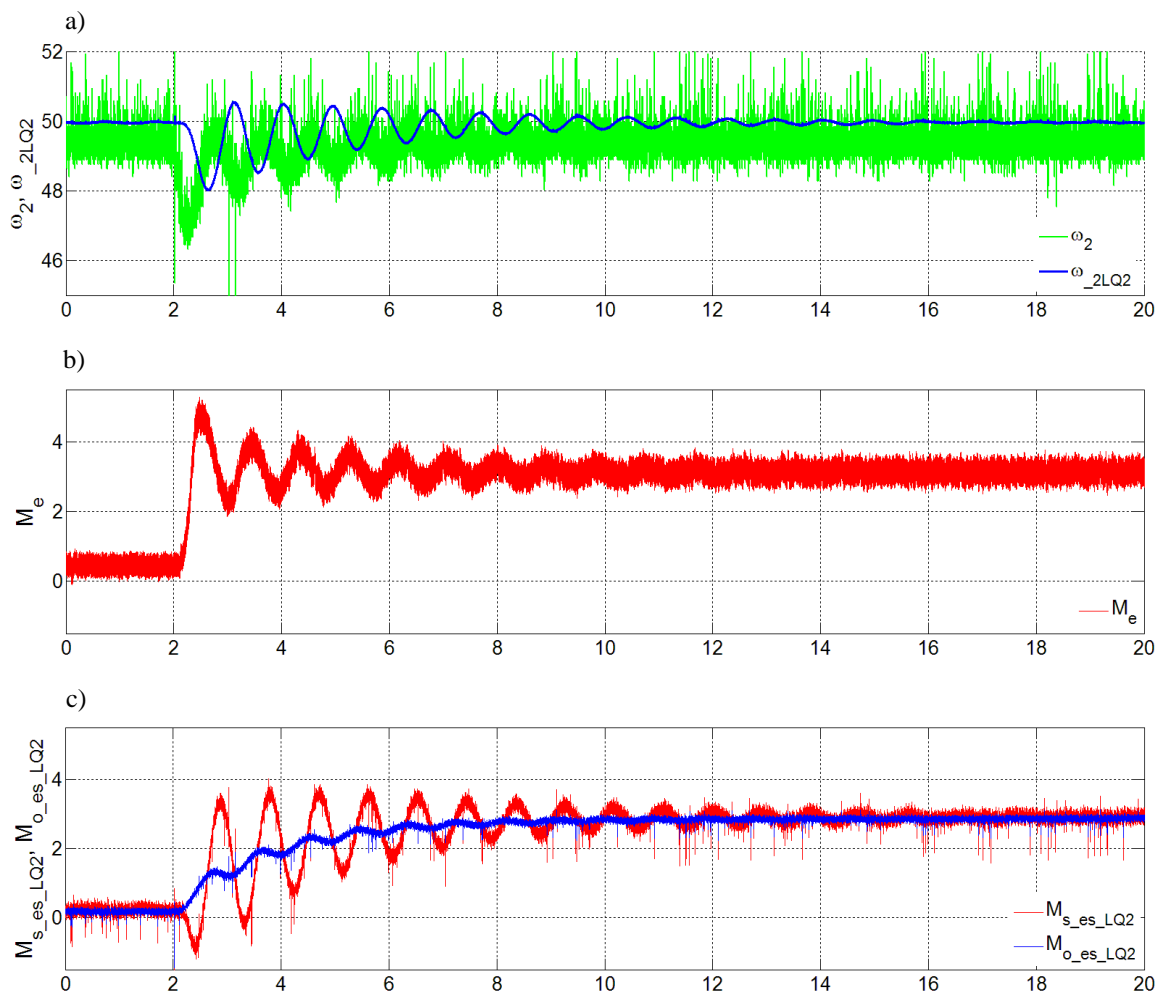
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
$J_1=J_2$	1.1131	0.1779	0.6642	0.2354	0.9941
Q	$\begin{bmatrix} 28000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$				
Q_j	100000				
\tilde{R}	100000				
T_s	0.001 s				

natomiast w tabeli 11.6 obserwatora LQ zredukowanego rzędu.

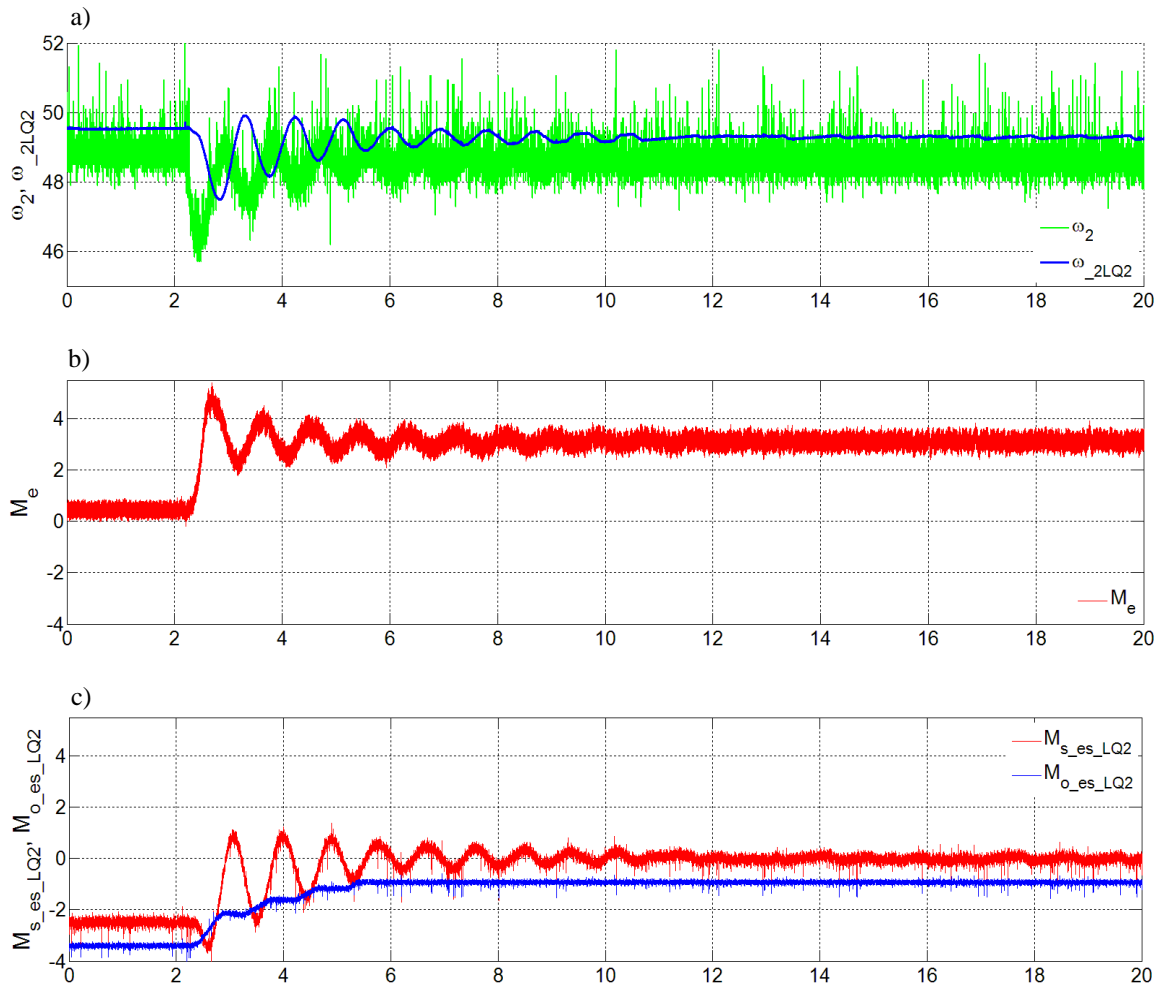
Tabela 11.6

	l_1	l_2	l_3
$J_1=J_2$	0.0162	-0.3148	-0.1413
Q_0	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$		
R_0	1000		
T_s	0.001 s		

Na rys. 11.7, 11.8 przedstawiono przebiegi po obciążeniu napędu (w 2 s obciążenie momentem M_o) dla prędkości 50 rad/s, czasu próbkowania $T_s=1$ ms i kodowania stałoprzecinkowego (16,16) oraz (20,12).



Rys. 11.7. Przebiegi prędkości maszyny roboczej: rzeczywisty i odtworzony (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOR i kodowaniem (16,16)

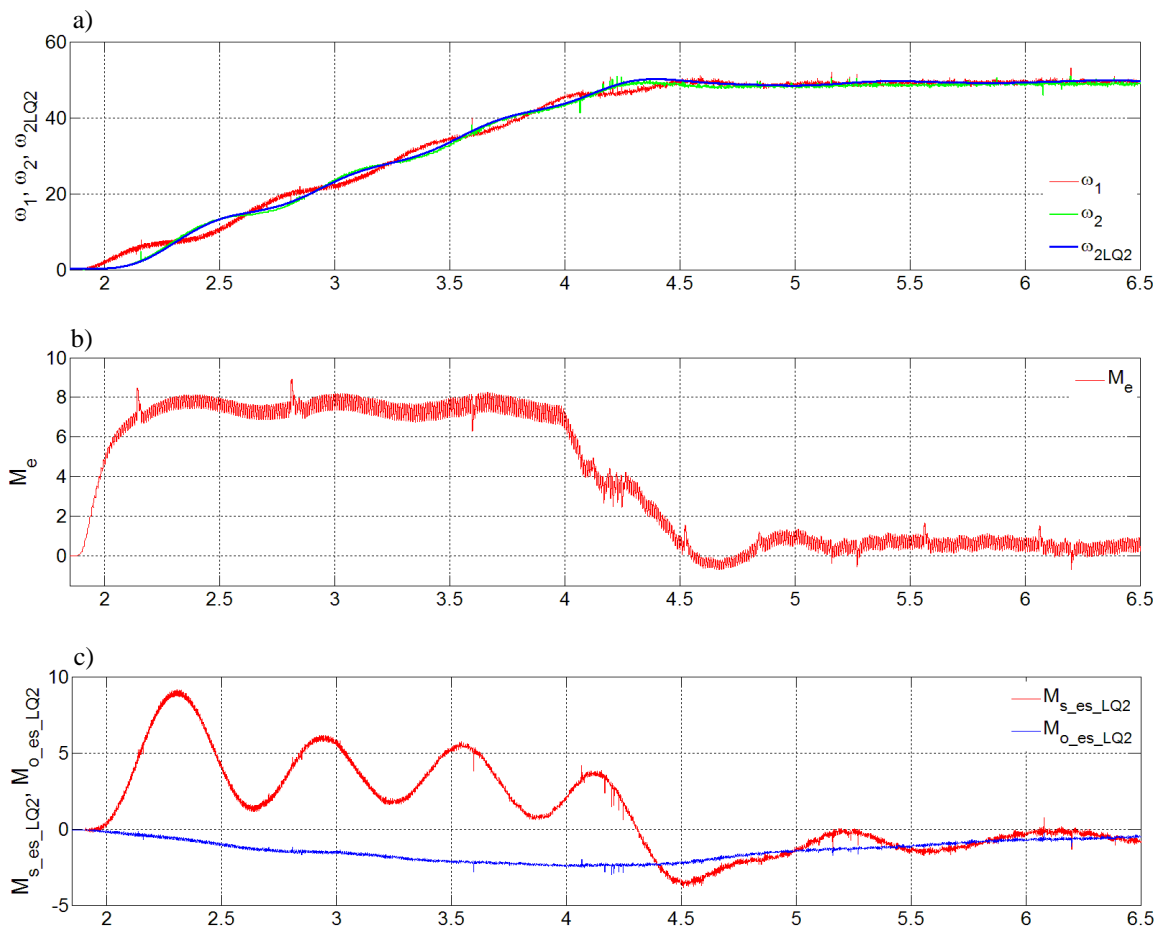


Rys. 11.8. Przebiegi prędkości maszyny roboczej: rzeczywisty i odtworzony (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOR i kodowaniem (20,12)

Badany układ cyfrowej regulacji z obserwatorem LQOR charakteryzował się następującymi właściwościami:

1. Dla czasów próbkowania T_s zgodnych z tabelą 11.3 i zastosowaniu kodowania stałoprzecinkowego (16,16), układ wykazywał takie same wartości uchybów statycznych prędkości maszyny roboczej jak z obserwatorem pełnego rzędu. Badany układ charakteryzował się większymi oscylacjami w stanach dynamicznych po obciążeniu momentem obciążenia M_o w ok. 2 s (rys. 11.7 i 11.8).
2. Dla kodowania stałoprzecinkowego wg tabeli 11.4 i czasu próbkowania $T_s=0.001$ s, układ zachował takie same uchyby statyczne prędkości w_2 jak z obserwatorem pełnego rzędu.
3. Układ charakteryzowała duża odporność przebiegu prędkości maszyny roboczej na zmiany czasu próbkowania, zastosowanego kodowania stałoprzecinkowego oraz jakości przebiegów pomiarowych.

Na rys. 11.9 przedstawiono przebiegi dla rozruchu do prędkości $w_{ref}=50$ rad/s przy czasie próbkowania $T_s=0.001$ s i kodowaniu (16,16).

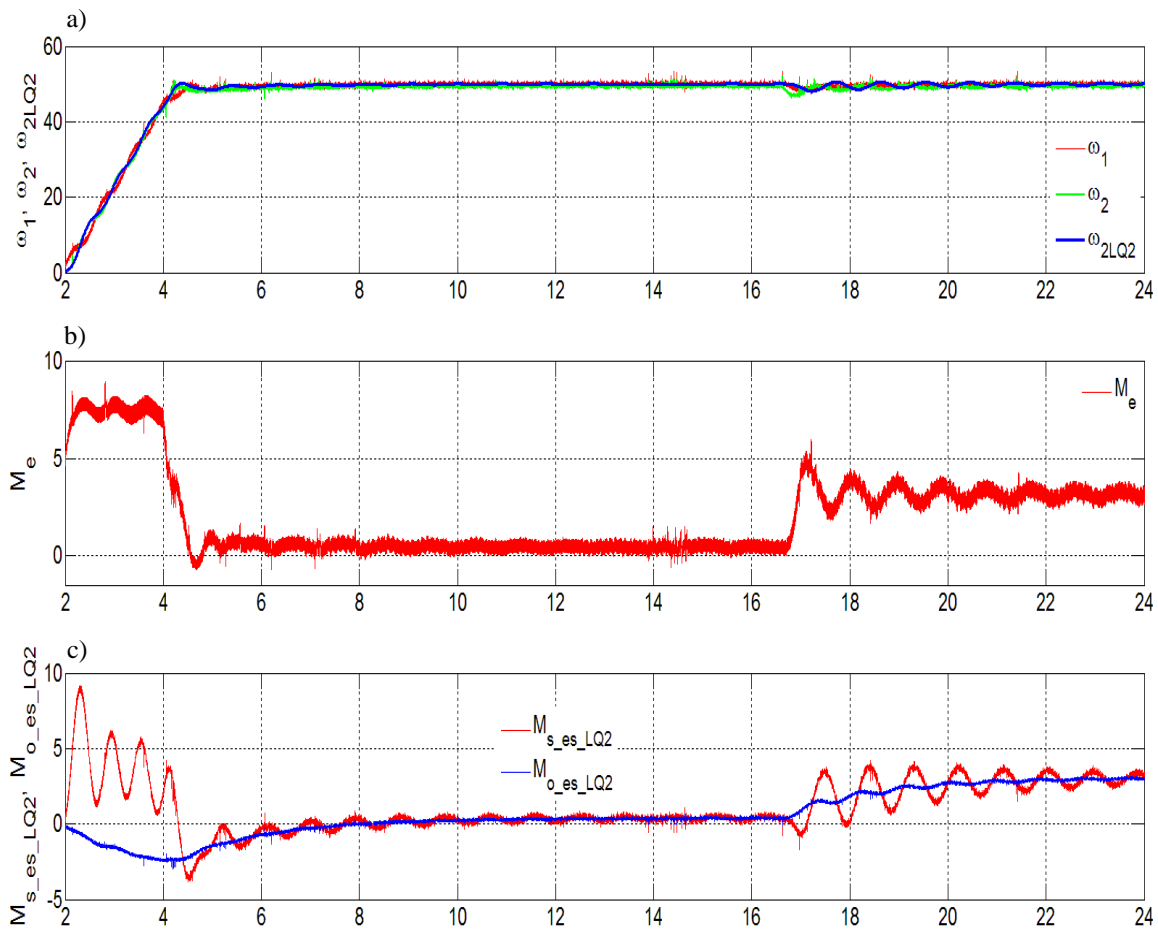


Rys. 11.9. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOR i kodowaniem (16,16)

Zaprezentowane powyższe przebiegi rozruchowe charakteryzowały się:

1. Poprawnością odtwarzania prędkości maszyny roboczej ω_2 bez przeregulowania. Również rzeczywiste przebiegi prędkości silnika oraz maszyny roboczej nie posiadały przeregulowań (rys. 11.9 a)).
2. Błędem w odtwarzaniu momentu obciążenia (wartości ujemne, rys. 11.9 c)). Rozruch układu 2. masowego odbywał się bez obciążenia momentem.

Na rys. 11.5 przedstawiono przebiegi kompleksowe zarówno dla rozruchu jak i stabilizacji prędkości kątowej.



Rys. 11.10. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) (a), momentu elektromagnetycznego (b), odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia (c) dla układu z obserwatorem LQOR i kodowaniem (16,16)

Rozdział 12

Analiza odporności układu regulacji – badania eksperymentalne

W rozdziale zamieszczono badanie odporności układu regulacji w oparciu o kryterium Nyquista. Zaprezentowana analiza zamkniętego układu regulacji została przeprowadzona dla kroku próbkowania równego 1ms i wyłącznie dla dyskretnego układu regulacji.

Przedstawiono w sposób uproszczony klasyczne metody badania odporności układów regulacji (zapas stabilności S_m , zapas modułu GM , zapas fazy PM), które zastosowane zostały do analizy zaprezentowanego wcześniej wielowymiarowego układu regulacji napędem z połączeniem sprzężystym.

Klasyczne pojęcie odporności zostało wyjaśnione na przykładzie układów o działaniu ciągłym (w celu wyznaczenia charakterystyki częstotliwościowej stosuje się podstawienie $s=j\omega$) – najprostsza interpretacja. Natomiast zastosowanie przedstawionych metod dla układów o działaniu dyskretnym wymaga zastosowania podstawienia $z = e^{j\omega T_s}$ w wielowymiarowych transmitancjach operatorowych. Ponadto przedstawione badania dotyczą układów dyskretno-ciągłych. Obserwator i regulator są o działaniu dyskretnym, a obiekt o działaniu ciągłym.

W ramach analizy układu sterowania przedstawiono kolejne jego ewolucje zaczynając od statycznego sprzężenia zwrotnego poprzez regulator LQ+I i ostatecznie analizując kompletny układ regulacji uzupełniony o obserwator pełnego rzędu.

12.1. Kryterium Nyquista i podstawowa odporność zamkniętych układów regulacji

Kryterium Nyquista należy do grupy częstotliwościowych kryteriów stabilności i pozwala określić stabilność układu zamkniętego na podstawie charakterystyki amplitudowo-fazowej układu otwartego.

W klasycznym podejściu bada się transmitancję ciągłego układu otwartego

$$G(s) = \frac{N(s)}{s^k D(s)} \quad (12.1)$$

i na podstawie plotu (charakterystyki amplitudowo-fazowej uzupełnionej o tor na ∞) wnioskuje się o stabilności układu zamkniętego

$$G_c(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{N(s)}{N(s) + s^k D(s)} \quad (12.2)$$

gdzie k jest stopniem astatyzmu.

W twierdzeniu Nyquista wykorzystuje się częstotliwościowe charakterystyki amplitudowo-fazowe

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\phi(\omega)} \quad (12.3)$$

lub w postaci logarytmicznej we współrzędnych biegunowych $20 \log[A(w)]e^{j\phi(w)}$ [3]. Takie podejście jest szczególnie cenne w przypadku układów astatycznych, których charakterystyki w otoczeniu $w=0$ dążą do nieskończoności i trudno jest zaobserwować zmiany funkcji w otoczeniu punktu krytycznego $(-1, j0)$.

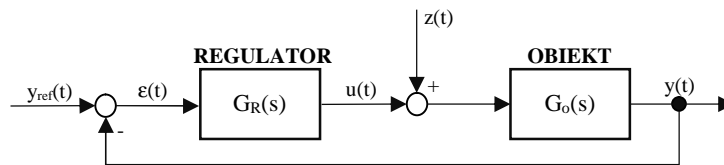
Przed zastosowaniem kryterium należy sprawdzić liczbę m pierwiastków wielomianu $D(s)$ w prawej półpłaszczyźnie i do tego celu można z powodzeniem wykorzystać tablicę Routha lub metody numeryczne do wyznaczania zer wielomianu.

Definicja 12.1. Plotem Nyquista [30] jest krzywa złożona z częstotliwościowej charakterystyki amplitudowo-fazowej uzupełnionej torem na $\{\infty\}$. Tor ten wyznacza się łącząc w nieskończoności punkty charakterystyki $G(jw)$ dla $w=0^-$ i $w=0^+$ i zmieniając kąt o $k\pi$.

Twierdzenie 12.2. Nyquista Warunkiem koniecznym i wystarczającym asymptotycznej stabilności układu zamkniętego jest, aby:

1. Plot Nyquista układu otwartego nie przechodził przez punkt $(-1, j0)$.
2. Plot Nyquista przy zmianie pulsacji $w \in (-\infty, +\infty)$ okrążył punkt $(-1, j0)$ m razy w kierunku matematycznie dodatnim.

Kryterium Nyquista pozwala na badanie stabilności zamkniętych układów regulacji, których struktura jest przedstawiona na rysunku 12.1.



Rys. 12.1. Schemat blokowy jednopętlowego układu regulacji (transmitancja układu otwartego jest równa $G(s) = G_R(s)G_o(s)$)

Definicja 12.2. Zapas stabilności jest miarą odległości charakterystyki $G(jw)$ od punktu krytycznego $(-1, j0)$ na płaszczyźnie zespolonej. Odległość tę ocenia się za pomocą zapasu modułu i zapasu fazy.

Zapas stabilności jest definiowany dla charakterystyk częstotliwościowych układu otwartego i pozwala określić odporność (robustness) zamkniętego układu regulacji ze względu na zmiany parametrów modelu (obiektu regulacji). Zmiany parametrów nazywane są niepewnością modelu.

Definicja 12.3. Zapas modułu GM obliczany jest dla punktu charakterystyki, w którym faza wynosi -180° . Określa krotność wzrostu modułu transmitancji, która prowadzi do granicy stabilności.

Zapas modułu powinien wynosić nie mniej niż 2 ($GM > 2$) lub co najmniej $6 \div 8dB$. GM zabezpiecza przed błędami (niepewnością) wzmocnienia w stanie ustalonym.

Definicja 12.4. Zapas fazy PM obliczany jest dla punktu, w którym charakterystyka przecina okrąg jednostkowy (czyli wzmocnienie równe 1)

$$PM = j(w_c) - 180^\circ \quad \text{dla} \quad w_c : |G(jw_c)| = 1 \quad (12.4)$$

Na rys. 12.2 przedstawiona jest interpretacja geometryczna zapasu modułu i fazy na podstawie charakterystyki amplitudowo-fazowej. Na rysunku zaznaczono również odległość S_m charakterystyki od punktu $(-1, j0)$, którą wyznacza się jako

$$S_m = \frac{1}{\max |S(j\omega)|} = \frac{1}{M_s}, \quad S(s) = \frac{1}{1+G} \quad (12.5)$$

gdzie $\max |S(j\omega)|$ jest największą wartością charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej funkcji wrażliwości $S(s)$.

W układach regulacji wymaga się aby

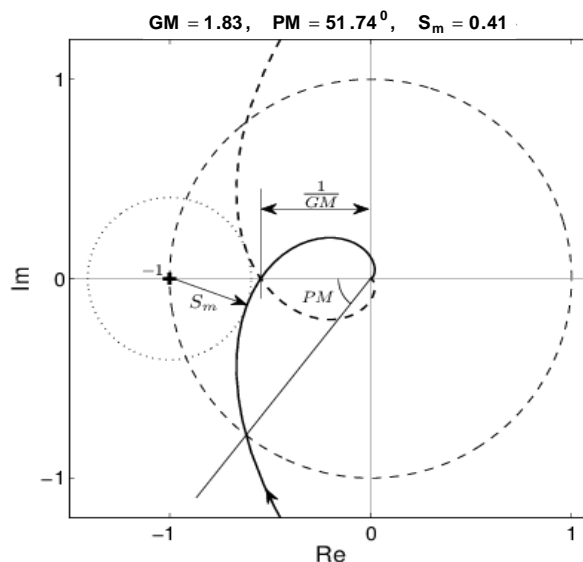
$$M_s < 2 \Rightarrow S_m = \frac{1}{M_s} > 0.5$$

Wówczas,

$$GM \geq \frac{M_s}{M_s - 1} \quad (12.6)$$

$$PM \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2M_s}\right) \geq \frac{1}{M_s} \quad (12.7)$$

Wynika stąd, że dla $M_s = 2 \Rightarrow GM \geq 2, PM \geq 29^\circ$.



Rys. 12.2. Zapas stabilności

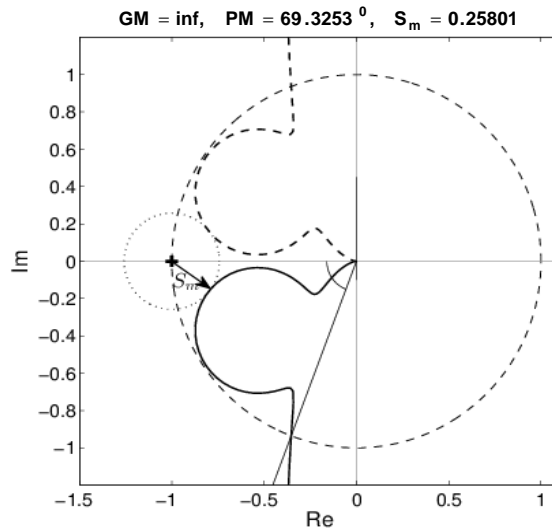
Zapas fazy określa jak dużo przesunięcia fazowego można dodać do transmitancji dla pulsacji ω_c zanim plot Nyquista nie przetnie punktu $(-1, j0)$. PM zabezpiecza przed niepewnością (błędami) opóźnień. Wynika stąd [88], że system zamknięty straci stabilność jeśli poja-

wi się dodatkowe opóźnienie $e^{-q_{max}s}$, gdzie $q_{max} = \frac{PM}{w_c}$. PM oraz w_c są wyrażone w jednostkach SI. Zwykle PM powinno być większe od 30^0 .

W niektórych przypadkach ocena odporności układu regulacji na podstawie GM i PM jest niewystarczająca. Wówczas należy użyć dodatkowo wskaźnika S_m . Przykładem może być transmitancja podana przez [6]

$$G(s) = \frac{0.38(s^2 + 0.1s + 0.55)}{(s(s + 1)(s^2 + 0.06s + 0.5))} \tag{12.8}$$

gdzie $GM = \infty$, $PM = 70^0$, a jednak charakterystyka leży blisko punktu $(-1, j0)$ o czym świadczy wartość wskaźnika S_m . Plot Nyquista został przedstawiony na rys. 12.3.



Rys. 12.3. Zapas stabilności dla przykładowego systemu

W nowoczesnym podejściu do zagadnienia odporności układów regulacji wykorzystuje się optymalizację w przestrzeni Hardy’ego (H_∞), a z praktycznego punktu widzenia jest to poszukiwanie największych wartości charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych.

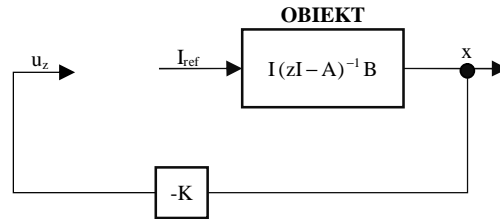
W przypadku badania odporności dyskretnych układów regulacji wyznacza się charakterystyki częstotliwościowe stosując podstawienie $z = e^{jwT_s}$, czyli transmitancja widmowa jest równa

$$G(jw) = P(w) + jQ(w) = A(w)e^{ij(w)} \tag{12.9}$$

i wskaźniki odpornościowe definiuje się identycznie jak w układach ciągłych.

12.2. Regulator LQ bez obserwatora – rozwiązanie klasyczne

W niniejszym rozdziale poddano analizie układ regulacji z bezpośrednim sprzężeniem zwrotnym od wszystkich zmiennych stanu. Rozłączenie układu, tzn. odpięcie ujemnego sprzężenia zwrotnego zostało przedstawione na rys. 12.4. Przed wyznaczeniem charakterystyki amplitudowo-fazowej dokonano dyskretyzacji modelu matematycznego napędu z połączeniem sprzężystym przyjmując krok dyskretyzacji $T_s=1$ ms.



Rys. 12.4. Zastosowanie kryterium Nyquista do regulatora stanu

W rozważanym przypadku dla systemu z rys. 12.4

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ I_t \\ M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{y_e}{J_1} & -\frac{1}{J_1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 \\ k_s & -k_s & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_z}{b} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12.10)$$

przyjęto macierze wag wykorzystując wskaźnik jakości (2.9)

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 28 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = 100 \quad (12.11)$$

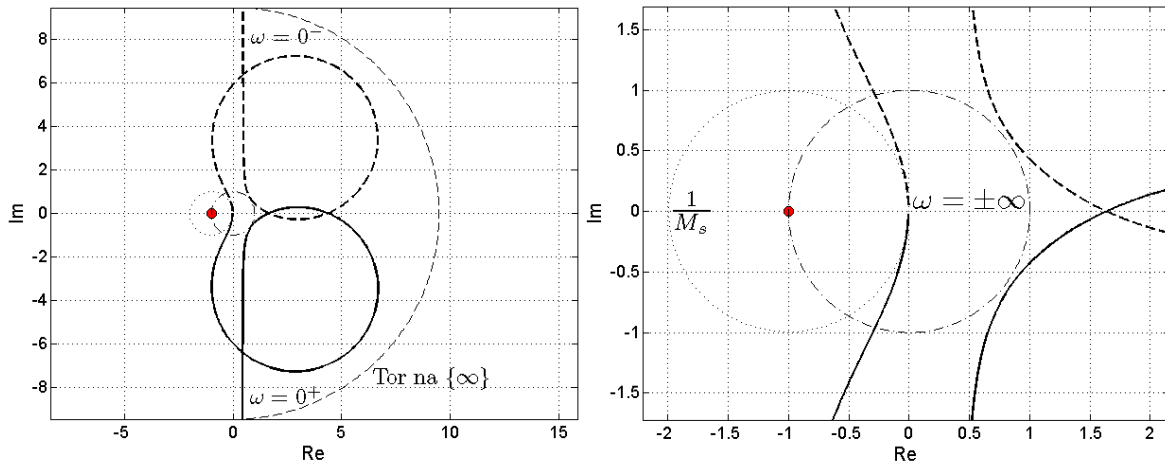
Wówczas, po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz wzmocnień regulatora dyskretnego jest równa

$$K = [1.0031 \quad 0.0305 \quad 0.6127 \quad 0.1481] \quad (12.12)$$

Plot Nyquista wykonano dla transmitancji

$$G_{LQ}(z) = K(zI - A)^{-1}B \quad (12.13)$$

W wyniku uzyskano charakterystykę amplitudowo-fazową układu otwartego, która została uzupełniona torem na $\{\infty\}$ – rys. 12.5.

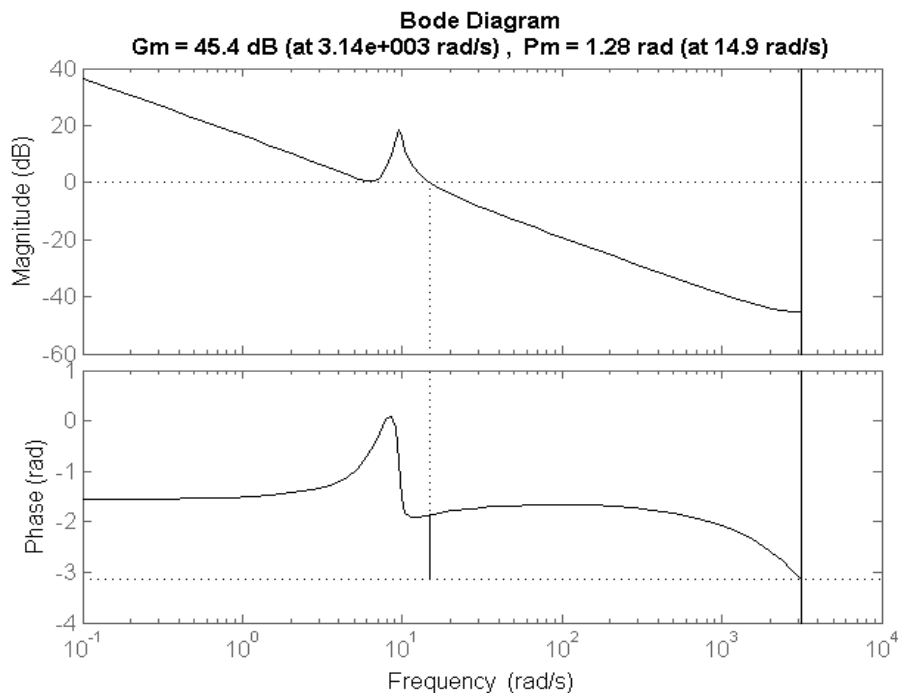


Rys. 12.5. Plot Nyqusta i jego powiększenie w otoczeniu punktu $(-1, j0)$

W wyniku uzyskuje się następujące odpornościowe wskaźniki jakości regulacji

$$GM=185, PM=73.5^\circ, \theta_{max}=86 \text{ ms}, M_S=1.$$

Dodatkowo na rys. 12.6 przedstawiono charakterystyki Bodego dla badanej transmitancji.

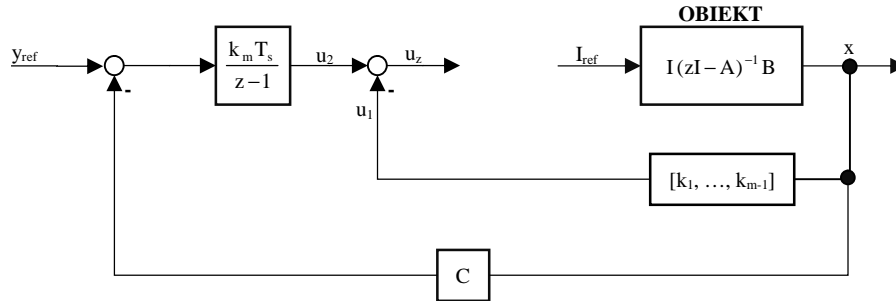


Rys. 12.6. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowa i fazowo-częstotliwościowa otwartego układu regulacji bez obserwatora

Uzyskane wyniki z nadmiarem spełniają wszelkie wymagania odporności zamkniętego układu regulacji, ale wprowadzanie dodatkowych elementów (obserwator, regulator całkujący) niestety pogarsza powyższe wskaźniki i czasami wymaga modyfikacji macierzy wag kwadratowego wskaźnika jakości w celu uzyskania zadowalającej odporności układu regulacji.

12.3. Regulator LQ + I – bez obserwatora

Na rys. 12.7 przedstawiona została struktura układu regulacji LQ z dodatkowym regulatorem całkującym (przedstawiona w rozdz. 2, 4), gdzie przyjęto bezpośredni pomiar wektora stanu.



Rys. 12.7. Analiza regulatora LQ+I z wykorzystaniem kryterium Nyquista

Problem LQ jest rozwiązywany dla systemu w postaci (9.2).

Macierze wag przyjęto wykorzystując wskaźnik jakości (2.9) w postaci (9.3)

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = 100 \quad (12.14)$$

Wówczas, po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz wzmocnień regulatora dyskretnego

$$K = [k_1 \quad \mathbf{K} \quad k_{m-1} \quad k_m] \quad (12.15)$$

jest równa

$$K = [1.1131 \quad 0.1779 \quad 0.6642 \quad 0.2354 \quad 0.9941] \quad (12.16)$$

gdzie k_m jest wzmocnieniem integratora.

Dla rys. 12.7 transmitancję układu regulacji można zapisać w postaci

$$G_R(z) = \frac{u_z(z)}{x(z)} \quad (12.17)$$

gdzie $u_z(z) = u_1(z) + u_2(z)$.

Po dokonaniu odpowiednich podstawień otrzymuje się

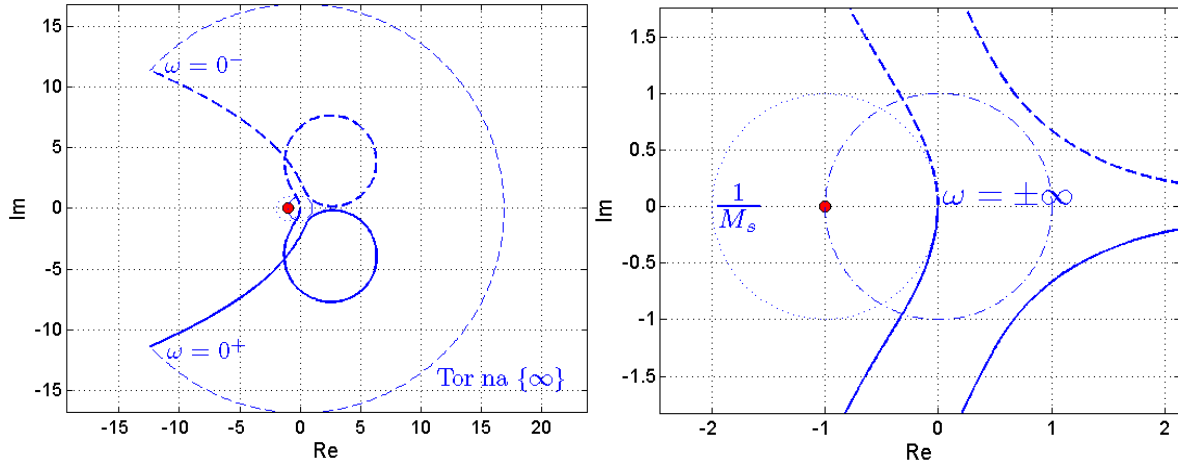
$$u_z(z) = - \left(K_p + \frac{k_m T_s}{z-1} C \right) x(z) \quad (12.18)$$

gdzie $K_p = [k_1 \quad \dots \quad k_{m-1}]$.

W procesie obliczeniowym wykorzystuje się transmitancję układu otwartego w postaci

$$G_{LQI}(z) = K_p \underbrace{(zI - A)^{-1} B}_{\text{obiekt}} + \frac{k_m T_s}{z-1} \underbrace{C(zI - A)^{-1} B}_{\text{obiekt}} \quad (12.19)$$

W wyniku uzyskano charakterystykę amplitudowo-fazową układu otwartego, która została uzupełniona torem na $\{\infty\}$ – rys. 12.8.

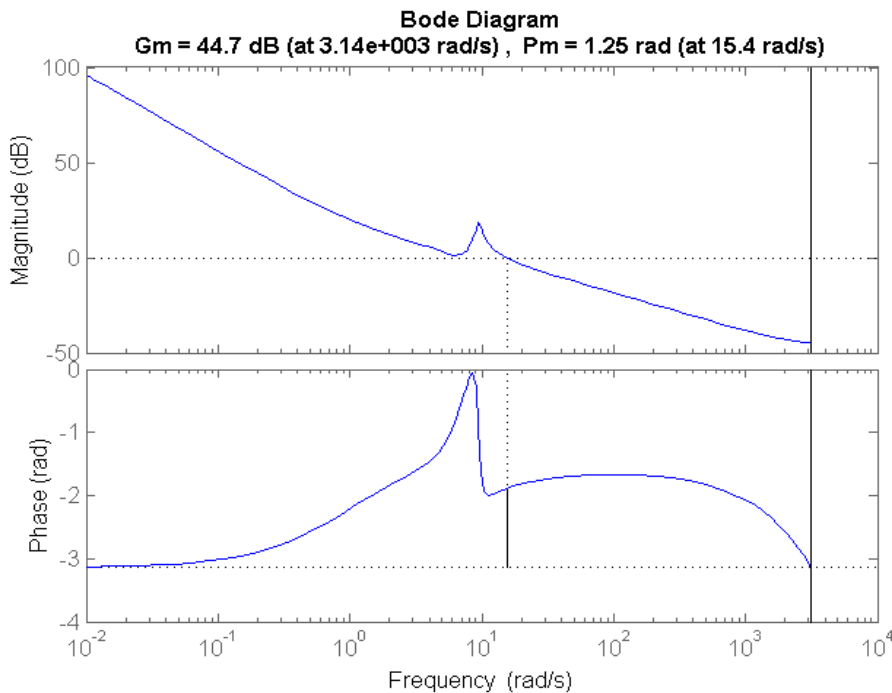


Rys. 12.8. Plot Nyquista i jego powiększenie w otoczeniu punktu $(-1, j0)$

Wówczas odpornościowe wskaźniki jakości regulacji są równe

$$GM=171, PM=71.5^\circ, \theta_{max}=81 \text{ ms}, M_S=1.$$

Dodatkowo na rys. 12.9 przedstawiono charakterystyki Bodego dla badanej transmitancji.

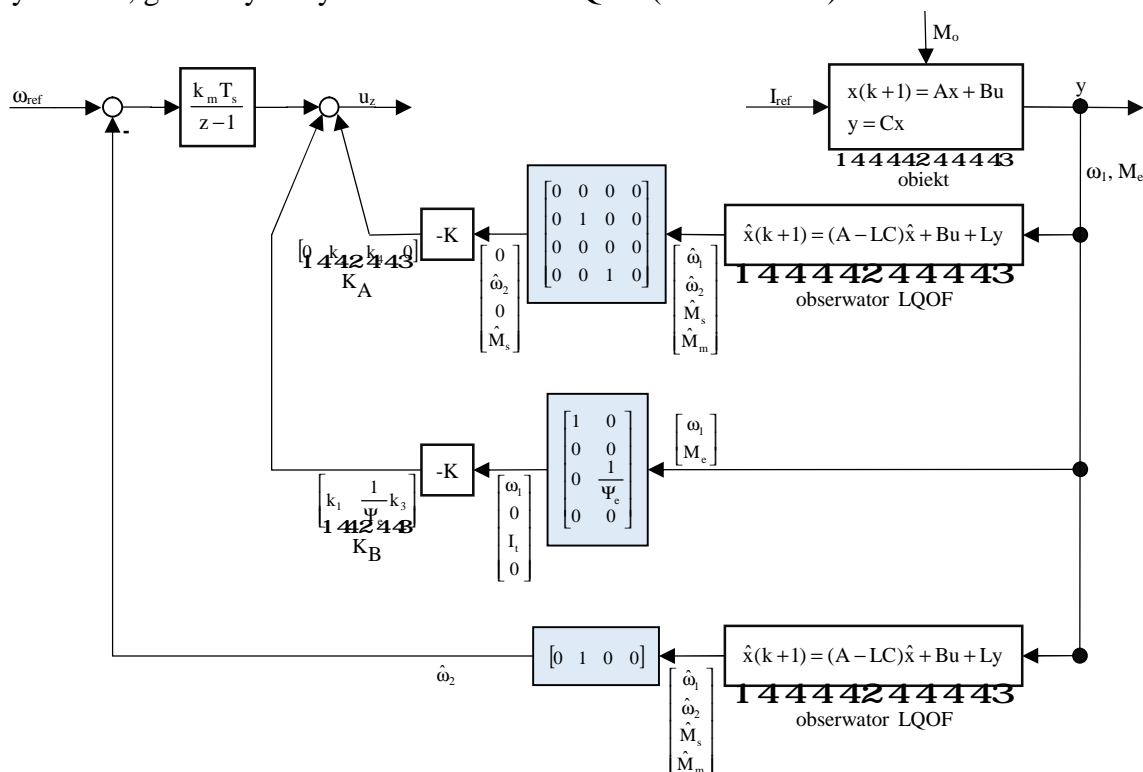


Rys. 12.9. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowa i fazowo-częstotliwościowa otwartego układu regulacji LQ+I bez obserwatora

W omawianym układzie zachodzi nieznaczne obniżenie odpornościowych wskaźników jakości, ale uzyskuje się astatyczny ze względu na sygnał zadający zamknięty układ regulacji. Niestety problemy z pomiarem niektórych współrzędnych wektora zmiennych stanu prowadzą do konieczności zastosowania obserwatorów zmiennych stanu i zakłócenia.

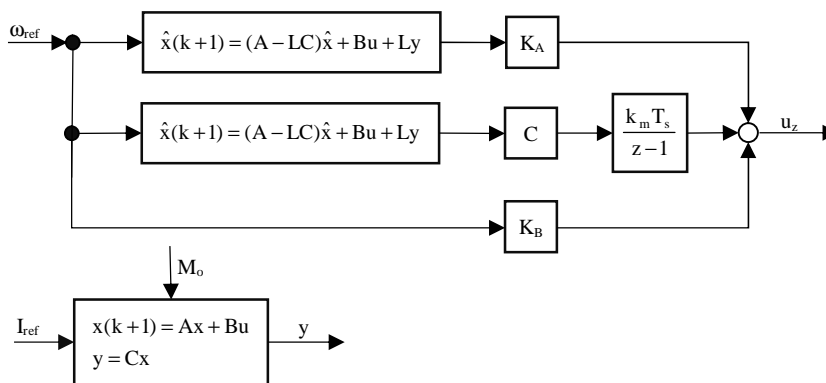
12.4. Regulator LQ + I – z obserwatorem pełnego rzędu

W niniejszym podrozdziale analizie został poddany zaproponowany w pracy układ regulacji prędkości kątowej maszyny roboczej w_2 , co stanowi rzadko spotykane rozwiązanie. Struktura układu przygotowana do analizy z wykorzystaniem kryterium Nyquista została przedstawiona na rys. 12.10, gdzie wykorzystano obserwator LQOF (rozdział 10.1).



Rys. 12.10. Kryterium Nyquista – przekształcenie struktury układu regulacji LQ+I z obserwatorem

Dla części regulacyjnej przedstawiony układ można przekształcić do uproszczonej postaci, która została zaprezentowana na rys. 12.11.



Rys. 12.11. Kryterium Nyquista - przekształcona struktura układu regulacji LQ+I z obserwatorem

Problem LQ jest rozwiązywany dla systemu w postaci (9.2).

Macierze wag przyjęto wykorzystując wskaźnik jakości (2.9) w postaci (9.3)

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = 100 \quad (12.20)$$

Wówczas, po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz wzmocnień regulatora dyskretnego jest równa

$$K = [1.1131 \quad 0.1779 \quad 0.6642 \quad 0.2354 \quad 0.9941] \quad (12.21)$$

Dla obserwatora LQ pełnego rzędu (LQOF) (podr. 10.1) macierze wag przyjęto wykorzystując wskaźnik jakości (3.19)

$$Q_o = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad R_o = 100000 \quad (12.22)$$

Po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz korekcji błędu obserwacji L dla dyskretnego systemu dualnego (3.14) jest równa

$$L = [0.0438 \quad 0.0148 \quad -0.0592 \quad -0.0097]^T \quad (12.23)$$

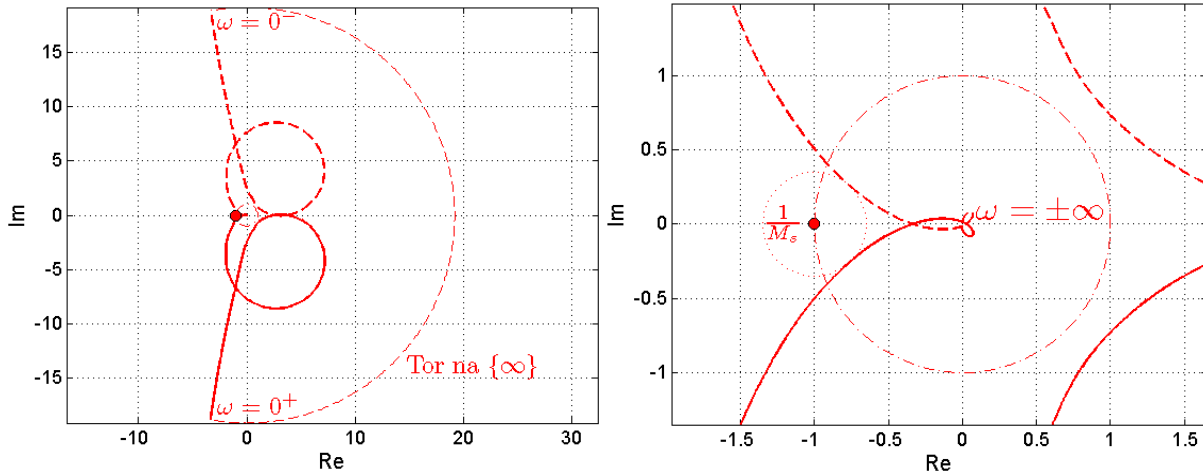
Transmitancje poszczególnych torów struktury układu regulacji z rys. 12.11 można zatem zapisać w postaci

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{A1}(z) = K_A (zI - A + LC)^{-1} [B \quad L] \\ G_{A2}(z) = \frac{k_m T_s}{z-1} C (zI - A + LC)^{-1} [B \quad L] \\ G_{A3}(z) = \left[k_1 \quad \frac{1}{Y_e} k_3 \right] \\ G_o(z) = C (zI - A)^{-1} B \end{array} \right. \quad (12.24)$$

Wówczas transmitancja układu otwartego jest równa

$$G_{LQIO}(z) = [G_{A1}(z) + G_{A2}(z) + G_{A3}(z)]G_o(z) \quad (12.25)$$

i plot Nyquista został przedstawiony na rys. 12.12.

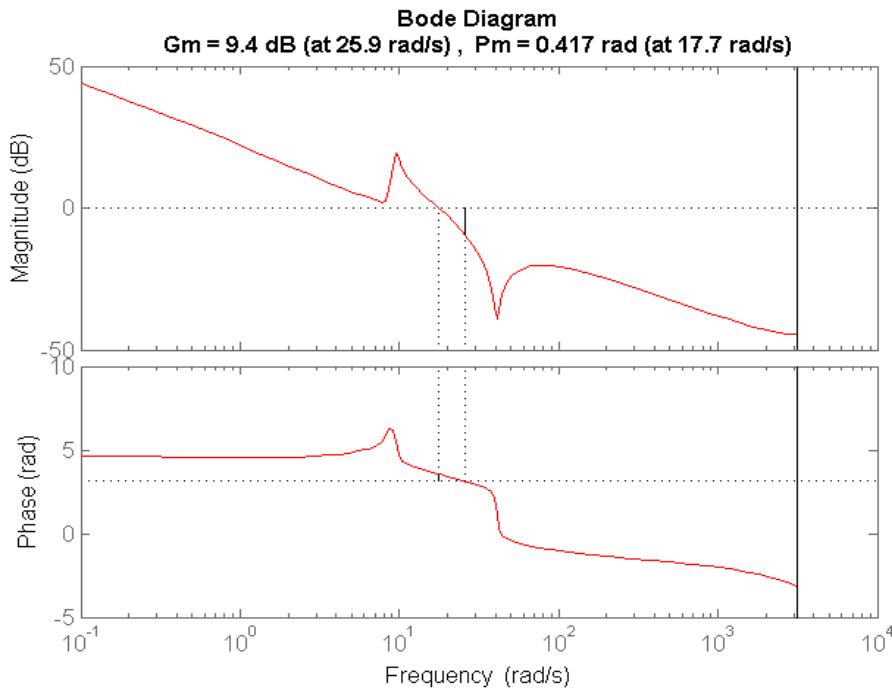


Rys. 12.12. Plot Nyquista układu pełnego (obserwator i regulator I) i jego powiększenie w otoczeniu punktu $(-1, j0)$

W wyniku uzyskuje się następujące odpornościowe wskaźniki jakości regulacji

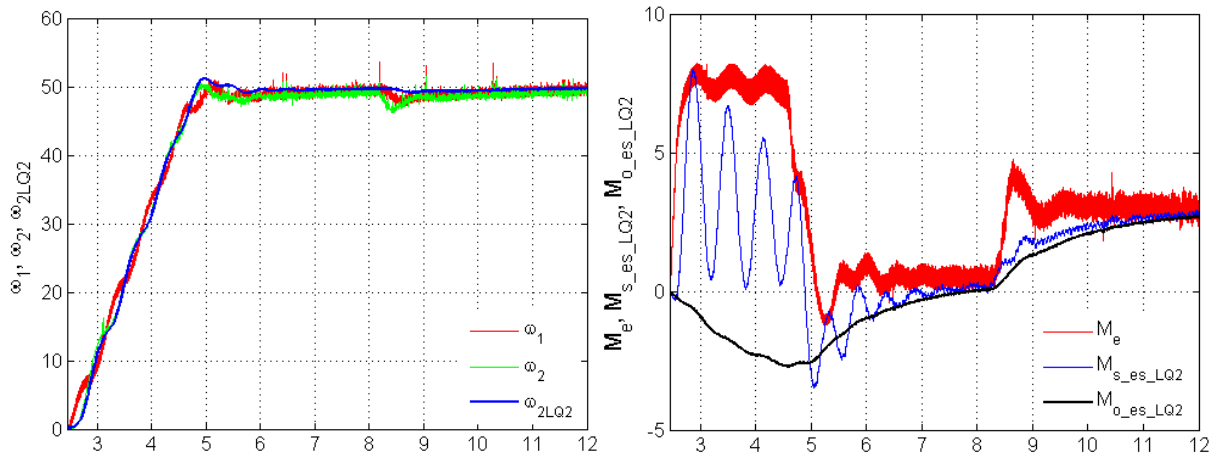
$$GM=2.9, PM=23.9^\circ, \theta_{max}=23.5 \text{ ms}, M_s=2.9.$$

Dodatkowo na rys. 12.13 przedstawiono charakterystyki Bodego dla badanej transmitancji układu otwartego.



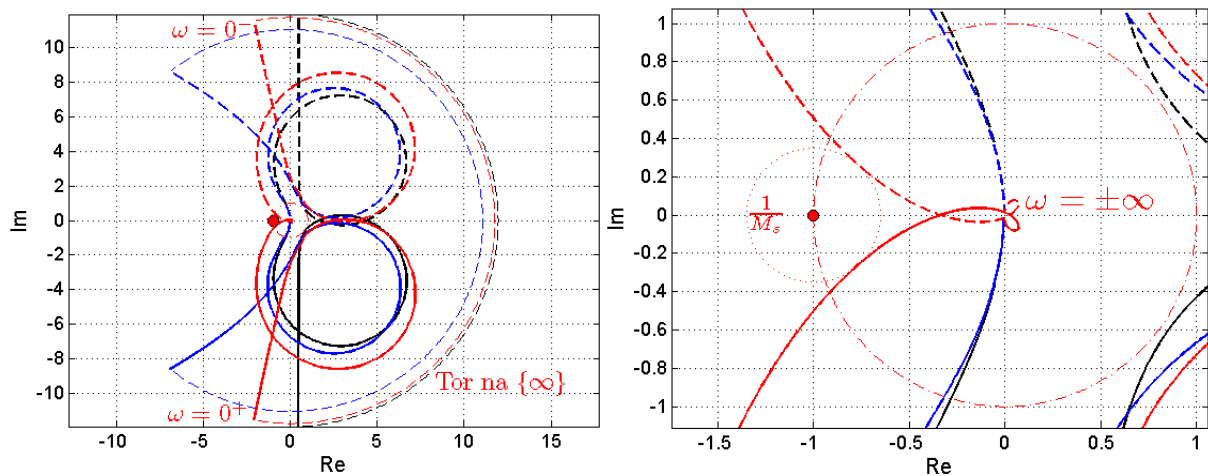
Rys. 12.13. Charakterystyki Bodego dla otwartego układu regulacji LQ+I z obserwatorem

Przebiegi prędkości oraz momentów dla układu regulacji LQ+I z obserwatorem przedstawiono na rys. 12.14 (zastosowano kodowanie (16,16), $T_s=1$ ms).



Rys. 12.14. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) oraz momentu elektromagnetycznego, odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia dla układu LQ+I z obserwatorem

Porównanie poszczególnych etapów projektowania układu regulacji i wynikające stąd zmiany plotu Nyquista zostały zaprezentowane na rys. 12.15.



Rys. 12.15. Ploty Nyquista dla regulatora LQ (czarny), regulatora LQ+I (niebieski) i regulatora LQ+I z obserwatorem pełnego rzędu (czerwony)

Wniosek:

Uzyskana odporność układu nie jest zadowalająca, więc należy zmienić wagi (12.20) we wskaźniku (9.3) i przeprowadzić optymalizację, a następnie sprawdzić odporność układu regulacji.

Zgodnie z powyższym wnioskiem dokonano analizy odporności układu regulacji LQ+I z obserwatorem dla trzech przypadków macierzy wag we wskaźniku jakości (9.3).

W pierwszym przypadku dokonano zmiany wartości $\tilde{R} = 10$ przyjmując następujące macierze wag

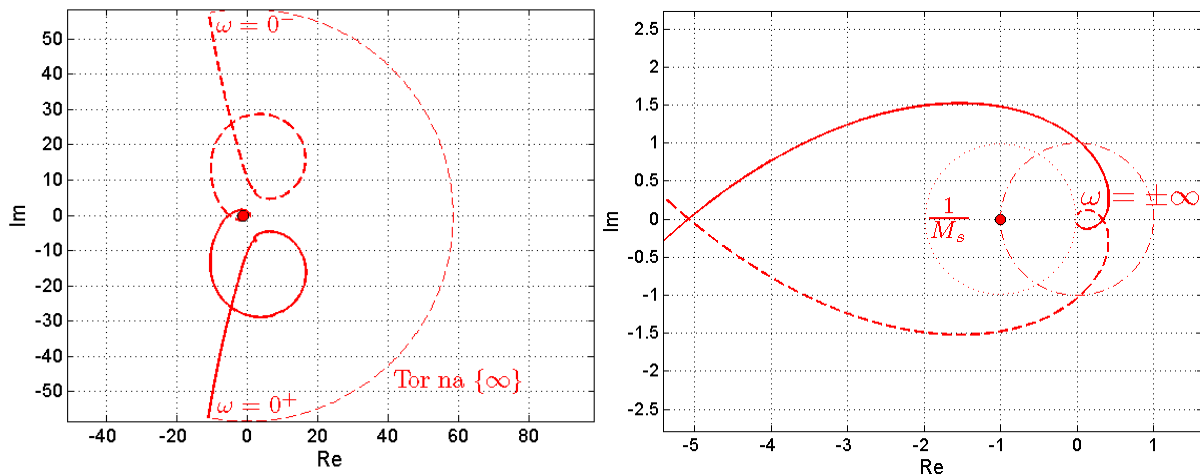
$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = 10 \quad (12.26)$$

Po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz wzmocnień regulatora dyskretnego jest równa

$$K = [2.8882 \quad 0.9423 \quad 1.4949 \quad 1.2447 \quad 3.1204] \quad (12.27)$$

Macierz korekcji błędu obserwacji L dla dyskretnego systemu dualnego (3.14) pozostała bez zmian (12.23).

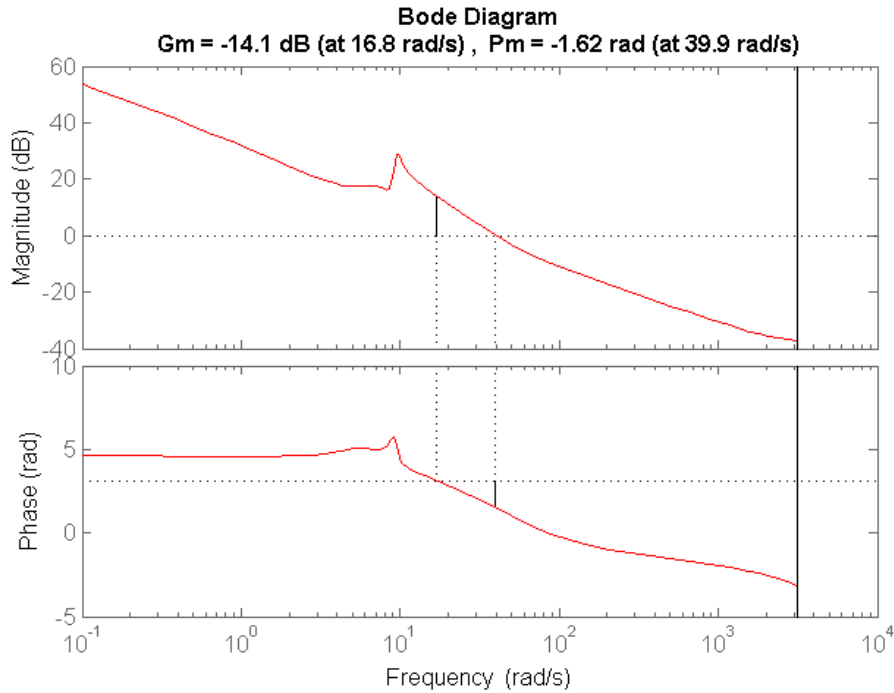
Plot Nyquista dla pierwszego przypadku został przedstawiony na rys. 12.16.



Rys. 12.16. Plot Nyquista układu pełnego (obserwator i regulator I) i jego powiększenie w otoczeniu punktu $(-1, j0)$ ($\tilde{R} = 10$)

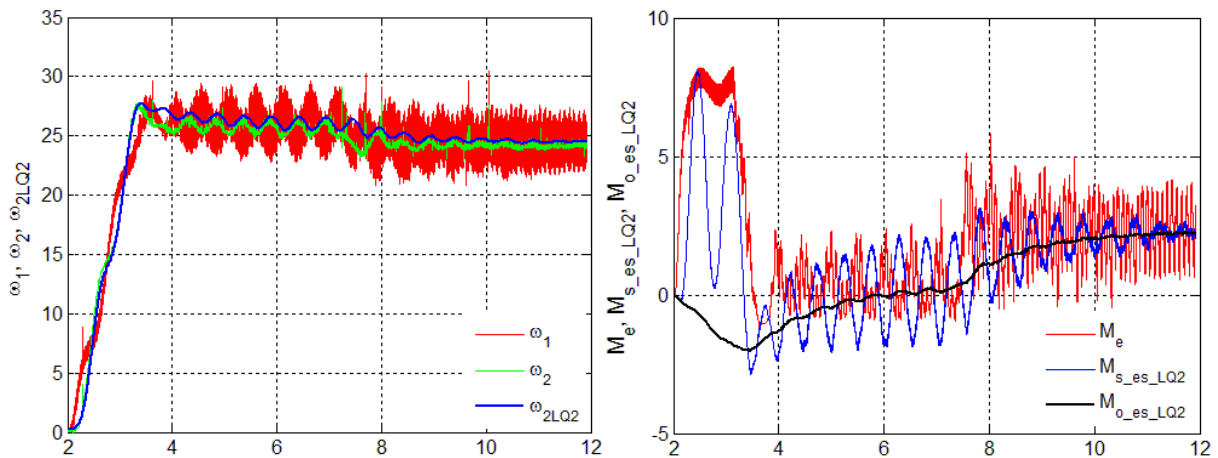
Badany układ dla $\tilde{R} = 10$ nie spełnia wymagań odporności zamkniętego układu regulacji – jest niestabilny.

Na rys. 12.17 przedstawiono charakterystyki Bodego badanej transmitancji układu otwartego.



Rys. 12.17. Charakterystyki Bodego dla otwartego układu regulacji LQ+I z obserwatorem ($\tilde{R} = 10$)

Przebiegi prędkości oraz momentów dla uznanego za niestabilny układu regulacji LQ+I z obserwatorem przedstawiono na rys. 12.18.



Rys. 12.18. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) oraz momentu elektromagnetycznego, odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia dla układu LQ+I z obserwatorem ($\tilde{R} = 10$)

Układ charakteryzuje statyzm we wszystkich przebiegach prędkości względem sygnału zadającego ($w_{ref}=50$ rad/s). Ponadto zarówno prędkość silnika jak i zarejestrowane wykresy momentów (elektromagnetyczny i skręcający) wykazują dużą oscylacyjność. Z zarejestrowanych przebiegów wynika, że obciążenie napędu w ok. 7 s stabilizuje system dynamiczny. Przedstawione rozwiązanie jest całkowicie niedopuszczalne.

W drugim przypadku dokonano zmiany wartości $\tilde{R} = 200$ przyjmując następujące macierze wag

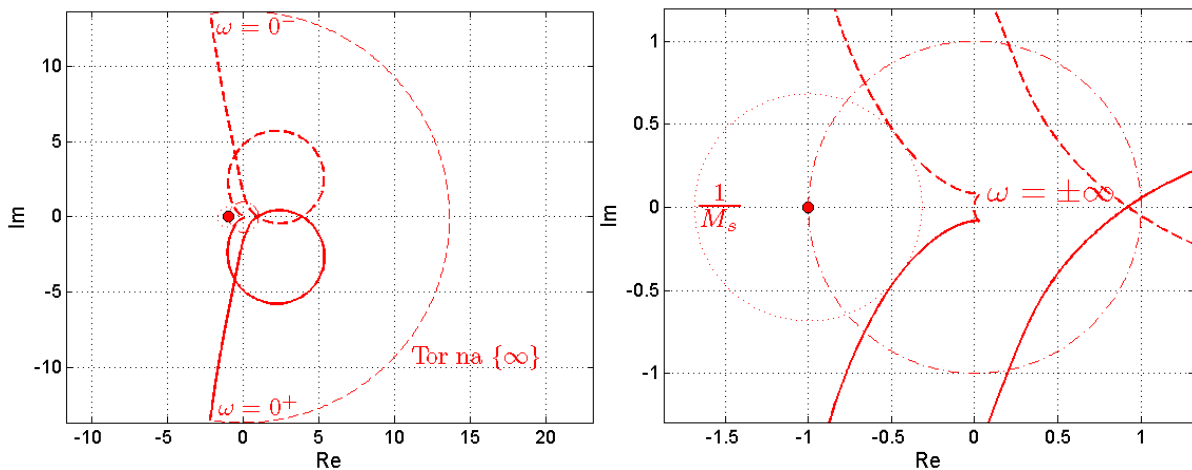
$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = 200 \quad (12.28)$$

Po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz wzmocnień regulatora dyskretnego jest równa

$$K = [0.8243 \quad 0.1190 \quad 0.5120 \quad 0.1195 \quad 0.7039] \quad (12.29)$$

Macierz korekcji błędu obserwacji L dla dyskretnego systemu dualnego (3.14) pozostała bez zmian (12.23).

Plot Nyquista dla drugiego przypadku został przedstawiony na rys. 12.19.

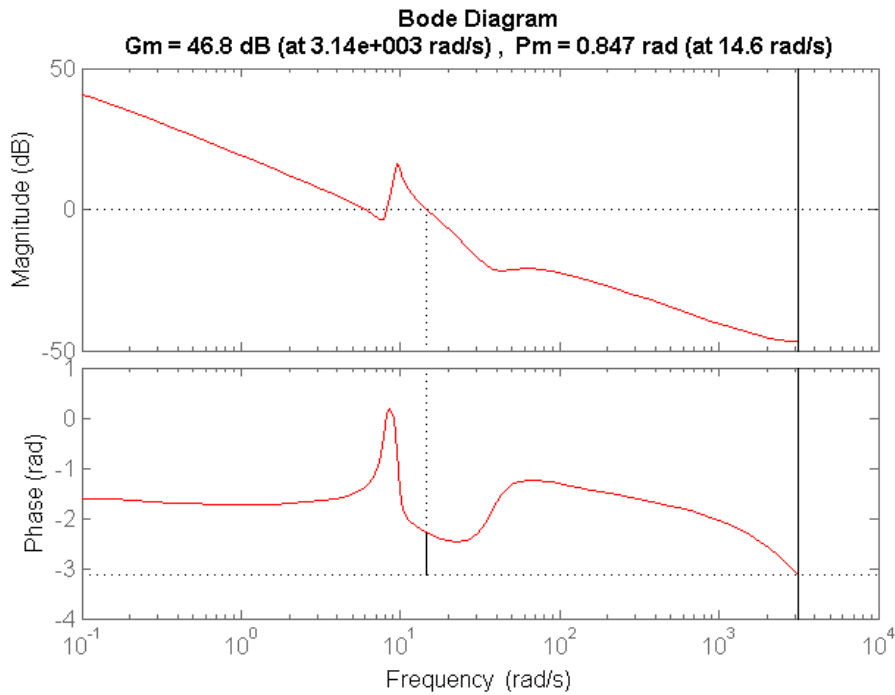


Rys. 12.19. Plot Nyquista układu pełnego (obserwator i regulator I) i jego powiększenie w otoczeniu punktu $(-1, j0)$ ($\tilde{R} = 200$)

W wyniku uzyskuje się następujące odpornościowe wskaźniki jakości regulacji

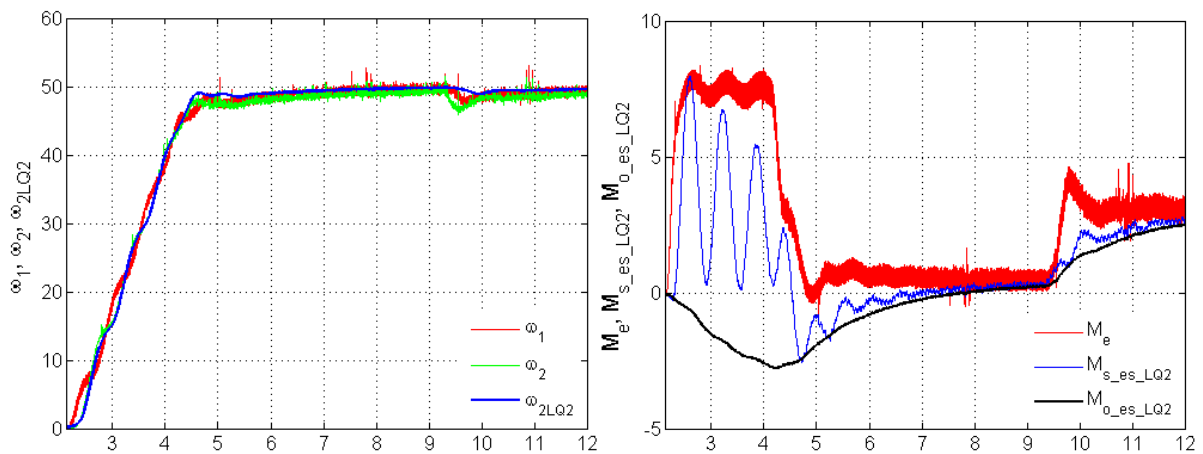
$$GM=218, PM=48.5^\circ, \theta_{max}=58 \text{ ms}, M_S=1.46.$$

Na rys. 12.20 przedstawiono charakterystyki Bodego dla drugiego przypadku.



Rys. 12.20. Charakterystyki Bodego dla otwartego układu regulacji LQ+I z obserwatorem ($\tilde{R} = 200$)

Przebiegi prędkości oraz momentów dla układu regulacji LQ+I z obserwatorem przedstawiono na rys. 12.21 ($\tilde{R} = 200$).



Rys. 12.21. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) oraz momentu elektromagnetycznego, odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia dla układu LQ+I z obserwatorem ($\tilde{R} = 200$)

Badany układ regulacji dla $\tilde{R} = 200$ z nadmiarem spełnia wymagania odporności zamkniętego układu regulacji.

W ostatnim przypadku dokonano zmiany wartości $\tilde{R} = 200$ oraz $q_{55}=150$ przyjmując następujące macierze wag

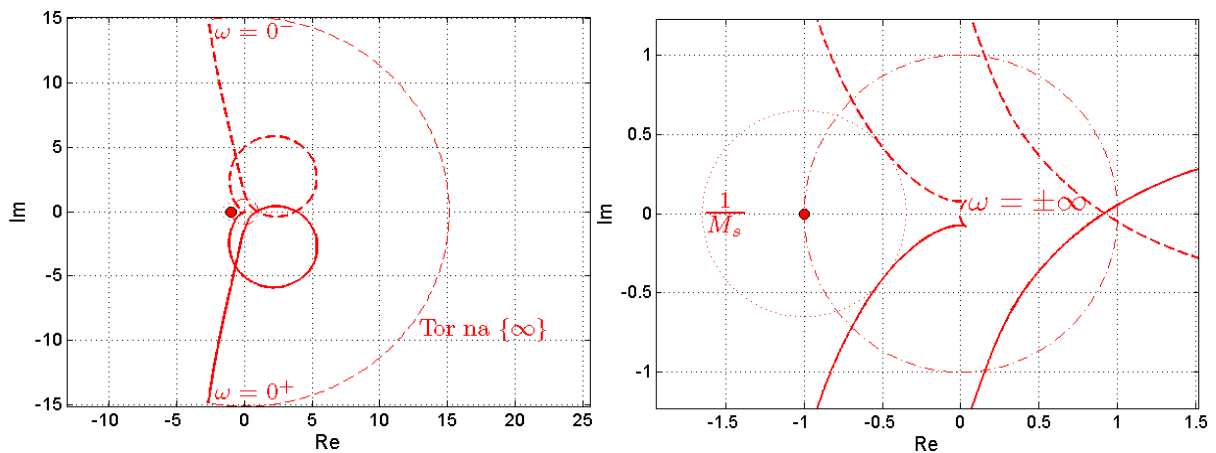
$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 150 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = 200 \quad (12.30)$$

Po przeprowadzeniu optymalizacji, macierz wzmocnień regulatora dyskretnego jest równa

$$K = [0.8455 \quad 0.1433 \quad 0.5228 \quad 0.1334 \quad 0.8620] \quad (12.31)$$

Macierz korekcji błędu obserwacji L dla dyskretnego systemu dualnego (3.14) pozostała bez zmian (12.23).

Plot Nyquista dla drugiego przypadku został przedstawiony na rys. 12.22.

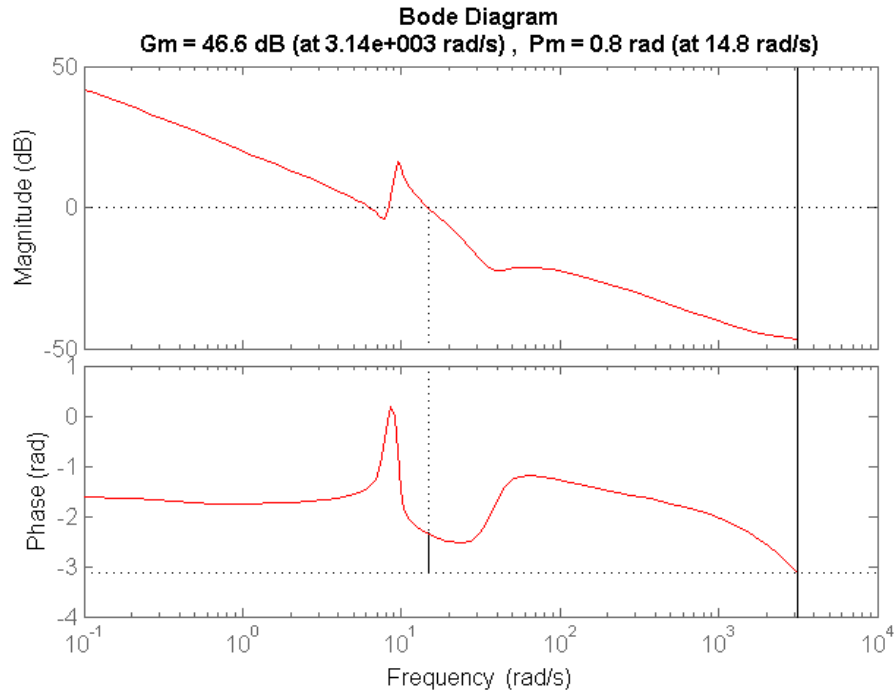


Rys. 12.22. Plot Nyquista układu pełnego (obserwator i regulator I) i jego powiększenie w otoczeniu punktu $(-1, j0)$ ($\tilde{R} = 200, q_{55} = 150$)

W wyniku uzyskuje się następujące odpornościowe wskaźniki jakości regulacji

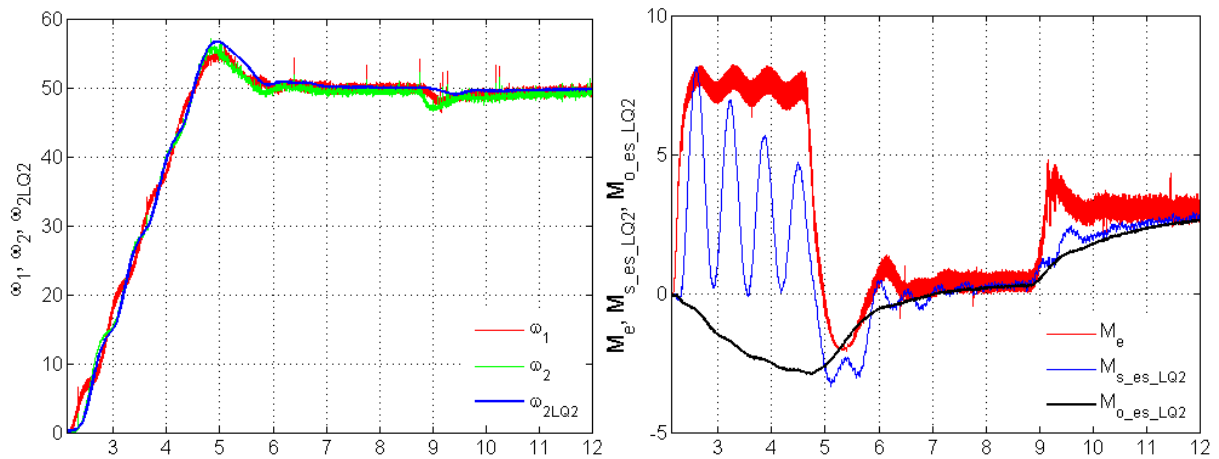
$$GM=213, PM=45.9^\circ, \theta_{max}=54 \text{ ms}, M_s=1.54.$$

Na rys. 12.23 przedstawiono charakterystyki Bodego dla ostatniego przypadku.



Rys. 12.23. Charakterystyki Bodego dla otwartego układu regulacji LQ+I z obserwatorem ($\tilde{R} = 200, q_{55} = 150$)

Przebiegi prędkości oraz momentów dla układu regulacji LQ+I z obserwatorem przedstawiono na rys. 12.24 ($\tilde{R} = 200, q_{55}=150$).



Rys. 12.24. Przebiegi prędkości: silnika, maszyny roboczej (rzeczywisty i odtworzony) oraz momentu elektromagnetycznego, odtworzonego momentu skręcającego i obciążenia dla układu LQ+I z obserwatorem ($\tilde{R} = 200, q_{55} = 150$)

Również dla $\tilde{R} = 200, q_{55}=150$ są spełnione wymagania odpornościowe zamkniętego układu regulacji. Zmiana elementu q_{55} macierzy \tilde{Q} wpływa na wielkość przeregulowania w przebiegach prędkości podczas rozruchu.

Wnioski:

1. Asymptotyczna stabilność wynikająca z rozwiązania problemu LQ dla poszczególnych podsystemów (obserwator i regulator) nie gwarantuje asymptotycznej stabilności zamkniętego układu sterowania.
2. W procesie syntezy układu sterowania konieczne jest sprawdzenie stabilności, a najlepiej odporności układu zamkniętego. W przypadku zbyt niskich wartości wskaźników odpornościowych (GM , PM) lub zbyt wysokiego M_s należy zmienić wartości elementów macierzy \tilde{Q} wskaźnika jakości (9.3) i ponownie wyznaczyć macierz wzmocnień regulatora.

Innym sposobem jest zmiana wskaźnika jakości w procesie optymalizacji obserwatora i sposób postępowania jak wyżej.

Podsumowanie pracy

Na podstawie rozważań teoretycznych, badań symulacji komputerowych oraz laboratoryjnych cele pracy zostały osiągnięte. W pracy zastosowano problem LQ (ciągły i dyskretny) dla różnych strukturach regulacji układem 2. masowym. Zaprezentowano obserwatory zmiennych stanu pełnego i zredukowanego rzędu (ciągłe i dyskretne), których budowa oparta została na podejściu klasycznym (obserwator TO) a także na problemie LQ (obserwator LQOF i LQOR). Dokonano porównania obserwatora LQ z Filtrem Kalmana ze względu na liczbę obliczeń numerycznych, a tym samym stopniem złożoności algorytmu obserwatora (duża zaleta obserwatora LQ). W badaniach symulacyjnych pokazano wpływ rozdzielczości zastosowanych przetworników A/C, a w badaniach laboratoryjnych wpływ kodowania stałoprzecinkowego na jakość regulacji. Ponadto dla nadrzędnego regulatora prędkości układu 2. masowego zastosowano sprzężenie zwrotne od estymowanego sygnału prędkości maszyny roboczej \hat{w}_2 zamiast od sygnału pomiarowego prędkości silnika w_1 . Powyższe rozwiązanie występuje w nielicznych pracach naukowych.

Podczas szerokiego zakresu badań symulacyjno-laboratoryjnych różnych struktur regulacji układem 2. masowego, zaprojektowano i wykorzystano regulator prądu, aby nie ograniczać dynamiki i zabezpieczyć silnik przed przeciążeniem. W badaniach przeprowadzano rozruch silnika z dopuszczalnym (maksymalnym) momentem elektromagnetycznym ($M_{rozr}=2 M_N$) co stanowi przeciwieństwo do wielu publikacji, w których zastosowano obniżenie momentu rozruchowego (np. $M_{rozr}=0.5M_N$). W zestawie laboratoryjnym wykorzystano jednofazowy mostek tyrystorowy, którego średnie opóźnienie wynosi co najmniej 5 ms. Zwykle stosuje się tranzystorowe układy energoelektroniczne o częstotliwości przełączeń ≥ 5 kHz, więc nie ma potrzeby analizy opóźnienia w działaniu przekształtnika.

W pracy przedstawiono również konstrukcję dwóch przełączalnych regulatorów celem rozdzielenia zadania rozruchu od stabilizacji prędkości kątowej – metoda regulacji o zmiennej strukturze. Zaprezentowano strategię niezależnego doboru wskaźników jakości, która lepiej pozwala minimalizować uchyb dynamiczny przy obciążeniu silnika. Dla tej metody przedstawiono zarazem symulacje komputerowe, w których zmodyfikowano sposób sterowania wartością prędkości zadanej w_{2ref} , aby zachować możliwie bliski zeru uchyb dynamiczny.

W badaniach przeprowadzano także analizę odporności układu regulacji wykorzystując kryterium Nyquista. Pokazano charakterystyki amplitudowo-fazowe, charakterystyki Bodego, a także odpornościowe wskaźniki jakości regulacji dla badanych struktur. Zamieszczono rzeczywiste przebiegi laboratoryjne łącznie z przypadkiem, kiedy układ 2. masowy z proporcjo-

nalno-całkowym regulatorem LQ i obserwatorem pełnego rzędu (LQOF) był niestabilny. W celu zwiększenia odporności badanej struktury, dokonano zmian wag wskaźnika jakości oraz przeprowadzono ponowną optymalizację regulatora LQ. Uzyskane wyniki z nadmiarem spełniały wszelkie wymagania odpornościowe zamkniętego układu regulacji.

Zaprezentowane w rozprawie rezultaty można zastosować w układach bezpośredniego sterowania polowo zorientowanego silnikami prądu przemiennego (DFOC) [84]. Jest to możliwe ze względu na podobieństwo modeli matematycznych do modeli napędów z silnikami obcowzbudnymi.

Niniejsze podsumowanie stanowi kompendium zakresu pracy. Wnioski oraz uwagi szczegółowe zostały zamieszczone na końcu rozdziałów.

Kontynuacja przeprowadzonych badań może dotyczyć:

- uwzględnienia niepewności parametrów modelu w doborze macierzy wag wskaźników jakości;
- zastosowania zaprezentowanej metody sterowania dla napędów prądu przemiennego.

Dodatek**N1****Silnik**

$$P=1\text{kW} \quad U_t=220\text{V} \quad I_t=5.75\text{A} \quad U_w=220\text{V} \quad I_w=0.9\text{A} \quad R_t=4\Omega \quad L_t=0.008\text{H} \quad n=2000 \frac{\text{obr}}{\text{min}} \quad \lambda=2 \frac{I_{\max}}{I_t}$$

$$p=50I_t \frac{\text{A}}{\text{s}} \quad K_p=51.3 \frac{\text{V}}{\text{V}} \quad \psi_e=0.97 \frac{\text{Vs}}{\text{rad}}, \frac{\text{Nm}}{\text{A}} \quad J_1=\begin{cases} 0.0167\text{kgm}^2 \\ 0.0667\text{kgm}^2 \end{cases}$$

Połączenie sprężyste (wał)

$$D=0.04 \frac{\text{Nms}}{\text{rad}} \quad k_s=53 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

Momenty bezwładności maszyny roboczej

$$J_2=\begin{cases} 0.0167\text{kgm}^2 \\ 0.0667\text{kgm}^2 \end{cases}$$

N2**Silnik**

$$P=0.5\text{kW} \quad U_t=500\text{V} \quad I_t=1.1\text{A} \quad U_w=110\text{V} \quad I_w=0.3\text{A} \quad R_t=15.2\Omega \quad L_t=0.578\text{H} \quad \omega_N=131 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\lambda=2 \frac{I_{\max}}{I_t} \quad p=40I_t \frac{\text{A}}{\text{s}} \quad K_p=31 \frac{\text{V}}{\text{V}} \quad \psi_e=3.7 \frac{\text{Vs}}{\text{rad}}, \frac{\text{Nm}}{\text{A}} \quad J_1=0.25\text{kgm}^2$$

Połączenie sprężyste (wał)

$$k_s=11.2 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

Momenty bezwładności maszyny roboczej

$$J_2=0.25\text{kgm}^2$$

Literatura

- [1] Anderson, B. D. O.: *Second-order convergent algorithms for the steady-state Riccati equation*. Int. J. Control 28 (2), 1978, 295-306
- [2] Anderson, B. D. O., Moore, J. B.: *Optimal control: Linear Quadratic methods*. NJ, Prentice Hall, 1990
- [3] Andresen, T.: *A Logarithmic-Amplitude Polar Diagram*. Modelling, Identification and Control 22(2), 2001, 65-72
- [4] Arnold, W. F. I., Laub, A. J.: *Generalized Eigenproblem Algorithms and Software for Algebraic Riccati Equation*. Proc. of the IEEE 72 (12), 1984, 1746-1754
- [5] Astrom, K.: *Control System Design*. University of California, Santa Barbara, 2002
- [6] Astrom, K., Murray, R.: *Feedback Systems: An introduction for Scientists and Engineers*, NJ, Princeton University Press, 2009
- [7] Astrom, K., Wittenmark, B.: *Computer-Controlled systems*. NJ, Prentice Hall, 1997
- [8] Beinke, S., Wertz, H., Schutte, F., Grotstollen, H., Frohleke, N.: *Identification of Nonlinear Two-Mass Systems for Self-Commissioning Speed Control of Electrical Drives*. Proc. of the IEEE Industrial Electronics Society, vol. 4, 1998, 2251-2256
- [9] Bhattacharyya, S. P., Chapellat, H., Keel, L. H.: *Robust Control: The Parametric Approach*. NJ, Prentice Hall, 1995
- [10] Liu, B., Jiang, J., Shi, P.: *Rotational Speed Oscillation Characteristic and Decomposition Algorithm of Torsional Vibration*. 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2008, 5130-5133
- [11] Bose, B.: *Microcomputer Control of Power Electronics and Drivers*. New York, IEEE Press, 1987
- [12] Callier, F. M., Desoer, C. A.: *Linear System Theory*. New York, Springer-Verlag, 1991
- [13] Caux, S., Carriere, S., Fadel, M., Sareni, B.: *Motion control of elastic joint based on Kalman optimization with evolutionary algorithm*. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 2009, 1-5
- [14] Ciepiela, A.: *Automatyka przekształtnikowego napędu prądu stałego*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 1992
- [15] Ciepiela, A.: *Automatyka układu Leonarda*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 1994
- [16] Chen, T., Francis, B.: *Optimal Sampled-Data Control Systems*. London, Springer-Verlag, 1995
- [17] Chevrel, P., Sicot, L., Siala, S.: *Switched LQ controllers for DC motor speed and current control: a comparison with cascade control*. PESC, vol. 1, 1996, 906-912
- [18] Cychowski, M., Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T.: *Constrained Model Predictive Control of the Drive System with Mechanical Elasticity*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2009, 1963-1973
- [19] Deskur, J., Muszyński, R.: *The problems of high dynamic drive control under circumstances of elastic transmission*. Power Electronics and Motion Control Conference, 2008, 2227-2234
- [20] Dhaouadi, R., Kubo, K., Tobise, M.: *Two-degree-of-freedom robust speed controller for high-performance rolling mill drives*. IEEE Trans. on Industrial Applications, 1993, 919-926
- [21] Dhaouadi, R., Kubo, K., Tobise, M.: *Analysis and Compensation of Speed Drive Systems with Torsional Loads*. IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 30, 1994, 760-766
- [22] Dodds, S. J., Vittek, J.: *Sliding Mode Control of PMSM Drives Subject to Torsion Oscillations in the Mechanical Load*. Power Electronics and Motion Control Conference, 2008, 2551-2558
- [23] Dorato, P., Abdullah, C., Cerone, V.: *Linear-Quadratic Control: An Introduction*. NJ, Prentice Hall, 1995
- [24] Dorato, P., Levis, A. H.: *Optimal Linear Regulators: The discrete-Time Case*. IEEE Trans. on Automatic Control AC-16 (6), 1971, 613-620
- [25] Dorf, R. C., Bishop, R. H.: *Modern Control Systems*. NJ, Pearson Prentice Hall, 2008
- [26] Franklin, G., Powell, J., Workman, M.: *Digital Control of Dynamic Systems*. Boston, Addison-Wesley, Inc., 1990
- [27] Fu, S. C., Cheng, S.: *Analysis and Suppression of Torsional Vibrations for the Permanent Magnet Synchronous Motor-Load System*. IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, 2009, 3359-3364

- [28] Ge, G., Xu, C., Li, C., Duan, W.: *Kalman Filter Applied in Rolling Mill Drive System*. Power Electronics and Motion Control Conf., 2009, 2038-2041
- [29] Gierlotka, K.: *Układy sterowania napędów elektrycznych z elementami sprężystymi*. Gliwice, Zeszyt Naukowy Politechniki Śląskiej, 1992
- [30] Grabowski, P.: *Zbiór zadań z teorii serowania*. <http://www.ia.agh.edu.pl/pgrab/main.xml>, 2011
- [31] Hara, K., Hashimoto, S., Funato, H., Kamiyama, K.: *Robust Comparison between State Feedback-Based Speed Control Systems with and without State Observers in Resonant Motor Drives*. Int. Conf. on Power Electronics and Drive Systems, vol. 1, 1997, 371-376
- [32] Houppis, C. H., Lamont, G. B.: *Digital Control Systems: Theory, Hardware, Software*. International Edition, McGraw-Hill, Inc., 1992
- [33] Ji, J. K., Lee, D. C., Sul, S. K.: *LQG Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in a 2. Mass Motor Drive System*. Proc. of the IECON '93, Industrial Electronics, Control and Instrumentation, vol. 2, 1993, 1157-1162
- [34] Ji, J. K., Sul, S. K.: *Kalman Filter and LQ Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in a 2. Mass Motor Drive System*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 42, 1995, 564-571
- [35] Kaczorek, T.: *Teoria układów regulacji automatycznej*. Warszawa, PWN, 1974
- [36] Kaczorek, T.: *Teoria sterowania*. t. 1, Warszawa, PWN, 1977
- [37] Kaczorek, T.: *Teoria sterowania i systemów*. Warszawa, PWN, 1996
- [38] Kamiński, M., Szabat, K.: *Neuro-fuzzy State Space Controller for Drive with Elastic Joint*. Int. Conf. on Power Electronics and Drive Systems, 2015, 373-378
- [39] Kaneko, K., Kondo, S., Ohnishi, K.: *A Motion Control of Flexible Joint Based on Velocity Estimation*. IEEE Industrial Electronics Society, vol. 1, 1990, 279-284
- [40] Kaźmierowski, M. P., Tunia, H.: *Automatyka napędu elektrycznego*. Warszawa, PWN, 1987
- [41] Kim, Y. S., Kim, S. B., Kim, J. S., Yoo, C. H., Kim, H. J.: *Two-Degree-of-Freedom Speed Control of Induction Motor having Two-Mass Resonant System*. Proc. of the IEEE IECON Int. Conf. on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, vol. 2, 1996, 1210-1215
- [42] Kim, J. S., Kim, Y. S., Shin, J. H., Kim, H. J.: *H_∞ Speed Control of an Induction Motor with the Two-Mass Resonant System by LMI*. Proc. of the IEEE Industrial Electronics Society, vol. 3, 1998, 1439-1444
- [43] Kondo, S., Kaneko, K., Ohnishi, K.: *Vibration Control of Flexible Joint Based on Link Velocity Estimation*. Proc. of the Int. Conf. on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1991, vol. 1, 449-454
- [44] Korondi, P., Hashimoto, H., Utkin, V.: *Discrete Sliding Mode Control of Two Mass System*. IEEE Int. Symposium on Industrial Electronics, 1995, 338-343
- [45] Kwakernaak, H., Sivan, R.: *Linear Optimal Control Systems*. New York, Wiley Interscience, 1972
- [46] Leonhard, W.: *Control of Electrical Drivers*. Berlin, Springer-Verlag, 1997
- [47] Levis, A., Schlueter, R., Athans, M.: *On the behaviour of optimal linear sampled-data regulators*. Int. J. Control 13 (2), 1971, 343-361
- [48] Madisetti, V. K., Williams, D. B.: *Digital Signal Processing Handbook*. Atlanta, CRC Press, 1999
- [49] Mine, M., Date, K., Ohmori, H., Sano, A., Todaka, Y., Nishida, H.: *New Simple Adaptive Control Subject to Disturbances and Application to Torsional Vibration Suppression*. Proc. of the IEEE Int. Conf. on Control Applications, vol. 1, 1990, 521-526
- [50] Mitkowski, W.: *Stabilizacja systemów dynamicznych*. Warszawa, WNT, 1991
- [51] Mitkowski, W.: *Równania macierzowe i ich zastosowanie*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 2007
- [52] Morimoto, S., Ohashi, M., Takeda, Y., Taniguchi, K.: *High Performance Speed Control for Torsional System Based on H_∞ Control Theory*. Int. Conf. on Power Electronics and Drive Systems, vol. 2, 1995, 828-833
- [53] Muszyński, R., Deskur, J.: *Damping of Torsional Vibrations in High-Dynamic Industrial Drives*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 57, 544-552
- [54] Mysiński, W.: *Mikroprocesorowe sterowanie napędu z połączeniami sprężystymi*. Kraków, AGH (rozprawa doktorska), 1998
- [55] Odai, M., Hori, Y.: *Speed Control of 2. Inertia System with Gear Backlash using Gear Torque Compensator*. 1998 5th Int. Workshop on Advanced Motion Control, 1998, 234-239
- [56] Ogata, K.: *Discrete-Time Control Systems*. NJ, Prentice Hall, 1995

- [57] Ogata, K.: *Modern Control Engineering*. NJ, Prentice Hall, 1997
- [58] Orłowska-Kowalska, T., Kamiński, M.: *Optimization of Neural State Estimators of the Two-mass System using OBD Method*. IEEE Int. Conf. on Industrial Electronics, 2008, 461-466
- [59] Orłowska-Kowalska, T., Szabat K.: *Optimization of Fuzzy-Logic Speed Controller for DC Drive System With Elastic Joints*. IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 40, No. 4, 2004
- [60] Orłowska-Kowalska, T., Szabat K.: *Control of the Drive System With Stiff and Elastic Couplings Using Adaptive Neuro-Fuzzy Approach*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 54, No. 1, 2007
- [61] Orłowska-Kowalska, T., Szabat K.: *Neural-Network Application for Mechanical Variables Estimation of a Two-Mass Drive System*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 54, No. 3, 2007
- [62] Orłowska-Kowalska, T., Szabat K.: *Damping of Torsional Vibrations in Two-Mass System Using Adaptive Sliding Neuro-Fuzzy Approach*. IEEE Trans. on Industrial Informatics, vol. 4, No. 1, 2008
- [63] Orłowska-Kowalska, T., Szabat, K., Dybkowski M.: *Neuro-Fuzzy Adaptive Control of the IM Drive with Elastic Coupling*. EPE-PEMC2008, Poznań, 2008
- [64] Pai, N. S., Li, T. H. S.: *Speed Control Design of a 2. Mass Drive System by Using Integrated Fuzzy Observer and Linear Quadratic Control*. Proc. of the Int. Conf. on Fuzzy Systems, 2002, 58-63
- [65] Park, T. S., Shin, E. C., Oh, W. H., Yoo, J. Y.: *Robust Speed Control for Torsional Vibration Suppression of Rolling Mill Drive System*. IEEE Industrial Electronics Society, vol. 1, 2003, 66-71
- [66] Pełczewski, W.: *Teoria sterowania*. Warszawa, WNT, 1980
- [67] Pracownik A., Sieklucki G., Tondos M., *Cyfrowy Obserwator LQ w Układzie 2. Masowym*, Elektrotechnika i Elektronika, Wydawnictwa AGH, t. 29, z. 1-2, 2010 [wyd. 2011], 14-19
- [68] Pracownik A., Sieklucki G., Tondos M., *Optimization of a Digital Controller and Observer in a Two-Mass System - the LQ Problem*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 2, 2012, 341-348
- [69] Pułaczewski, J., Szacka, K., Manitius, A.: *Zasady automatyki*. Warszawa, WNT, 1974
- [70] Qiao, F., Zhu, Q. M., Li, S. Y., Winfield, A.: *Torsional Vibration Suppression of a 2. Mass Main Drive System of Rolling Mill with KF Enhanced Pole Placement*. Proc. of the World Congress on Intelligent Control and Automation, vol. 1, 2002, 206-210
- [71] Saarakkala, S. E., Hinkkanen, M.: *State-Space Speed Control of Two-Mass Mechanical Systems: Analytical Tuning and Experimental Evaluation*. Aalto University School of Electrical Engineering. Helsinki, 2013
- [72] Saarakkala, S. E., Hinkkanen, M.: *State-Space Speed Control of Two-Mass Mechanical Systems: Analytical Tuning and Experimental Evaluation*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 50, 2014, 3428-3437
- [73] Schutte, F., Beineke, S., Rolfsmeier, A., Grotstollen, H.: *Online Identification of Mechanical Parameters Using Extended Kalman Filters*. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, vol. 1, 1997, 501-508
- [74] Shin, D. J., Huh, U. Y.: *Robust Motion Controller Design for Servo System with 2 Mass Characteristics*. Proc. of the Int. Workshop on Advanced Motion Control, 2000, 423-426
- [75] Sima, V.: *Algorithms for Linear-Quadratic Optimization*. New York, Marcel Dekker, Inc., 1996
- [76] Sieklucki, G.: *Problemy dyskretnego sterowania napędami prądu stałego z uwzględnieniem ograniczeń zmiennych stanu*. Kraków, AGH (rozprawa doktorska), 2000
- [77] Sieklucki, G.: *Pole placement method for DC motor torque controller*. Archives of Control Sciences, vol. 19, No. 3, 2009, 307-324
- [78] Sieklucki, G., Kołacz, T., Aksamit, G.: *Od modelu do kodowania współczynników regulatorów w napędach elektrycznych. Część I*. Elektrotechnika i Elektronika, Wydawnictwa AGH, t. 27, z. 1, 2008, 37-47
- [79] Sieklucki, G., Kołacz, T., Aksamit, G.: *Od modelu do kodowania współczynników regulatorów w napędach elektrycznych. Część II*. Elektrotechnika i Elektronika, Wydawnictwa AGH, 2009
- [80] Sieklucki, G., Kołacz, T., Aksamit, G.: *Projektowanie i wdrażanie cyfrowego sterowania napędem elektrycznym z uwzględnieniem rozdzielczości i zakresu przetworników pomiarowych*. Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, nr 26, 2009, 69-72
- [81] Sieklucki, G., Orzechowski, T., Tondos, M., Sykulski, R.: *Optymalizacja obserwatora momentu obciążenia przy kwadratowym wskaźniku jakości*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 7, 2008, 29-35
- [82] Sieklucki, G., Orzechowski, T., Sykulski, r., Szostak, B. : *Start-up of DC drive under load*. Archives of Control Sciences, vol. 17, no. 3, 2007, 283-293

- [83] Sieklucki, G., Pracownik, A., Orzechowski, T.: *Reconstruction of the unmeasured signals in a two-mass system – filtering analysis*. Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, nr 49, 2016, 99-103
- [84] Sieklucki, G., Sykulski, R., Orzechowski, T.: *Wykorzystanie enkodera inkrementalnego w sterowaniu DFOC silnikiem synchronicznym z magnesami trwałymi (PMSM)*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 3, 2010, 216-220
- [85] Sieklucki, G., Tondos, M., Pracownik, A.: *Metoda regulacji o zmiennej strukturze dla dwumasowego układu napędowego*. Elektrotechnika i Elektronika, t. 26, z. 1-2, Wydawnictwa AGH, 2007, 69-78
- [86] Sieklucki, G.: *Automatyka napędu*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 2009
- [87] Sieklucki, G., Bisztyga, B., Zdrojewski, A., Orzechowski, T., Sykulski, R.: *Modele i zasady sterowania napędami elektrycznymi*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 2014
- [88] Skogestad, S., Postlethwaite, I.: *Multivariable feedback control: analysis and design*. John Wiley, 2005
- [89] Song, S. H., Ji, J. K., Sul, S. K., Park, M. H.: *Torsional Vibration Suppression Control in 2. Mass System by State Feedback Speed Controller*. Second IEEE Conf. on Control Applications, vol. 1, 1993, 129-134
- [90] Suh, G., Hyun, D. S., Park, J. I., Lee, K. D., Lee, S. G.: *Design of a pole placement controller for reducing oscillation and settling time in a two-inertia motor system*. IEEE Industrial Electronics Society, vol. 1, 2001. 615-620
- [91] Szabat, K.: *Analiza układów sterowania napędu prądu stałego z połączeniem sprzężystym z regulatorami klasycznymi i rozmytymi*. Wrocław, Politechnika Wrocławska (rozprawa doktorska), 2003
- [92] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T., Kowalski C. T.: *Wybrane zagadnienia sterowania układu napędowego z połączeniem sprzężystym*. Wrocław, Politechnika Wrocławska, 2004-2006
- [93] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T.: *Vibration Suppression in a Two-Mass Drive System Using PI Speed Controller and Additional Feedbacks – Comparative Study*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 54, No. 2, 2007
- [94] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T.: *Damping of the Torsional Vibration in Two-Mass Drive System Using Forced Dynamic Control*. IEEE EUROCON, 2007
- [95] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T.: *Performance Improvement of Industrial Drives With Mechanical Elasticity Using Nonlinear Adaptive Kalman Filter*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 55, No. 3, 2008
- [96] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T.: *Application of the Extended Kalman Filter in Advanced Control Structure of a Drive System with Elastic Joint*. IEEE Int. Conf. on Industrial Technology, 2008, 1-6
- [97] Szabat, K., Orłowska-Kowalska, T.: *Optimization of the Two-Mass Drive Dynamics using Different Compensation Feedbacks*. IEEE Int. Conf. on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, 2008, 19-24
- [98] Szabo, D., Kerekes, S., Dranga, O., Gajdar, T.: *A Fuzzy Sliding Mode Approach for the Two-Mass System*. IEEE Int. Symposium on Industrial Electronics, 1999, 348-352
- [99] Szklarski, L., Dziadecki, A., Strycharz, J., Jaracz, K.: *Automatyka napędu elektrycznego*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 1996
- [100] Szklarski, L., Jaracz, K.: *Wybrane zagadnienia dynamiki napędów elektrycznych prądu stałego*. Kraków, Wydawnictwa AGH, 1981
- [101] Tomaru, T., Mori, Y.: *Design of 2. Inertia Control System by Minimum-Phase State Control*. SICE Annual Conf., 2008, 2404-2409
- [102] Tondos, M.: *Odtwarzanie momentu obciążenia w napędach hutniczych*. Kraków, Elektrotechnika, Wydawnictwa AGH, 1990
- [103] Tondos, M.: *Odtwarzanie momentu obciążenia w napędach z połączeniami sprzężystymi*. Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, SPETO, 1992, 309-316
- [104] Tondos, M.: *Minimizing electromechanical oscillations in the drives with resilient couplings by means of state and disturbance observers*. Fifth European Conf. on Power Electronics and Applications, vol. 5, 1993, 360-365
- [105] Tondos, M., Mysiński, W.: *Microcomputer-based control system for drivers with resilient couplings*. Proc. of EPE'01, 2001
- [106] Tondos, M., Sieklucki, G., Pracownik, A.: *Proportional-Integral LQ Control of a Two-Mass System*. 12th Int. EPE-PEMC06 Power Electronics and Motion Control Conference, 2006, 1115-1120

-
- [107] Tozune, A.: *Vibration characteristics of motors with dynamic absorbers*. Proc. B IEE Electric Power Applications, vol. 138, 2002, 21-27
- [108] Utkin, V.: *Sliding Modes and Their Application in Variable Structures Systems*. Moskwa, MIR, 1978
- [109] Utkin, V.: *Sliding Modes in Control and Optimization*. Berlin, Springer-Verlag, 1992
- [110] Utkin, V., Guldner, J., Shi, J.: *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. London, Taylor&Francis, 1999
- [111] Vaccaro, J. R.: *Digital Control: A State-Space Approach*. New York, McGraw-Hill, Inc., 1995
- [112] Vukosavić, S. N.: *Digital Control of Electrical Drives*. New York, Springer, 2007
- [113] Wang, J., Zhang, Y., Xu, L., Jing, Y., Zhang, S.: *Torsional Vibration Suppression of Rolling Mill with Constrained Model Predictive Control*. The Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006, 6401-6405
- [114] Wasiunyk, P.: *Walcownictwo i cięgarstwo*. Warszawa, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 1975
- [115] Yuki, K., Murakami, T., Ohnishi, K.: *Vibration Control of 2 Mass Resonant System by Resonance Ratio Control*. Proc. of the Int. Conf. on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, vol. 3, 1993, 2009-2014
- [116] Zaleśny, P.: *Układy napędowe z połączeniami sprężystymi o ulepszonych właściwościach dynamicznych*. Gliwice, Politechnika Śląska (rozprawa doktorska), 1998
- [117] Zawirski, K., Deskur, J., Kaczmarek T.: *Automatyka napędu elektrycznego*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012
- [118] Zhang, R.: *Comparison of Control Schemes For Two-Inertia System*. IEEE Int. Conf. on Power Electronics and Drive Systems, vol. 1, 1999, 573-578
- [119] Zhang, R., Chen, Z., Yang, Y., Tong, C.: *Torsional Vibration Suppression Control in the Main Drive System of Rolling Mill by State Feedback Speed Controller Based on Extended State Observer*. IEEE Int. Conf. on Control and Automation, 2007, 2172. 2177

Streszczenie rozprawy w języku angielskim

Summary of PhD dissertation "*LQ problem in the implementation of digital control and observation in the drive with flexible shaft*"

The issues considered in the dissertation match into the theme of 2. mass drive systems. They are based on the linear-quadratic (LQ) problem in various control and observation system structures for both continuous and discrete problems.

Usually in the literature the main controlled variable (setpoint) is the angular velocity of the motor and not the load machine. The author proved the ability to use velocity of the load machine as setpoint which is more natural approach.

The paper presents full and reduced order variables observers (continuous and discrete) – shows the optimization, simulation studies and the implementation of a laboratory setup. A comparison was made between the LQ observer and the Kalman Filter due to the number of numerical calculations, and thus the complexity of the algorithm observer (a big advantage of LQ observer).

The continuous LQ problem (LQR) in the synthesis of the state variables controller for the 2. mass system is known from earlier research papers. However synthesis of discrete control which is based on the square performance index is not known to the author. For this reason, the special emphasis in the dissertation was placed on the synthesis of discrete controller and its direct implementation (digital control), where fixed point numbers in signal processing are considered. This approach does not require the use of any additional methods in control algorithm for solving ordinary differential equations (numerical integration methods). This means presented method can be used in embedded systems that are more common and less expensive than the DSpace system.

The aim of the dissertation was to prove the following thesis:

There is a possibility to effectively use the LQ problem in the synthesis of the discrete controller and the observer for drives with an elastic shaft which leads to the optimal signals in dynamic states and the required accuracy in the stabilization of the system's angular velocity (load machine).

In the control system as the optimal transient is proper damping of oscillations and the reduction of current signal (electromagnetic torque) up to the limit value. Furthermore the control system with the observer should have an appropriate robustness indices.

The extensive analysis of the asymptotic stability of the system: object + observer + controller using the Nyquist criterion is presented in the dissertation. So detailed approach confirmed by laboratory tests is rather unusual in the literature. The paper presents a real laboratory waveforms including the case when the 2. mass system is unstable. In order to increase the robustness of the test structure, the performance index has been modified and LQ controller has been recalculated. The obtained results fulfilled all the robustness requirements for closed-loop control system.

The paper presents also the design of two switching controllers to separate the tasks from starting to stabilization of the angular velocity – variable structure control method.