



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ
KATEDRA ENERGEOELEKTRONIKI I AUTOMATYKI SYSTEMÓW
PRZETWARZANIA ENERGII

Rozprawa doktorska

METODY OBLICZANIA FAZORA DLA SYGNAŁÓW
SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

mgr inż. Szymon Barcentewicz

Promotor:

dr hab. inż. Krzysztof Duda

Promotor pomocniczy:

dr inż. Dariusz Borkowski

Kraków, 2017

PODZIĘKOWANIA

Chciałbym wyrazić wdzięczność dla mojego promotora, doktora habilitowanego inżyniera Krzysztofa Dudy, który podjął się opieki naukowej i zawsze służył mi cennymi radami.

Dziękuję również mojemu promotorowi pomocniczemu, doktorowi inżynierowi Dariuszowi Borkowskiemu, a także doktorowi habilitowanemu inżynierowi Andrzejowi Bieniowi profesorowi AGH, doktorowi inżynierowi Jerzemu Nabelcowi i doktorowi inżynierowi Andrzejowi Wetuli za wiele uwag i rad.

Pracę dedykuję mojej rodzinie: żonie Annie i dzieciom Janowi i Emilii

Spis treści

Streszczenie	6
Abstract	8
Spis ważniejszych skrótów i oznaczeń.....	9
1. Wprowadzenie.....	10
1.1. Synchroniczne pomiary napięcia i prądu w systemie elektroenergetycznym.....	10
1.2. Realizacja pomiarów synchronicznych za pomocą PMU (Phasor Measurement Unit)	11
1.3. Metody obliczania fazora - przegląd literatury	13
1.4. Oryginalne osiągnięcia autora.....	15
2. Definicja fazora i ocena jakości jego obliczania	17
2.1. Statyczny model fazora.....	17
2.2. Dynamiczny model fazora	18
2.3. Częstotliwość oraz ROCOF	20
2.4. Model przetwarzania sygnałów dla fazora wg Standardu IEEE C37.118.1	21
2.5. Kryteria porównawcze	23
2.5.1. Testy zgodności według Standardu IEEE C37.118.1	23
2.5.2. Wydajność statystyczna.....	26
2.5.3. Złożoność obliczeniowa	27
3. Metody obliczania fazora - opis wybranych algorytmów	28
3.1. DFT z oknami czasowymi	28
3.1.1. Pełnookresowe DFT (Full cycle DFT)	33
3.1.2. Niepełnookresowe DFT (Half-Cycle DFT).....	33
3.1.3. DFT z oknem o płaskim listku głównym (nowa metoda)	33
3.2. Interpolowane DFT	35
3.2.1. 2-punktowe IpDFT z oknem Hanna	36
3.2.2 Algorytm IpDFT BYI (Bertocco-Yoshida rząd 1) z korekcją przecieku widmowego (nowa metoda)	37
3.3. Model 4- i 6- parametrowy	39
3.4. Transformacja Taylora-Fouriera (Taylor Fourier Transform).....	39
4. Badanie wybranych metod obliczania fazora.....	45
4.1. Testy zgodności wg Standardu IEEE C37.118.1	45

4.1.1. Wpływ odchyień od częstotliwości podstawowej	46
4.1.2. Wpływ zawartości harmonicznch.....	49
4.1.3. Wpływ zakłócenia spoza pasma	53
4.1.4. Modulacja amplitudowa i modulacja fazowa	56
4.1.5. Liniowa zmiana częstotliwości.....	60
4.1.6. Podsumowanie badań symulacyjnych	66
4.2. Wydajność statystyczna metod obliczania fazora.....	68
5. Podsumowanie i kierunki dalszych badań.....	74
5.1. Oryginalne elementy pracy	74
5.2. Kierunki dalszych badań.....	75
Literatura	76
Załącznik A. Implementacja obliczania fazora z wykorzystaniem układu FPGA.....	80
Załącznik B. Implementacje zaproponowanych metod obliczania fazora	83
Załącznik C. Lista publikacji autora.....	85

Streszczenie

System elektroenergetyczny jest podstawowym źródłem energii elektrycznej zużywanej w przemyśle i przez odbiorców komunalnych. Powinien więc być niezawodny i zapewniać wysoką jakość dostarczanej energii. Współczesny system elektroenergetyczny zaczyna współpracować z nowoczesnymi źródłami energii elektrycznej np. odnawialnymi oraz z odbiorcami, którzy mogą być małymi producentami energii elektrycznej tzw. prosumentami. Coraz częściej występuje dwukierunkowy przepływ energii elektrycznej w liniach przesyłowych. Taka konfiguracja sieci powoduje powstawanie dynamicznych zaburzeń np. wahań napięcia. Rozwiązaniem jest budowa inteligentnych systemów dostawy energii, powszechnie znanych jako *Smart Grid*. Częścią *Smart Grid* jest system *Smart Metering*, służący do zbierania informacji o przepływach energii oraz stanie systemu elektroenergetycznego. Ważną częścią systemu *Smart Metering* są urządzenia do pomiaru synchronofazora - *Phasor Measurement Unit* - PMU. Dają one informacje o fazorze prądu i napięcia (amplituda i faza), zsynchronizowanym do UTC (*Coordinated Universal Time*) oraz o częstotliwości i jej zmienności. Dokładność pomiaru synchronofazora jest bardzo ważną kwestią dotyczącą dystrybucji energii elektrycznej z wielu powodów, np. bezpieczeństwa i stabilności systemu elektroenergetycznego. Umożliwia też dokładną estymację stanu sieci elektroenergetycznej. Niniejsza rozprawa skupi się na metodach obliczania fazora z punktu widzenia przetwarzania sygnałów oraz metod numerycznych dla poprawnej estymacji oraz wydajności obliczeniowej.

W pierwszej części, zaczynając od wprowadzenia dotyczącego problemów stawianych przed systemem elektroenergetycznym, poprzez definicję systemu *Smart Grid* opisane jest urządzenie PMU oraz definicja fazora i synchronofazora. Następnie sformułowany jest problem jakim zajmuje się niniejsza rozprawa, a więc porównanie metod obliczania fazora oraz zaproponowanie nowych metod, które w konkretnych warunkach będą cechować się większą dokładnością od innych. Przeprowadzony został przegląd literatury dotyczący istniejących metod obliczania fazora. Następnie zaprezentowane są wymagania testów zgodności według standardu IEEE C37.118.1 oraz zdefiniowane są parametry metod obliczania fazora jakimi posługuje się standard. Rozważany jest też zagadnienie wydajności statystycznej oraz złożoności obliczeniowej. Zaprezentowane są metody obliczania fazora. Najliczniejszą grupą badanych metod są metody oparte na dyskretnym przekształceniu Fouriera, a więc metody wykorzystująca klasyczne DFT, metody wykorzystujące interpolowane DFT oraz metody wykorzystujące transformację Taylora-Fouriera. W tej grupie zaprezentowane są dwie metody, których autor jest współtwórcą oraz nowy typ okien czasowych, przy których opracowywaniu autor współuczestniczył.

W części drugiej przedstawiono wyniki badań wybranych metod obliczania fazora. Przeprowadzono testy zgodności badanych metod z wymaganiami standardu IEEE C37.118.1, czyli analizę błędów systematycznych dla testów w stanie ustalonym (*steady state compliance*) i dla testów w stanie dynamicznym (*dynamic state compliance*) badanego sygnału. Zbadana została wydajność statystyczna metod obliczania fazora przez obliczenie wartości średniej błędu estymacji częstotliwości oraz odległości odchylenia standardowego estymacji częstotliwości od granicy Cramera-Rao. Wyniki testów porównane zostały w zbiorczych tabelach.

Na koniec przedstawiono podsumowanie, wymieniając oryginalne elementy pracy oraz nakreślono dalsze kierunki badań. Przedstawiono literaturę oraz trzy dodatki. W dodatku A opisany jest krótko system pomiarowy do obliczania fazora, zbudowany przez autora. System wykorzystuje układ FPGA i metodę klasycznego DFT do obliczania fazora. W dodatku B zamieszczono kod źródłowy implementacji nowej metody obliczania fazora. W dodatku C przedstawiono dorobek literaturowy autora.

Abstract

Power system is a fundamental source of electric energy used in industry and by private consumers. Power system should be reliable and should provide good power quality. Nowadays, power system works with new sources of electrical energy like renewables and with users who are also small producers of electrical energy, so-called prosumers. Bidirectional generation becomes more and more common in electrical grids. Such a grid configuration can cause dynamic disturbances, for example voltage fluctuations. To cope with such phenomena an intelligent power distribution system called Smart Grid has been introduced. A part of Smart Grid is Smart Metering used to gather information about a state of power system. An important part of Smart Metering is a Phasor Measurement Unit PMU. It is used to measure phasor of voltage and current waveforms synchronized to Coordinated Universal Time UTC. PMU also gives information about frequency and rate of change of frequency. The relevance of phasor estimation accuracy is undisputed by research community. Accurate phasor estimation gives accurate information about power system state. This dissertation focuses on the issues of accurate phasor calculation with respect to signal processing and numerical methods.

In the first part starting from introduction to power system problems, Smart Grid and PMU are defined. Afterwards, the definition of phasor and synchrophasor is given. Next, a topic of this dissertation is defined, which is a comparison of state-of-the-art methods, and a proposal of new methods which in some cases will give better results in comparison with the known. Literature review has been conducted. Afterwards, compliance tests of methods given by the standard IEEE C37.118.1 are presented. Statistical and computational performance is also discussed. Methods of phasor calculations are presented. Most of the phasor estimation methods are methods based on Fourier transform. These are methods based on DFT, methods based on interpolated DFT and methods based on Taylor-Fourier transform. In this part two new methods of phasor estimation proposed by the author are presented.

In the next part results obtained by selected methods of phasor calculation are presented. Compliance tests for steady and dynamic state defined by the standard IEEE C37.118.1 have been performed. Statistical performance has been investigated. All results are shown in collective tables.

In the end a summary, an original achievements and outlines of a possible way of further work over undertaken problems are shown. References and three appendices were presented. Appendix A describes a system for phasor measurement built by the author. This system uses FPGA module and classic DFT calculation method. Appendix B presents a code for one of the method for phasor estimation. Appendix C shows research output of the author of this dissertation.

Spis ważniejszych skrótów i oznaczeń

UTC	-	Uniwersalny czas koordynowany (<i>Coordinated Universal Time</i>)
PPS	-	Puls na sekundę. (<i>Pulse Per Second</i>)
TVE	-	Całkowity błąd estymacji wektora (<i>Total Vector Error</i>)
THD	-	Współczynnik zawartości harmoniczných (<i>Total Harmonic Distortion</i>)
fps	-	Ramki na sekundę (<i>frames per second</i>)
CRLB	-	Dolna granica Cramer'a-Rao (<i>Cramér-Rao Lower Bound</i>)
DFT	-	Dyskretna transformacja Fouriera (<i>Discrete Fourier Transform</i>)
DTFT	-	Widmo ciągle sygnału dyskretnego (<i>Discrete Time Fourier Transform</i>)
IpDFT	-	Interpolowana dyskretna transformacja Fouriera (<i>Interpolated Discrete Fourier Transform</i>)
SEE	-	System elektroenergetyczny
WT	-	Transformacja falkowa (<i>Wavelet Transform</i>)
CWT	-	Ciągła transformacja falkowa (<i>Continous Wavlet Transform</i>)
DWT	-	Dyskretna transformacja falkowa (<i>Discrete Wavlet Transform</i>)
GA	-	Algorytm genetyczny (<i>Genetic Algorithm</i>)
MSD	-	Okna o najszybszym opadaniu listków bocznych (<i>Maximum Sidelobe Decay</i>)
WAMS	-	System pomiarów wielkoobszarowych (<i>Wide Area Measurement System</i>)
$s(t)$	-	sygnał z czasem ciągłym
$s[n]$	-	sygnał dyskretny
$p(t)$	-	fazor
$g(t) = \Delta f$	-	stałe odchylenie od częstotliwości podstawowej
f_0	-	częstotliwość nominalna w Hz
a_0	-	amplituda
φ_0	-	faza w rad
$X(e^{j\omega})$	-	widmo ciągle sygnału
$X[k]$	-	widmo dyskretno sygnału
$W(e^{j\omega})$	-	widmo okna czasowego
$V(e^{j\omega})$	-	widmo po okienkowaniu sygnału
$w[n]$	-	okno dyskretno
$\hat{\ast}$	-	wielkość estymowana
\ast	-	pochodna

1. Wprowadzenie

Systemem elektroenergetycznym (SEE) nazywa się zespół urządzeń przeznaczonych do wytwarzania, przesyłu i rozdziału energii elektrycznej. Zadaniem SEE jest realizacja procesu ciągłej dostawy energii elektrycznej odbiorcom, przy minimalizacji nakładów ponoszonych na ten cel oraz przy zachowaniu zadowalającej jakości energii elektrycznej. Najważniejszym warunkiem poprawnego działania SEE jest zbalansowanie energii wytwarzanej i pobieranej przez użytkowników w czasie rzeczywistym w całej sieci [Wet09].

Przed SEE stawiane są coraz liczniejsze i coraz bardziej wymagające wyzwania. Najważniejsze z nich to:

- ciągły wzrost zapotrzebowania na energię elektryczną,
- wzrost liczby rozproszonych źródeł energii i tzw. "odbiorników niespokojnych",
- zagrożenie blackout'ami.

Jednym z proponowanych działań, aby sprostać tym wyzwaniom, jest stworzenie inteligentnych systemów dostawy energii, powszechnie znanych jako *Smart Grid*.

Smart Grid pozwala na dwustronną komunikację pomiędzy dystrybutorem a użytkownikiem energii elektrycznej. Koncepcja ta wymaga badań interdyscyplinarnych i rozwiązań w zakresie nowych technologii. Dzięki tym rozwiązaniom przewiduje się osiągnąć następujące korzyści:

- zwiększenie wydajności wytwarzania i przesyłu energii elektrycznej,
- skrócenie czasu przywracania zasilania po awariach,
- zmniejszenie kosztów pracy i zarządzania urządzeniami składającymi się na SEE,
- zwiększenie integracji źródeł rozproszonych, także tych wykorzystujących odnawialne źródła energii,
- stworzenie roli aktywnego użytkownika energii elektrycznej tzw. "prosumenta", który nie tylko będzie korzystał z energii elektrycznej, ale także będzie mógł ją wytwarzać i oddawać do systemu elektroenergetycznego.

Aby zapewnić taką funkcjonalność potrzebna jest wiedza o aktualnym stanie systemu. Ta wiedza pozyskiwana jest przez ciągłe, zsynchronizowane, wielkoobszarowe pomiary prądów i napięć WAMS, które następnie są poddawane złożonej analizie. Dlatego bardzo ważną częścią *Smart Grid* jest *Smart Metering*, czyli system oprzyrządowania, który zagwarantuje, że SEE jest obserwowalny z niezbędnym nadmiarem w wymaganym horyzoncie czasowym [Bie13]. Do tego celu stosowane są między innymi urządzenia PMU (*Phasor Measurement Unit*), służące do pomiaru synchrofazora.

1.1. Synchroniczne pomiary napięcia i prądu w systemie elektroenergetycznym

Przeważająca część energii elektrycznej w SEE przesyłana jest za pomocą napięć i prądów sinusoidalnych. Literatura i dokumenty normatywne [Kus06, Pir98] podają, że dochodzi do znacznych odkształceń napięcia i prądów. Parametry SEE ulegają ciągłym zmianom wynikającym z istnienia w systemie elementów nieliniowych i zmiennych w czasie [Wet09].

Częstotliwość sygnałów w normalnie pracującej sieci elektroenergetycznej nie jest stała i zmienia się w czasie. Określona przez normę [PN10] wartość średnia częstotliwości napięcia mierzona przez 10 sekund powinna wynosić $50 \text{ Hz} \pm 1\%$ tj. może się zmieniać, zgodnie z normą, od 49,5 Hz do 50,5 Hz przez 99,5% tygodnia oraz $50 \text{ Hz} +4\%/-6\%$ tj. od 47 Hz do 52 Hz przez 100% tygodnia. W przypadku sieci bez synchronicznego połączenia z SEE przedziały są większe. Zmiany te w normalnym stanie pracy systemu wynikają ze zmian obciążenia i pracy regulatorów w węzłach wytwórczych. Jeśli w danym momencie w systemie generowane jest więcej energii niż może być zużyte, częstotliwość w systemie rośnie, jeśli natomiast obciążenie w systemie będzie większe niż moc generowana, wtedy częstotliwość spada.

W sieci występują różne zaburzenia napięcia [Han13]:

- zapady napięcia,
- wahania napięcia,
- wzrosty napięcia,
- odkształcenia przebiegów,
- zaburzenia impulsowe lub oscylacyjne.

Analogicznie można sklasyfikować zaburzenia prądu, zaznaczając, że odkształcenia prądów przeważnie osiągają wyższe wartości niż odkształcenia napięć. Oscylacje przebiegów prądu i napięcia powodowane są następującymi czynnikami:

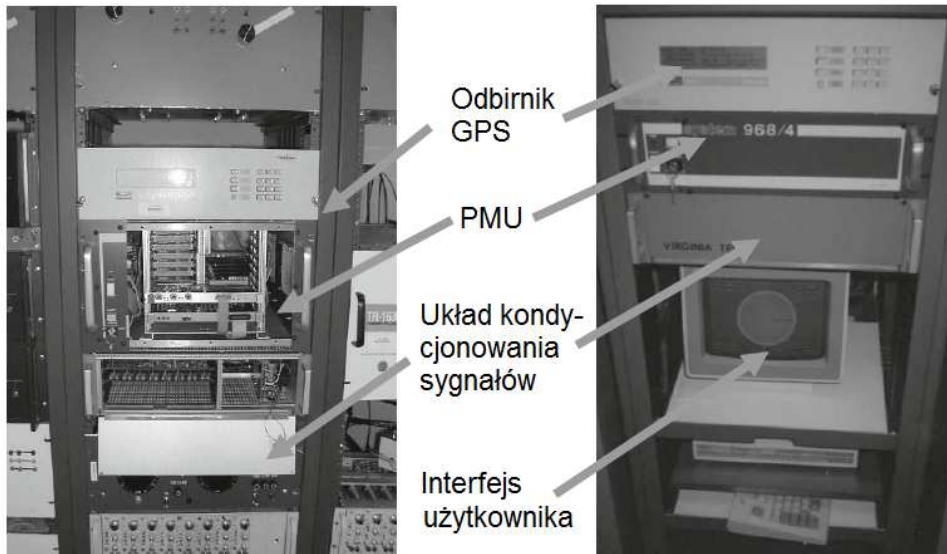
- nagłymi zmianami obciążenia,
- zjawiskami łączeniowymi w liniach transmisyjnych,
- przerwami w generacji energii,

Wiedza o zmianach zachodzących w systemie jest niezbędna do odpowiedniej kontroli i zbalansowania systemu. Często różnica pomiędzy znajdującymi się permanentnie w systemie małymi, stabilnymi oscylacjami, wynikającymi z samej budowy systemu, a sytuacją, w której takie oscylacje mogą przerodzić się w rozległą awarię (np. *blackout*), jest niewielka. Dlatego dokładny pomiar prądów i napięć o odpowiednio szybkim czasie odpowiedzi jest ważnym i niezbędnym do zapewniania sprawnego funkcjonowania współczesnego SEE.

1.2. Realizacja pomiarów synchronicznych za pomocą PMU (Phasor Measurement Unit)

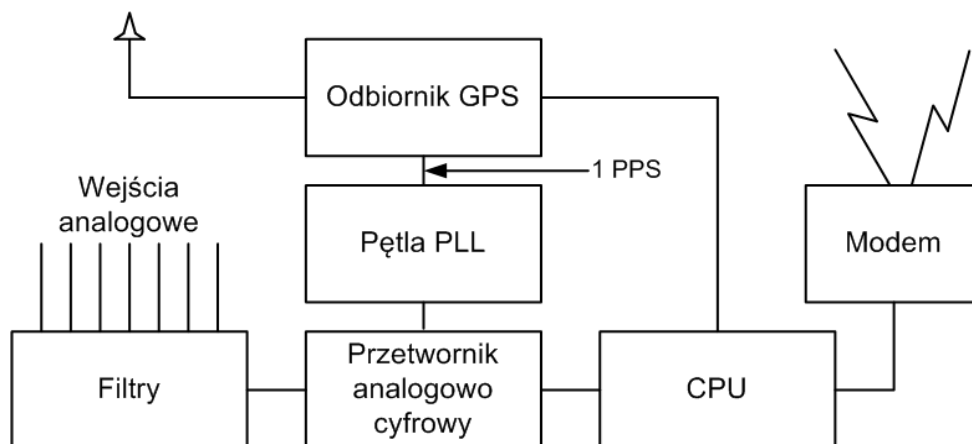
Pierwsza publikacja, która w pełni uwypukliła wagę pomiarów fazorów napięcia i prądu, została wydana w 1983 roku [Pha83]. Pierwsze prototypy PMU zostały opracowane w laboratoriach Virginia Tech we wczesnych latach 80-tych. Na rysunku 1.1 przedstawione są dwa z tych prototypów.

Organizacja IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) opublikowała pierwszy standard dotyczący fazora w roku 1991. W chwili pisania tej pracy obowiązują standardy opublikowane w 2011 roku, C37.118.1-2011 [Std11a] oraz C37.118.2-2011 [Std11b]. Dotyczą one kolejno pomiarów i transmisji synchrofazora. Do standardu C37.118.1-2011 w 2014 roku opublikowana została poprawka C37.118.1a-2014 wprowadzająca zmiany w wymaganiach eksploatacyjnych PMU.



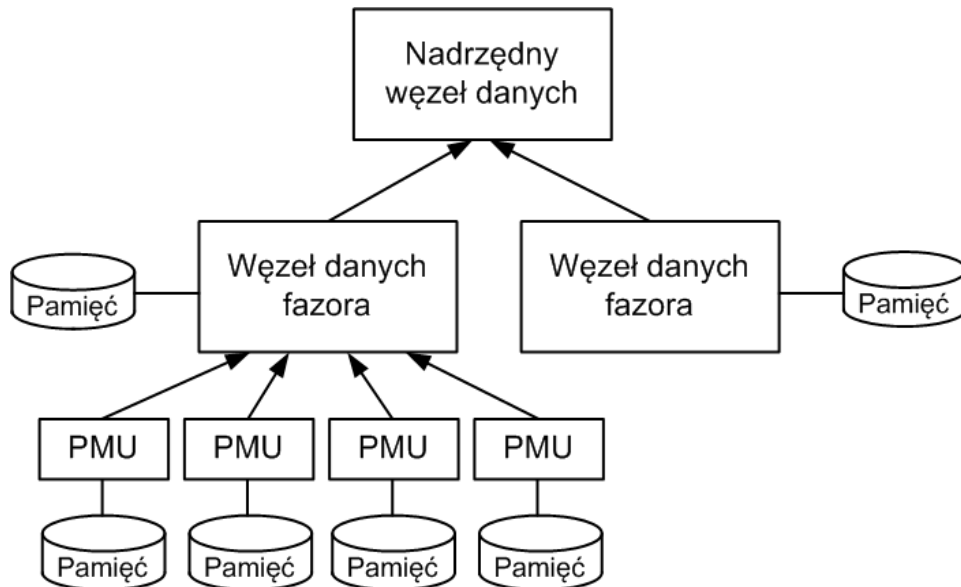
Rys. 1.1. Pierwsze jednostki do pomiaru fazora (PMU) zbudowane w Virginia Tech [Pha08].

Obecnie urządzenia PMU produkowane są przez różnych producentów i różnią się od siebie pod wieloma względami. Nie jest więc możliwe podanie uniwersalnej konfiguracji sprzętowej PMU. W [Pha08] podjęta została jednak próba opisanie ogólnego (ang. *generic*) PMU, który zawiera w sobie najistotniejsze części. Rysunek 1.2 przedstawia schemat budowy pierwszego PMU, opracowanego w Virginia Tech. Sygnały analogowe prądów i napięć pozyskiwane są np. za pomocą przekładników, a następnie poddawane są filtracji i próbkowane przez przetworniki analogowo-cyfrowe. Zegar próbkowania jest zsynchronizowany przez pętlę fazową (PLL) z zegarem GPS. Proces synchronizacji PMU nie musi być wykonywany za pomocą GPS. W [Bar14] rozważane było wykorzystanie w tym celu światłowodów. Sygnały cyfrowe uzyskane po próbkowaniu poddawane są następnie analizie, w celu wyliczenia fazorów napięć i prądów. Wykorzystywane są do tego celu najrozmaitsze metody obliczania fazora, które są głównym tematem tej pracy. Platformą sprzętową wykorzystywaną do obliczania fazora może być tradycyjny mikroprocesor, ale także procesor sygnałowy lub, tak jak zaproponowano to w [Bar13b] układ FPGA.



Rys. 1.2. Ogólny schemat urządzenia PMU [Pha08].

Na wyjściu PMU otrzymujemy zsynchronizowany do czasu UTC pomiar, który jest przesyłany za pomocą modemu na wyższy poziom systemu pomiarowego. Hierarchiczna struktura systemu pomiarowego synchronofazora przedstawiona została na rysunku 1.3.

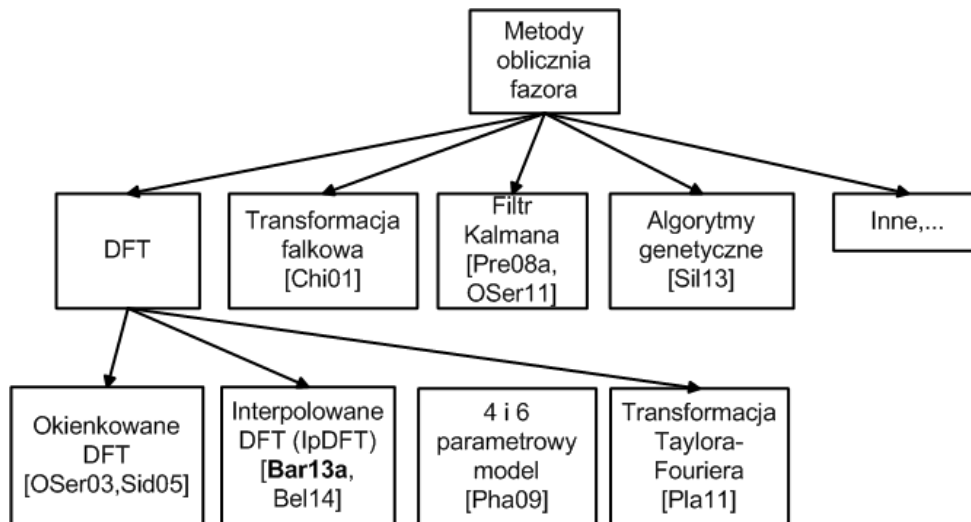


Rys. 1.3. Architektura systemu do pomiaru synchronofazora [Pha08].

1.3. Metody obliczania fazora - przegląd literatury

Pojęcie fazora i pierwszą formułę jego obliczania wprowadzono ponad wiek temu w publikacji C. P. Steinmetz'a [Stein1894]. Od tego czasu zaproponowano wiele metod obliczania fazora. Niedawne pojawienie się technologii PMU bardzo mocno zachęciło badaczy do opracowywania nowych metod. Wiele jest też kryteriów, według których porównuje się owe metody. Choć literatura dotycząca tej dziedziny jest bardzo obszerna, to nie istnieje metoda, która byłaby najlepsza ze względu na wszystkie możliwe kryteria (np. TVE, FE, ROCOF, złożoność obliczeniowa). Jednak dzięki mnogości i dużemu zróżnicowaniu rozwiązań można wybierać metodę obliczeń kierując się kryteriami mającymi istotne znaczenie dla konkretnego zastosowania fazora.

Podział metod obliczania fazora przedstawiony na rysunku 1.4 został zaproponowany przez autora. Rysunek nie zawiera wszystkich metod, a jest jedynie uproszczonym schematem.



Rys. 1.4. Podział metod obliczania fazora.

Wiele metod obliczania fazora jest opartych na dyskretnej transformacji Fourier'a (DFT) i jej modyfikacjach [Sid05], [Pha08], [Yu10]. Rozwiązania te są najbardziej intuicyjne i charakteryzują się dużą wydajnością obliczeniową. Niestety, dokładność tych metod spada jeśli częstotliwość próbkowania nie jest wielokrotnością częstotliwości podstawowej sygnału pomiarowego. Problem ten można rozwiązać stosując algorytmy interpolowanego DFT (IpDFT) [Bel13], [Bar13a], [Dud14]. Przyczyną spadku dokładności jest przeciek widmowy. Można go zredukować stosując okna czasowe [OSer03], [Mac12], [Dud15]. Algorytmy estymacji fazora oparte na DFT korzystają z modelu statycznego fazora. W [Pha09] zaproponowano pierwsze metody wykorzystujące model dynamiczny fazora, a dokładnie jego rozwinięcie w szereg Taylora pierwszego i drugiego rzędu. Tego typu metody z zastosowaniem szeregu Taylora nazywane są modelem 4-parametrowym i 6-parametrowym. Metody te korzystają z przybliżenia odpowiednio dwóch lub trzech liczb zespolonych reprezentujących fazor oraz jego pierwszą i drugą pochodną. Liczby te otrzymywane są jako rozwiązania równania różnicowego.

W metodach opierających się na estymacji w dziedzinie czasu [OSer07], [Pla10] współczynniki szeregu Taylora są obliczane przy użyciu ważonej metody najmniejszych kwadratów (WLS). Rozwinięciem tego podejścia jest zaproponowana w [Pla11] transformacja Taylora-Fouriera (TFT). Metoda ta jest jednak bardziej złożona i wymagająca obliczeniowo. Metody te opierają się na dynamicznym modelu fazora [Pre08]. Kolejną rodziną metod wykorzystujących model dynamiczny są algorytmy oparte na filtrze Kalmana [Pra04], [OSer11] i [Zha14], choć pierwszy algorytm oparty na filtrze Kalmana korzystał z modelu statycznego [Gir81] i [Gir82].

Ostatnia rodzina metod zaprezentowana na rysunku 1.4 to metody estymacji fazora oparte na algorytmach genetycznych (GA) [Sil13].

1.4. Oryginalne osiągnięcia autora

Podczas studiów doktoranckich i podczas pracy nad rozprawą autor uczestniczył jako wykonawca w kilku projektach badawczych, z których każdy jest powiązany z tematem rozprawy tj. metodami obliczania fazora.

NCN, DEC-2012/05/B/ST7/01218 "Badanie właściwości interpolowanego DFT"

Autor niniejszej rozprawy jest (współ)autorem trzech publikacji upowszechniających wyniki uzyskane podczas realizacji projektu. W artykule [Bar13a] zaproponowana została nowa metoda obliczania fazora z wykorzystaniem algorytmu interpolowanego DFT Bertocco-Yoshidy z korekcją przecieku widmowego. Działanie tej metody zostało zaprezentowane w niniejszej rozprawie. W ramach projektu autor był współautorem artykułu [Dud14], w którym zaproponowana została nowa metoda interpolowanego DFT dla okien kosinusowych \sin^α . Następnie autor opublikował samodzielnie dalsze wyniki badań nad tą metodą interpolowanego DFT dla ciągłej zmiany α w [Bar15b].

KIC-INSTINCT

W ramach tego projektu opublikowano dwie prace: [Bar13b] i [Bar14], w których autor badał możliwość wykorzystania systemu pomiarowego z modułem FPGA do obliczania fazora. Oryginalny system do pomiaru fazora okazał się być wydajny obliczeniowo. Wyniki badań nad tym systemem zaprezentowane są w dodatku A.

NCBiR, PBS1/A4/6/2012, "Pomiarowy dzielnik wysokiego napięcia z autokalibracją"

W ramach projektu prowadzono badania nad nowym układem dzielnika wysokiego napięcia. W dzielniku tym prowadzone są pomiary przebiegów chwilowych napięć w celu wyznaczenia współczynnika dzielnika będącego liczbą zespoloną. Wykorzystanie metod obliczania fazora w tym rozwiązaniu jest naturalne i intuicyjne. Autor jako wykonawca był odpowiedzialny za opis i zbadanie właściwości jednej z konfiguracji proponowanego dzielnika, tj. dzielnika wykorzystującego elementy aktywne, takie jak wzmacniacze operacyjne. Wyniki badań zostały opublikowane w [Bar16].

NCN, DEC-2012/05/B/ST7/01218 "Badanie własności metrologicznych nowej, nieinwazyjnej metody pomiaru impedancji harmonicznej systemu elektroenergetycznego"

Projekt dotyczył badania właściwości metrologicznych nowej, nieinwazyjnej metody pomiaru impedancji harmonicznej systemu. W metodzie wykorzystywane są naturalne zmiany impedancji systemu w celu jej estymacji. Pomiar impedancji harmonicznej wykorzystuje przebiegi czasowe napięć i prądów, które mogą być rejestrowane przez urządzenia PMU. W ramach projektu autor był współautorem publikacji [Bor14], w której rozważane było śledzenie impedancji i estymacji niepewności pomiaru impedancji wykorzystujące dwustopniowy algorytm najmniejszych kwadratów. Jako dodatkowy problem badawczy autor zaproponował metodę lokalizacji pracy wyspowej opartej na pomiarze synchrofazora. Wyniki badań nad tą metodą lokalizacji opublikowano w [Bar15a].

Autor jest też współautorem pracy [Dud16a], w której zaproponowano nowe okna czasowe o płaskiej charakterystyce częstotliwościowej.

Wykorzystanie techniki fazorowej w tak zróżnicowanych problemach badawczych potwierdza znaczenie metod obliczania fazora. Cel pracy jest związany z techniką fazorową i jest następujący:

synteza wiadomości z zakresu metod obliczania fazora z przykładami jego zastosowania, oraz miarodajne porównanie znanych metod z oryginalnymi metodami autora.

2. Definicja fazora i ocena jakości jego obliczania

W tym rozdziale opisane zostały statyczny i dynamiczny model fazora. Przedstawione zostały kryteria oceny jakości fazora z punktu widzenia standardu IEEE C37.118.1 oraz wydajności statystycznej i obliczeniowej. Na koniec przedstawiono model przetwarzania sygnałów dla fazora według standardu IEEE C37.118.1.

2.1. Statyczny model fazora

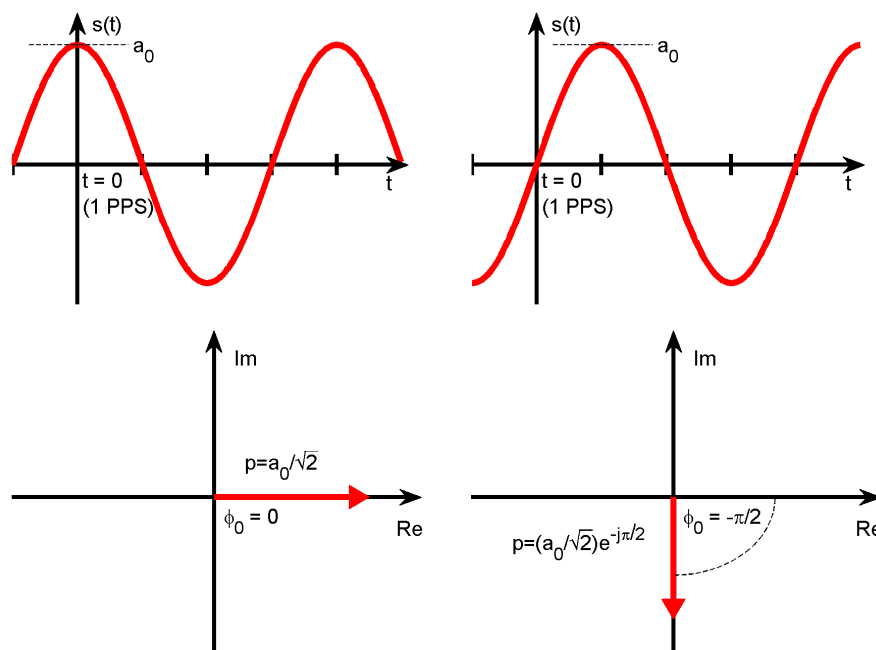
Dla harmonicznej podstawowej f_0 (50 Hz lub 60 Hz) ciągłego, okresowego sygnału napięcia

$$s(t) = a_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) = a_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.1)$$

fazor (związany z napięciem) definiowany jest jako [Std11a]

$$\mathbf{p} = (a_0/\sqrt{2})e^{j\varphi_0} = (a_0/\sqrt{2})(\cos\varphi_0 + j\sin\varphi_0) = p_r + jp_i, \quad (2.2)$$

gdzie $a_0/\sqrt{2}$ jest wartością skuteczną napięcia. Fazor definiowany w powyższy sposób nazywany jest **modelem statycznym fazora**.



Rys. 2.1. Konwencja reprezentacji synchronofazora [Std11a].

Zgodnie z [Std11a], **synchronfazorem** reprezentującym sygnał $s(t)$ dany wzorem (2.1) jest \mathbf{p} dane wzorem (2.2), gdzie φ_0 jest fazą chwilową odniesioną do sygnału sinusoidalnego o częstotliwości podstawowej, zsynchronizowanej z czasem UTC.

Funkcja kosinus ma swoje maksimum dla czasu $t = 0$. Faza synchronofazora $\varphi_0 = 0$, kiedy sygnał $s(t)$ przyjmuje maksymalną wartość podczas synchronizacji do czasu UTC, tzn.

podczas kolejnego pulsu PPS. Faza synchrofazora $\varphi_0 = -\pi/2$, kiedy synchronizacja z czasem UTC wystąpi podczas przejścia wartości sygnału przez 0. Opisana relacja pomiędzy fazą sygnału a czasem synchronizacji przedstawiona została na rysunku 2.1.

2.2. Dynamiczny model fazora

Sygnały systemu elektroenergetycznego narażone są na różne zakłócenia elektromagnetyczne i elektromechaniczne [Pha09]. Zakłócenia elektromagnetyczne mogą wystąpić np. w wyniku operacji łączeniowych czy awarii. Takie zakłócenia powodują skokową zmianę wartości sygnału lub wprowadzają do sygnału wysokie częstotliwości rzędu nawet 10^5 Hz [Pha09]. Zakłócenia elektromechaniczne charakteryzują się modulacją amplitudy i modulacją fazy. Częstotliwość modulująca tych zakłóceń zawiera się zwykle w przedziale 0.1 Hz do 10 Hz [Pha09]. W niektórych przypadkach możliwe jest wystąpienie tych dwóch rodzajów zakłóceń jednocześnie. Wpływają więc one zarówno na zmianę amplitudy sygnału jak i jego częstotliwości.

Jeśli częstotliwość i amplituda sygnału sinusoidalnego zmieniają się w czasie, wtedy (2.1) może być przedstawione jako

$$s(t) = a_0(t)\cos(2\pi f_0 + 2\pi \int g(t)dt + \varphi_0), \quad (2.3)$$

gdzie $g(t) = f(t) - f_0$ jest różnicą pomiędzy aktualną częstotliwością $f(t)$ i częstotliwością podstawową f_0 . Fazor dany jest wtedy wzorem

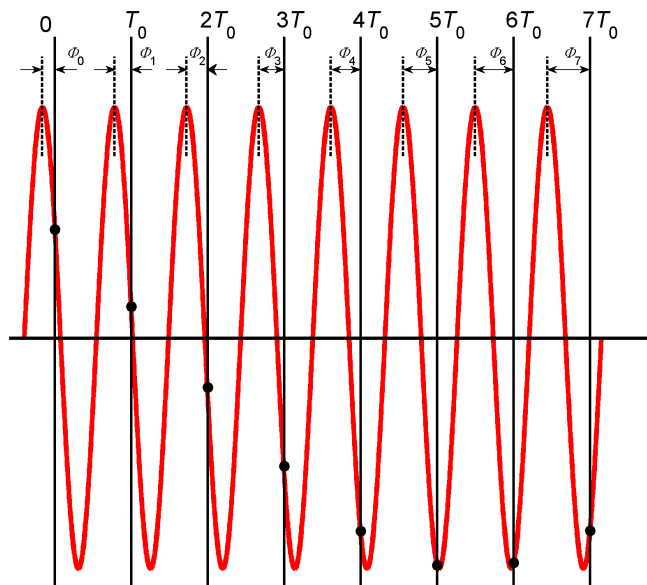
$$p(t) = (a_0(t)/\sqrt{2})e^{j(2\pi \int g(t)dt + \varphi_0)}. \quad (2.4)$$

Tak definiowany fazor nazywany jest **dynamicznym modelem fazora**.

W szczególnym przypadku, gdy $a_0(t) = a_0$ jest stałe a $g(t) = \Delta f$ jest stałym odchyleniem od częstotliwości podstawowej, $\int g(t)dt = \int \Delta f dt = \Delta f t$, a zatem synchrofazor dany jest wzorem

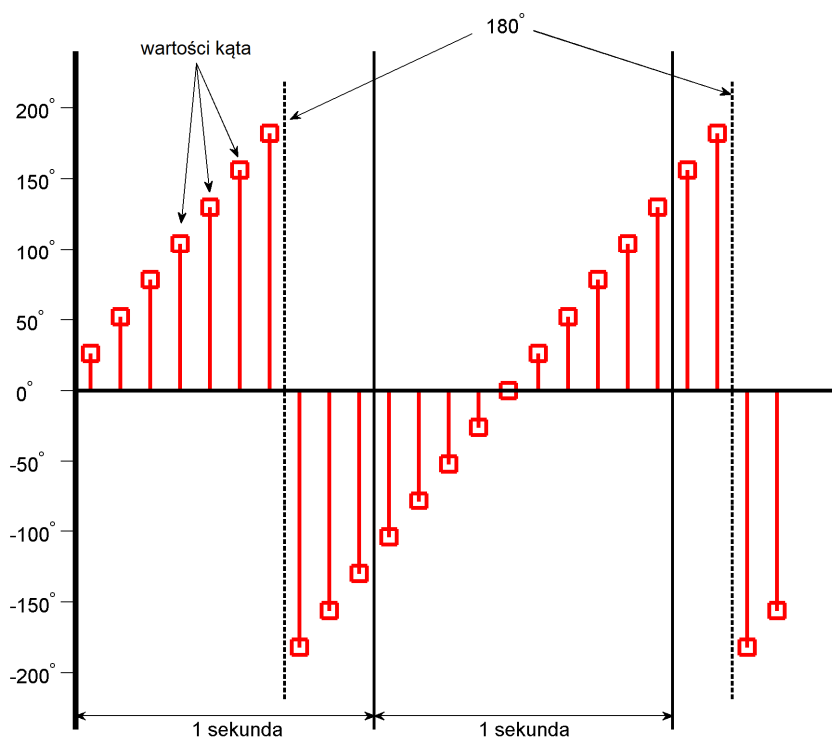
$$p(t) = (a_0(t)/\sqrt{2})e^{j(2\pi \Delta f t + \varphi_0)}. \quad (2.5)$$

Taki fazor wirowałby w przestrzeni zespolonej ze stałą prędkością określoną przez Δf . Zjawisko to zostało zilustrowane na rysunku 2.2. Jeżeli sygnał sinusoidalny o częstotliwości różnej od częstotliwości podstawowej obserwowany jest w odstępach czasu $\{0, T_0, 2T_0, 3T_0, \dots, nT_0\}$, gdzie okres $T_0 = 1/f_0$, a reprezentacją tego sygnału jest zbiór fazorów $\{\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_n\}$, to jeśli $f \neq f_0$ i $f < 2f_0$, to obserwowany fazor będzie miał stałą amplitudę, ale kąt fazowy będzie się zmieniał z częstością $2\pi(f-f_0)T_0$.



Rys. 2.2. Sinusoida z częstotliwością $f > f_0$ obserwowana z okresem T_0 [Std11a].

Jeśli wartości tych kątów fazowych będą podawane w czasie, to będą one stale rosnać aż osiągną wartość 180° . Po czym nastąpi skok do -180° i ponownie kąty fazowe zaczną rosnać, tak jak ukazano to na rysunku 2.3.



Rys. 2.3. Kąt fazowy fatora dla częstotliwości aktualnej większej niż częstotliwość nominalna, tj. $f > f_0$.

W praktyce, fazor obliczany jest z N próbek cyfrowego sygnału $s[n]$ powstałego w wyniku próbkowania ciągłego sygnału $s(t)$ z okresem Δt w chwilach czasowych $t[n] = n \cdot \Delta t$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ oraz jego kwantowania. Postać dyskretna sygnału (2.1) jest następująca

$$s[n] = a_0 \cos(2\pi f n \Delta t + \varphi_0). \quad (2.6)$$

Zgodnie ze standardem [Std11a], dla częstotliwości 50 Hz, fazor powinien być obliczany i przesyłany do węzła nadrzędnego na podstawie 1, 2 lub 5 okresów 50 Hz, tj. 50, 25 lub 10 razy na sekundę. W przypadku systemu działającego z częstotliwością 60 Hz, fazor powinien być obliczany na podstawie 1, 2, 3, 4, 5 lub 6 okresów 60 Hz, tj. 60, 30, 20, 15, 12 lub 10 razy na sekundę. W niniejszej pracy rozważany będzie system o częstotliwości nominalnej 50 Hz.

2.3. Częstotliwość oraz ROCOF

PMU oprócz informacji o fazorze podaje również informację o częstotliwości oraz o zmianie częstotliwości ROCOF (*Rate Of Change Of Frequency*). Dla sygnału sinusoidalnego związanego z napięciem

$$s(t) = a_0 \cos(\Psi(t)), \quad (2.7)$$

częstotliwość definiowana jest jako pochodna po czasie argumentu funkcji kosinus w (2.7)

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Psi(t)}{dt}, \quad (2.8)$$

natomiast ROCOF definiowane jest jako pochodna częstotliwości po czasie, czyli druga pochodna po czasie argumentu funkcji kosinus

$$ROCOF = \frac{df(t)}{dt}. \quad (2.9)$$

Synchrofazory są zawsze obliczane w relacji do częstotliwości podstawowej f_0 . Jeśli argument funkcji kosinus w (2.7) przedstawiony zostanie jako $\Psi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) = 2\pi f_0 t + \varphi(t) = 2\pi[f_0 t + \varphi(t)/2\pi]$, częstotliwość może być przedstawiona jako

$$f(t) = f_0 + \frac{d[\frac{\varphi(t)}{2\pi}]}{dt} = f_0 + \Delta f(t), \quad (2.10)$$

gdzie $\Delta f(t)$ jest odchyleniem od częstotliwości podstawowej. ROCOF przedstawiane jest wtedy jako

$$ROCOF = \frac{d^2[\frac{\varphi(t)}{2\pi}]}{dt^2}. \quad (2.11)$$

Częstotliwość sygnału w pomiarach fazora może być przedstawiana zarówno jako wartość częstotliwości $f(t)$ jak i jako odchylenie od częstotliwości podstawowej $\Delta f(t)$.

2.4. Model przetwarzania sygnałów dla fazora wg Standardu IEEE C37.118.1

W [Std11a] zespolone wartości fazora obliczane są przez pomnożenie cyfrowego sygnału $s[n]$ z sygnałem kwadraturowym z generatora oraz poprzez filtrację dolnoprzepustowym filtrem FIR. Model obliczania fazora zaproponowany w standardzie przedstawiony jest na rysunku 2.4. W standardzie zaznaczono, że model zamieszczono wyłącznie dla celów informacyjnych i nie jest jedyną ani nawet rekomendowaną metodą obliczania fazora. Standard podaje dwa przykłady filtrów dolnoprzepustowych dla klasy P i klasy M.

Estymator fazora dany jest wzorem [Std11]

$$\hat{p}[n] = \frac{\sqrt{2}}{DC} \sum_{k=-\frac{K}{2}}^{\frac{K}{2}} s[n+k] h[k] e^{-j(n+k)\Delta t 2\pi f_0}, \quad (2.12)$$

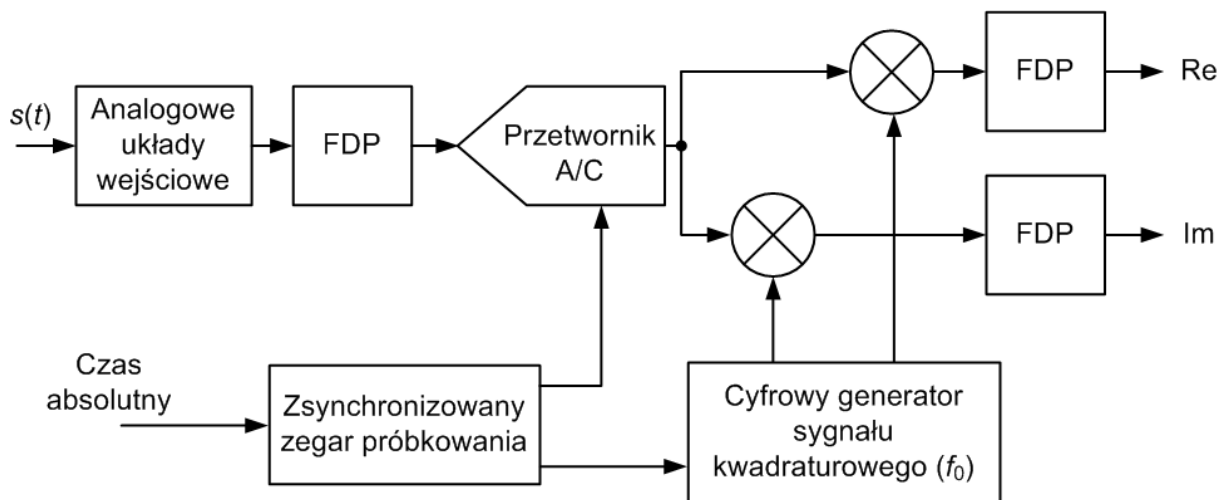
gdzie

$DC = \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} h[k]$ - jest wzmocnieniem składowej stałej,

K - to rząd filtra FIR,

$\Delta t = 1/f_s$,

$h[n]$ - to współczynniki filtra dolnoprzepustowego.



Rys. 2.4. Model obliczania fazora w PMU dla jednej fazy. FDP - filtr dolnoprzepustowy. [Std11a]

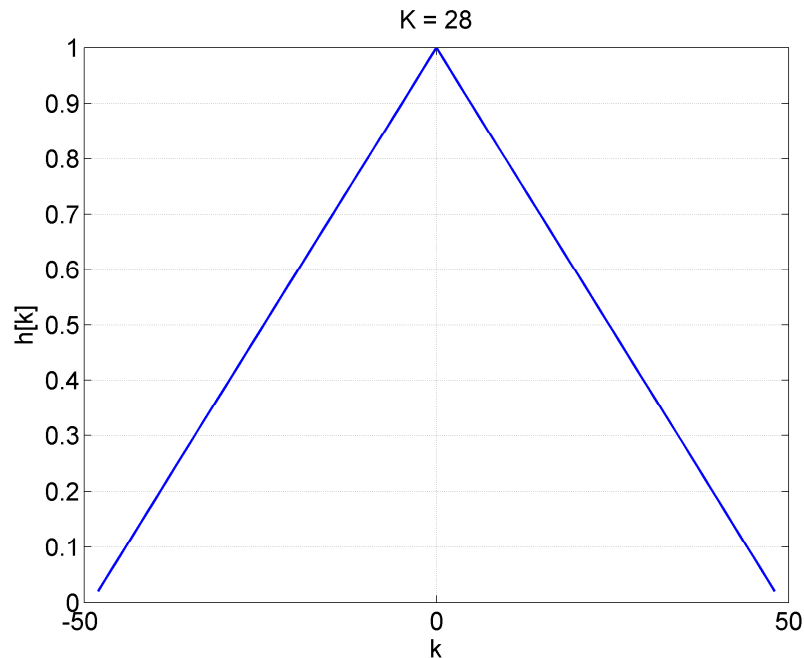
Dla klasy P standard proponuje trójkątny filtr FIR, z nieparzystą liczbą próbek, niezależnie od częstotliwości raportowania PMU. Współczynniki filtra $h[k]$ obliczane są zgodnie ze wzorem [Std11a]

$$h[k] = \left(1 - \frac{2}{K+2}|k|\right), \quad (2.13)$$

gdzie $k = -K/2, -K/2+1, \dots, K/2$ a K jest rzędem filtra. Działanie tego filtra zostało zbadane w niniejszej pracy. Filtr ten działa zgodnie z wymaganiami standardu dotyczącymi odchyień

od częstotliwości podstawowej, w przypadku wystąpienia w badanym sygnale zakłóceń filtr nie spełnia wymagań standardu.

Rysunek 2.5 przedstawia przykładową realizację współczynników proponowanego filtra dla klasy P.

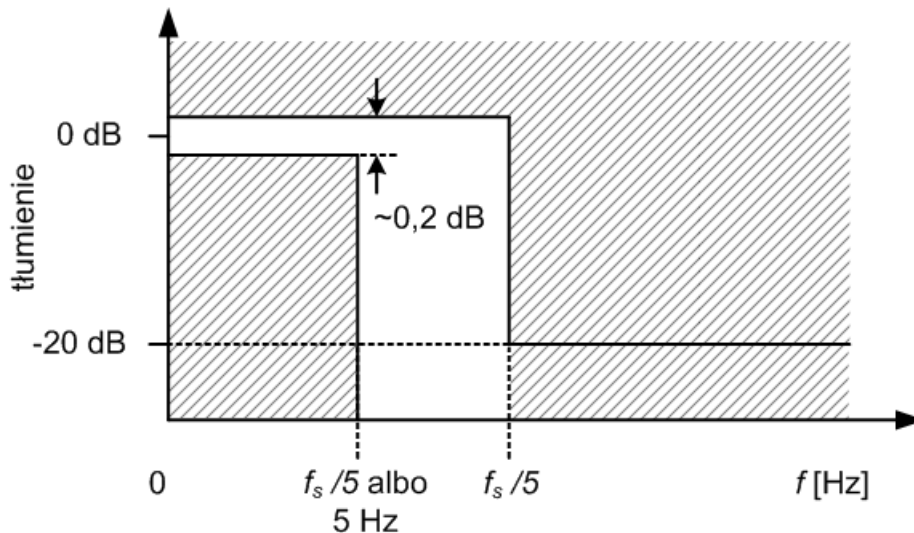


Rys. 2.5. Przykładowa realizacja współczynników filtra dla klasy P [Std1 1a].

Klasa M wymaga, aby filtr był w stanie tłumić sygnały o częstotliwości powyżej częstotliwości Nyquista dla wybranej częstotliwości raportowania. Współczynniki filtra dane są wzorem

$$h[k] = \frac{\sin\left(2\pi\frac{2f_{fr}k}{f_s}\right)}{2\pi\frac{2f_{fr}k}{f_s}} w_{\text{Hamming}}[k], \quad (2.14)$$

gdzie $k = -K/2, -K/2+1, \dots, K/2$ a K jest rzędem filtra, f_{fr} jest częstotliwością odniesienia dla filtra dolnoprzepustowego, f_s jest częstotliwością próbkowania a $w_{\text{Hamming}}[k]$ jest oknem Hamminga. Częstotliwość f_{fr} zależy od częstotliwości raportowania. Wartości f_{fr} zamieszczone są w standardzie w tabeli C.1 na stronie 35. Działanie tego filtra również zostało zbadane w niniejszej pracy. Filtr ten daje lepsze wyniki od filtra proponowanego dla klasy P w przypadku dłuższych przedziałów obserwacji. Rysunek 2.6. przedstawia wymagania dla charakterystyki częstotliwościowej filtra proponowanego w standardzie.



Rys. 2.6. Wymagania dla charakterystyki częstotliwościowej dla filtra klasy M [Std11a].

2.5. Kryteria porównawcze

Dla danej metody obliczania fazora należy określić jej konkretne właściwości w sposób jak najbardziej ogólny. Należy więc odpowiedzieć sobie na pytanie: Czy rozważana metoda jest lepsza od innej dostępnej metody i czy ta metoda jest najlepsza w sensie przyjętego kryterium?

Najczęściej występujące kryteria porównawcze dotyczą błędów systematycznych. W tej pracy błędy systematyczne metod będą badane zgodnie z wytycznymi znajdującymi się w standardzie IEEE C37.118.1. Inne kryteria porównawcze metod to wydajność statystyczna oraz złożoność obliczeniowa.

2.5.1. Testy zgodności według Standardu IEEE C37.118.1

Rzeczywiste wartości fazora mogą różnić się od tych otrzymanych z pomiarów PMU zarówno amplitudą jak i fazą. Naturalnie błędy estymacji tych wielkości mogą być rozpatrywane oddzielnie. Standard [Std11a] definiuje jednak błąd **TVE** (*Total Vector Error*)

$$TVE = |\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}|/|\mathbf{p}|, \quad (2.15)$$

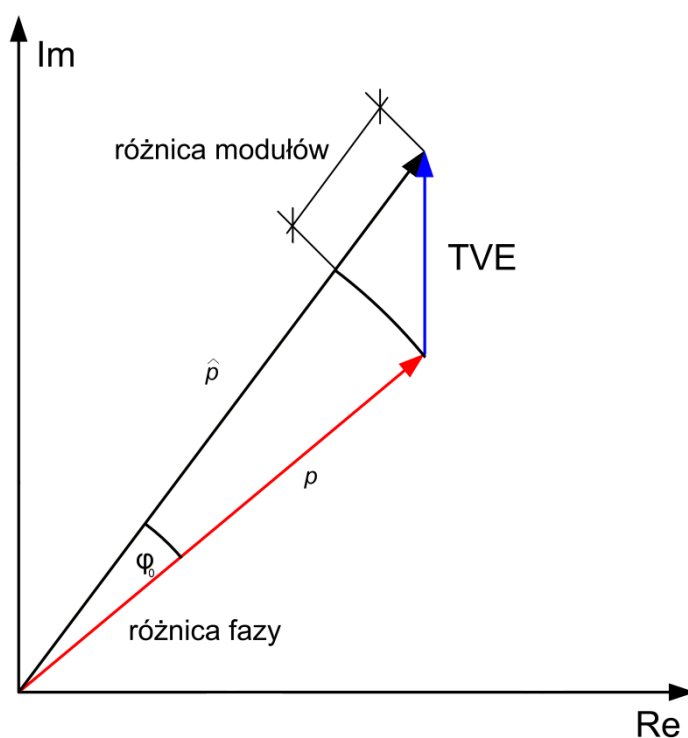
gdzie $\hat{\mathbf{p}}$ jest estymowanym fazorem a \mathbf{p} jest wartością rzeczywistą fazora. TVE jest skumulowanym wskaźnikiem dokładności, który uwzględnia zarówno wpływ błędu estymacji amplitudy jak i fazy, oraz wpływ błędów wynikających z niedokładności określenia czasu podczas synchronizacji. Pomimo pojawiających się w literaturze [Bel14] zarzutów, że TVE nie daje wystarczających informacji o metodzie, pozostaje on najważniejszym wskaźnikiem dokładności dla metod obliczania fazora. Rysunek 2.7 przedstawia graficzną reprezentację TVE.

Standard definiuje także błąd estymacji częstotliwości **FE** (*Frequency Error*) oraz błąd estymacji **RFE** (ROCOF Error)

$$FE = |\hat{f} - f|, \quad (2.16)$$

$$RFE = \left| \frac{d\hat{f}}{dt} - \frac{df}{dt} \right|. \quad (2.17)$$

Te błędy to bezwzględna wartość różnicy pomiędzy wielkością estymowaną a teoretyczną (prawdziwą). Błędy te podawane są w Hz i Hz/s.

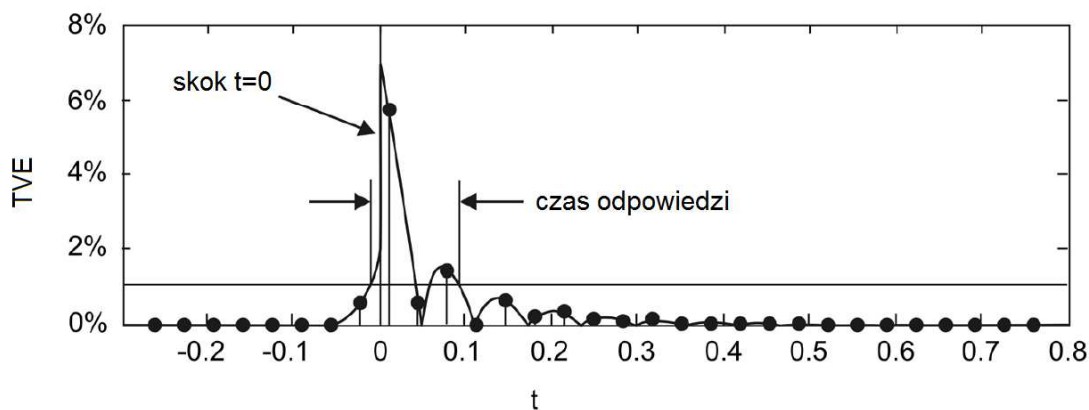


Rys. 2.7. Graficzna reprezentacja TVE [Barch15].

W przypadku stanów dynamicznych badany jest także czas odpowiedzi t_r estymatorów synchronofazora. Parametr ten to różnica pomiędzy czasem, w którym TVE przekracza zadany próg U a czasem, w którym TVE pozostaje stabilnie poniżej zadanego progu

$$t_r = \sup\{TVE(t) > U\} - \inf\{TVE(t) > U\}. \quad (2.18)$$

Standard definiuje, że próg U równa się 1% dla całego PMU.



Rys. 2.8 Przykład skokowej zmiany amplitudy w czasie [Std11a].

Aby spełnić wymagania standardu [Std11a] urządzenie PMU powinno być w stanie podać informację o synchronfazorze, częstotliwości oraz o zmianie częstotliwości. Wymagania wobec pomiaru tych wielkości mogą być spełnione w dwóch różnych klasach wydajności tj. klasie P oraz klasie M. Klasa P stosowana jest w przypadku kiedy aplikacja wymaga szybkiej odpowiedzi. Litera "P" pochodzi od angielskiego słowa *protection*. Klasa M stosowana jest natomiast w przypadku, kiedy prędkość odpowiedzi nie jest krytyczna i można jej kosztem zwiększyć precyzję pomiaru. Jest więc to klasa pomiarowa, z ang. *measurement class*.

Tabela 2.1.

Wymagania dotyczące pomiaru synchronfazora dla stanów statycznych [Std11a].

Wielkość wpływająca	Wskaźnik odniesienia	Limity TVE dla poszczególnych wielkości.			
		Klasa P		Klasa M	
		Zakres	Max TVE (1%)	Zakres	Max TVE (1%)
Zakres częstotliwości sygnału - $f_{dev}(f_0 \pm f_{dev})$	f_0 - częstotliwość podstawowa	± 2 Hz	1	± 2 Hz dla $F_s < 10$ $\pm F_s/5$ dla $10 \leq F_s < 25$ ± 5 dla $F_s \geq 25$	1
Testy muszą być spełnione dla trzech temperatur: $T \approx 23$ °C, $T = 0$ °C, $T = 50$ °C					
Amplituda sygnału-napięcia	100 %	Od 80% do 120%	1	Od 10% do 200%	1
Amplituda sygnału-prądu	100%	Od 10% do 200%	1	Od 10% do 200%	1
Kąt fazowy w zakresie $ f_{in}-f_0 < 0,25$ Hz	Kąt stały lub zmieniający się powoli	$\pm\pi$ radianów	1	$\pm\pi$ radianów	1
Zakłócenia harmoniczne (pojedyncza harmoniczna)	<0,2 % (THD)	1%, każdej harmonicznej aż do 50tej	1	10%, każdej harmonicznej aż do 50tej	1
Zakłócenia poza zakresem opisane poniżej	<0,2% amplitudy sygnału wejściowego		brak	10% sygnału wejściowego dla $F_s \geq 10$. Brak wymagań dla $F_s < 10$.	1.3
Testy zakłóceń poza zakresem: Zakres zaporowy dla każdej częstotliwości transmisji zdefiniowany jest jako $ f-f_0 < F_s/2$. Sygnał zakłócający poza zakresem zaporowym jest to sygnał o częstotliwości f gdzie $f-f_0 \geq F_s/2$					
Dla testów częstotliwość sygnału wejściowego f_{in} zmienia się pomiędzy f_0 oraz $\pm (10\%)$ częstotliwości Nyquista częstotliwości transmisji.					
To jest: $f_0 - 0,1 \cdot (F_s/2) \leq f_{in} \leq f_0 + 0,1 \cdot (F_s/2)$ gdzie: F_s - częstotliwość transmisji danych w ramach na sekundę (fps), f_0 - częstotliwość podstawowa, f_{in} - częstotliwość sygnału wejściowego					

IEEE C37.118.1 przewiduje dwa różne typy testów zgodności ze standardem: statyczne (*steady-state compliance*) oraz dynamiczne (*dynamic-state compliance*). W tabeli 2.1. zawarte są wybrane testy zgodności dla stanów statycznych dla fazona.

Dynamic-state compliance przewiduje między innymi testy dla pasma pomiarowego. Sygnałem testowym jest wtedy sygnał sinusoidalny z modulacją amplitudy lub modulacją fazy, dany wzorem

$$s(t) = a_0(1 + k_x \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_0 t + k_a \cos(\omega_m t - \pi)), \quad (2.19)$$

gdzie ω_m jest częstotliwością modulującą wyrażoną w radiach na sekundę, k_x jest współczynnikiem głębokości modulacji amplitudy, a k_a jest współczynnikiem głębokości modulacji fazy.

Testy dynamiczne przewidują także test rampy, który polega na liniowej modulacji częstotliwości oraz test badający skutki skokowej zmiany częstotliwości i fazy.

2.5.2. Wydajność statystyczna

Wydajność statystyczna jest określona przez porównanie wariancji estymatora do dolnej granicy Craméra-Rao CRLB (*Cramér-Rao Lower Bound*), czyli minimalnego możliwego błędu średniokwadratowego estymatora. Nieobciążony estymator, którego wariancja realizuje granicę CRLB jest estymatorem optymalnym w sensie MVU (*Minimum Variance Unbiased Estimator*) [Kay93]. Dla sygnału postaci

$$x[n] = A \cos(\omega_0 n + \varphi) + \varepsilon_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (2.20)$$

gdzie $\omega_0 = 2\pi f_0$, a ε_n jest szumem o rozkładzie normalnym, wartości średniej równej zero i wariancji σ^2 , dla estymatorów \hat{A} , \hat{f}_0 , $\hat{\varphi}$, nierówności Craméra -Rao są następujące [Kay93]

$$\text{var}(\hat{A}) \geq \frac{w\sigma^2}{N}, \quad (2.21)$$

$$\text{var}(\hat{\omega}_0) \geq \frac{12}{\eta N(N^2 - 1)}, \quad (2.22)$$

$$\text{var}(\hat{\varphi}) \geq \frac{4N - 2}{\eta N(N - 1)}, \quad (2.23)$$

gdzie

$$\eta = \frac{A^2}{2\sigma^2} \quad (2.24)$$

jest stosunkiem sygnału do szumu. Stosunek ten w skali decybelowej jest wyrażony następująco

$$S/N = 10 \log_{10}(\eta), \quad (dB). \quad (2.25)$$

Z powyższych zależności wynika, że wariancja estymatora MVU dla amplitudy, fazy i częstotliwości maleje wraz ze wzrostem liczby próbek N . W szczególności, dla estymacji częstotliwości wariancja estymatora MVU jest odwrotnie proporcjonalna do trzeciej potęgi N . Jest to uzasadnieniem dla stosowania dużych częstotliwości próbkowania (nadpróbkowanie sygnału) lub długiego czasu obserwacji sygnału sinusoidalnego przy jego akwizycji. Z drugiej strony, nadpróbkowanie sygnału zwiększa wymagania wobec systemu akwizycji danych, np. wymagane jest szersze pasmo analogowych czujników pomiarowych (np. przekładników prądowych w pomiarach elektroenergetycznych) i powoduje wzrost zapotrzebowania na zasoby komputerowe w postaci pamięci, mocy obliczeniowej, przepustowości sieci i itp. Zbyt długie czasy obserwacji uniemożliwiają śledzenie zmiennych w czasie parametrów sygnału.

2.5.3. Złożoność obliczeniowa

Wydajność obliczeniową możemy określić przez liczbę operacji podstawowych (np. dodawań, mnożeń) wykonywanych podczas pracy algorytmu. Dla algorytmów bardzo złożonych podaje się zazwyczaj czas obliczeń lub unormowany czas obliczeń, przy założeniu wydajnej implementacji.

Czas ten zależy nie tylko od implementacji algorytmu, ale też od struktury i sposobu przetwarzania danych wejściowych. W przypadku sekwencyjnego podawania danych realizacja kolejnego etapu algorytmu jest możliwa dopiero po otrzymaniu wyniku poprzedniej realizacji. Zwiększanie mocy obliczeniowej od pewnego momentu jest w takim przypadku bezcelowe.

Istotne znaczenie dla algorytmów pracujących na bieżąco, w trakcie akwizycji sygnału, ma również złożoność pamięciowa algorytmu, czyli ilość zasobów pamięci potrzebnych do wykonania algorytmu. Dotyczy to szczególnie algorytmów iteracyjnych, których implementacja pozwala na śledzenie zmiennych parametrów sygnału. Z reguły ich złożoność obliczeniowa jest niższa niż algorytmów blokowych.

Podsumowując, złożoność obliczeniowa, pamięciowa oraz struktura obliczeń i danych mogą być wymaganiami krytycznymi w urządzeniach przenośnych, zasilanych bateriami czy pracujących na bieżąco, w trakcie akwizycji sygnału. W przypadku wykonywania analizy sygnałów uprzednio zarejestrowanych np. na komputerze osobistym, przeważnie nie odgrywają aż tak istotnej roli. Szczególnie dziś, kiedy zasoby komputerowe nawet o dużej mocy obliczeniowej są łatwo dostępne i coraz tańsze.

3. Metody obliczania fazora - opis wybranych algorytmów

Metody obliczania fazora oparte na dyskretnym przekształceniu Fouriera są najliczniejszą grupą metod stosowanych do jego obliczeń.

3.1. DFT z oknami czasowymi

Rozważmy rzeczywisty, dyskretny sygnał sinusoidalny:

$$x[n] = A \cos(\omega n + \varphi), n=0,1,2,\dots,N-1 \quad (3.1)$$

gdzie $A > 0$ jest amplitudą sygnału $0 < \omega < \pi$ jest częstotliwością kątową w radianach $-\pi < \varphi < \pi$ jest fazą w radianach, n jest indeksem próbek i N jest liczbą próbek.

Transformacja Fouriera (analiza), sygnału dyskretnego $x[n]$ nieskończonej długości jest zdefiniowana w postaci [Opp99]

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}. \quad (3.2)$$

Odwrotna transformacja Fouriera sygnału dyskretnego (synteza) jest dana zależnością

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega. \quad (3.3)$$

Dla sygnałów dyskretnych o skończonej długości definiuje się dyskretne przekształcenie Fouriera (DFT)

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\omega_k n}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (3.4)$$

gdzie $\omega_k = (2\pi/N)k$. Warto zwrócić uwagę na fakt, że ω_k jest częstotliwością w radianach k -tego prążka DFT.

Z definicji (3.4) widać, że za pomocą DFT wyznaczamy N równoodległych prążków widma na okręgu jednostkowym (2π). Odwrotne DFT jest następujące

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j(2\pi/N)kn}, n = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.5)$$

Przy analizie sygnałów ciągłych z wykorzystaniem DFT niezbędne są następujące kroki przetwarzania [Opp99, Harr78]:

- 1) filtracja antyaliasingowa i próbkowanie sygnału;
- 2) okienkowanie sygnału dyskretnego $x[n]$, tj. pomnożenie sygnału dyskretnego przez okno czasowe $w[n]$

$$v[n] = x[n] \cdot w[n]. \quad (3.6)$$

W rezultacie zawsze obserwujemy splot widma sygnału z widmem okna

$$V(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) W(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta; \quad (3.7)$$

3) próbkowanie ciągłego widma okienkowanego sygnału (3.7) z wykorzystaniem DFT.

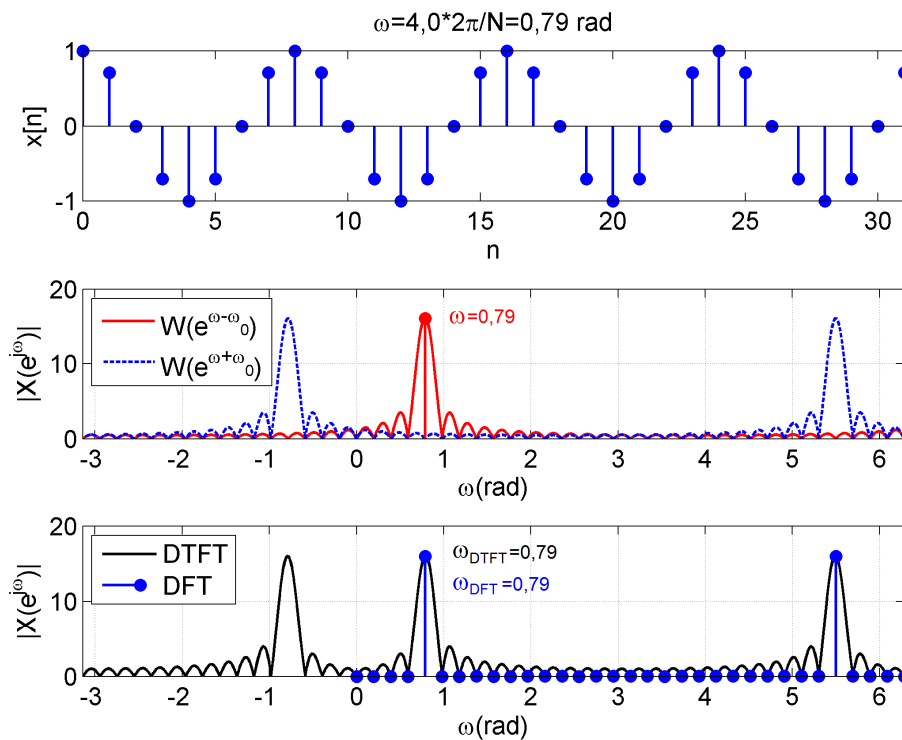
Transformata Fouriera (3.2) nieskończonego sygnału sinusoidalnego (3.1) składa się z szeregu impulsów Diraca występujących okresowo w częstotliwości $\pm\omega_0+2\pi k$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\pi e^{j\varphi} \delta(\omega - \omega_0 + 2\pi k) + \pi e^{-j\varphi} \delta(\omega + \omega_0 + 2\pi k)] \quad (3.8)$$

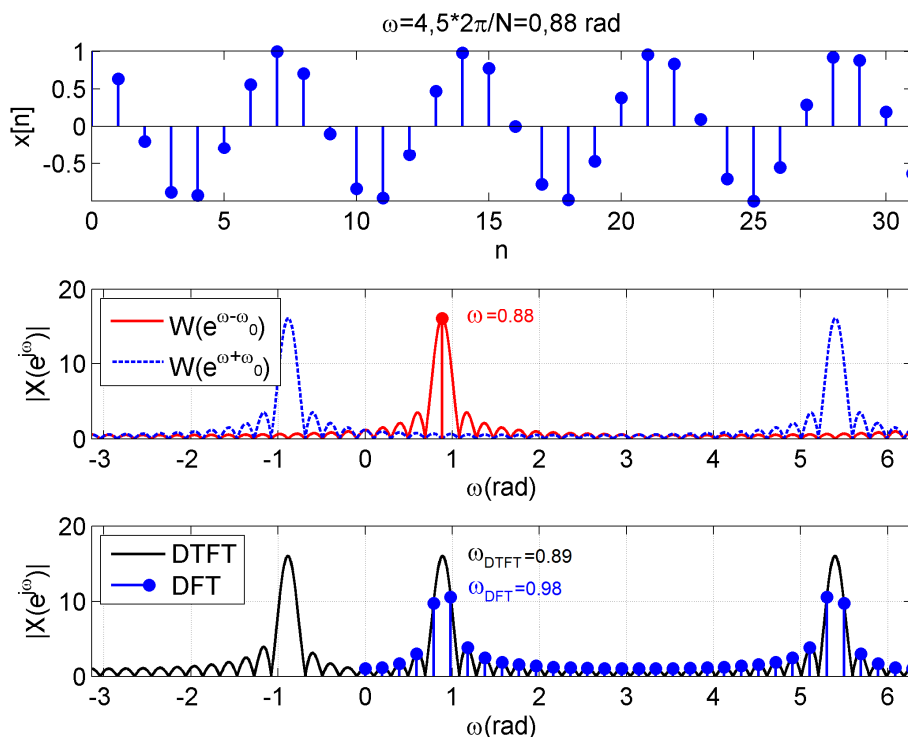
Z (3.4) i (3.5) wynika że widmo teoretyczne okienkowanego (3.6) sygnału sinusoidalnego (3.1) dane jest wzorem [Opp99]

$$V(e^{j\omega}) = \frac{A}{2} e^{j\varphi} W(e^{j(\omega-\omega_0)}) + \frac{A}{2} e^{-j\varphi} W(e^{-j(\omega+\omega_0)}), \quad (3.9)$$

gdzie $W(e^{j\omega})$ jest widmem okna $w[n]$.



Rys. 3.1. Próbkowanie synchroniczne: a) dyskretny sygnał sinusoidalny, b) widmo dla częstotliwości dodatnich i ujemnych, c) widmo ciągłe sygnału DTFT (*Discrete Time Fourier Transform*) i DFT [Dud11c].



Rys. 3.2. Próbkowanie niesynchroniczne: a) dyskretny sygnał sinusoidalny, b) widmo dla częstotliwości dodatnich i ujemnych, c) Widmo ciągle sygnału Fouriera DTFT (*Discrete Time Fourier Transform*) i DFT [Dud11c].

Rysunek 3.1 ilustruje analizę sygnału sinusoidalnego obserwowanego z oknem prostokątnym w przypadku próbkowania synchronicznego, tzn. w przypadku, kiedy częstotliwość próbkowania jest całkowitą wielokrotnością częstotliwości sygnału. Rysunek 3.1 b) przedstawia widmo dla częstotliwości dodatnich i ujemnych, które we wzorze (3.9) reprezentowane są kolejno przez pierwszy i drugi składnik sumy. Za częstotliwość sygnału analizowanego przez DFT uznaje się częstotliwość prążka o największym module.

Rysunek 3.2 przedstawia przykład analizy sygnału próbkowanego niesynchronicznie. Należy zwrócić uwagę, że w przypadku próbkowania niesynchronicznego częstotliwość prążka o największym module nie jest równa częstotliwości analizowanego sygnału.

Zarówno dla częstotliwości dodatnich jak i ujemnych energia sygnału nie jest skoncentrowana wyłącznie w listku głównym ale także w listkach bocznych widma. To zjawisko nazywane jest przeciekaniem widmowym. Listki boczne widma częstotliwości ujemnych dodają się do listka głównego częstotliwości dodatnich i na odwrót. Powoduje to przesunięcie w częstotliwości i zmianę wartości modułu największego prążka, a więc wprowadza to błędy estymacji parametrów obserwowanego sygnału.

Można więc powiedzieć, że z powodu zjawiska przecieku widmowego sygnał sinusoidalny sam zakłóca swoje widmo. To zakłócenie jest większe kiedy częstotliwości dodatnie i ujemne zbliżają się do siebie. Wpływ przecieku widmowego może być zredukowany poprzez wykorzystanie okien czasowych o dużym tłumieniu listków bocznych.

Zastosowanie okien czasowych do analizy częstotliwościowej zostało szczegółowo opisane w [Harr79]. W pracy tej podano definicje i określono właściwości większości znanych i stosowanych w praktyce okien czasowych.

Okna czasowe mogą zostać podzielone ze względu na sposób definiowania na okna kosinusowe i okna niekosinusowe. Przykładem okien niekosinusowych mogą być okna Dolpha-Czebyszewa i okna Keisera-Bessela [Harr78].

Przykładem okien kosinusowych mogą być okna Rife'a-Vincenta pierwszego rodzaju (RVCI), znane również jako okna o najszybszym opadaniu listków bocznych MSD (*maximum sidelobe decay*) [And89], dane wzorem

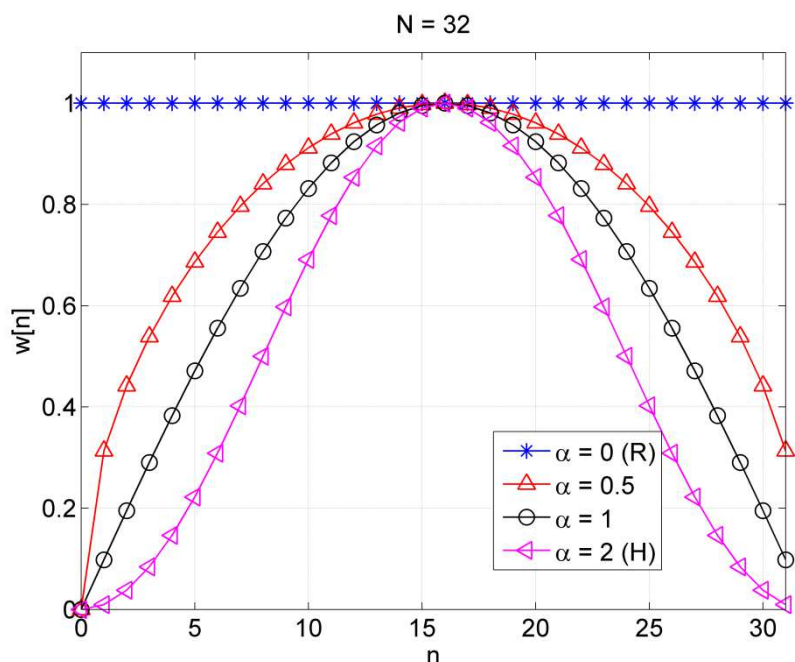
$$w[n] = \begin{cases} \sum_{m=0}^M (-1)^m A_w^m \cos\left(\frac{2\pi}{N} mn\right), & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}, \quad (3.10)$$

gdzie $M = 0, 1, 2, 3, \dots$. Współczynniki A_w^m dla $M = 0, 1, 2, 3, \dots, 6$ dane są np. w pracy [Dud11b].

Okna RVCI są specjalnym przykładem okien $\cos^\alpha(X)$, np. dla $\alpha=0,2,4,6,\dots$ definiowanych jako [Harr78]

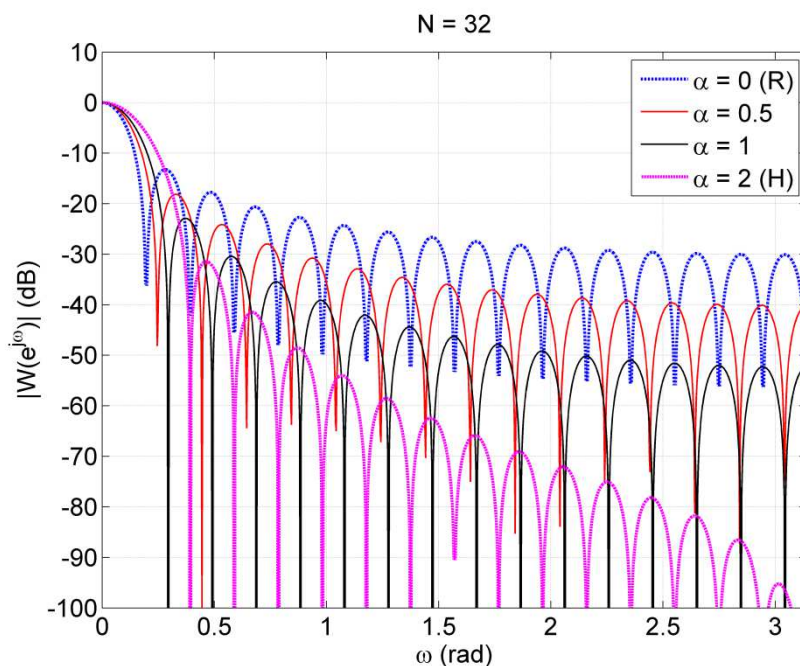
$$w[n] = \begin{cases} \sin^\alpha\left(\frac{\pi}{N} n\right), & 0 \leq n < N \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases} \quad (3.11)$$

Wzory (3.10) i (3.11) są równe dla $\alpha=2M$. Przykład okien kosinusowych przedstawiony został na rysunku 3.3.



Rys. 3.3. Przykład okien kosinusowych (3.11) dla różnych parametrów α .

Warto zauważyć, że dla $\alpha=0$ otrzymujemy okno prostokątne, a dla $\alpha=2$ otrzymujemy dobrze znane okno Hann. Porównując definicje (3.10) i (3.11) widzimy, że współczynniki A_W^m można wyznaczyć przekształcając potęgę funkcji sinus do postaci sumy harmonicznym funkcji kosinus.



Rys. 3.4. Widma okien kosinusowych z rysunku 3.3..

Rysunek 3.4 przedstawia charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla okien z rysunku 3.3. Ciekawym zjawiskiem jakie można zaobserwować na rysunku 3.4 jest to, że kiedy tłumienie listków bocznych jest większe, szerszy staje się listek główny. Objawia się to tym, że kiedy ograniczymy wpływ przecieku widmowego przez duże tłumienie listków bocznych, narażamy się na większą wrażliwość na szumy, poprzez poszerzenie się listka głównego oraz pogorszenie rozdzielczości częstotliwościowej.

Optymalne pod względem szerokości listka głównego i położenia listków bocznych są okna niekosinusowe Kaisera-Bessela i Dophy-Czebyszewa [Harr78]. Okno Kaisera zawiera najwięcej energii w zadanym paśmie częstotliwości, a okno Dophy-Czebyszewa ma najwyższy listek główny dla zadanego poziomu listków bocznych. Okno Kaisera-Bessela budowane jest w dziedzinie czasu na podstawie funkcji Bessela, natomiast okno Dophy-Czebyszewa budowane jest w dziedzinie częstotliwości w oparciu o wielomiany Czebyszewa. Aby otrzymać postać czasową okna Dophy-Czebyszewa oblicza się odwrotne DFT z zadanego widma.

3.1.1. Pełnookresowe DFT (Full cycle DFT)

Intuicyjną metodą obliczania fazora jest zastosowanie DFT [Pha08]. Wykorzystując model (1.2) fazor dany jest wzorem

$$\hat{\mathbf{p}}^{DFT} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} s[n] e^{-j2\pi(n+\frac{1}{2})/N} & \text{dla } N \text{ parzyste} \\ \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} s[n] e^{-j2\pi n/N} & \text{dla } N \text{ nieparzyste} \end{cases}. \quad (3.12)$$

Wysoką dokładność estymacji fazora w tej metodzie możemy otrzymać tylko w przypadku zaistnienia warunku quasi-stacjonarnego i w przypadku kiedy częstotliwość sygnału jest tylko nieznacznie różna od częstotliwości podstawowej (50 lub 60 Hz) [Mac12]. Według (3.12) fazor jest obliczany w środku przedziału obserwacji, co jest typowe dla prezentowanych w literaturze rozwiązań.

Główne zalety tej metody to niskie obciążenie obliczeniowe i szybka reaktywność.

3.1.2. Niepełnookresowe DFT (Half-Cycle DFT)

Metody obliczania fazora oparte na niepełnookresowym DFT zostały zaproponowane w celu zwiększenia obserwowalności nagłych dynamicznych zmian w stanach nieustalonych [Sid05, ChiY10]. Algorytmy te korzystają z metod rekurencyjnego obliczania DFT. Skrócenie okna obserwacji pozwoliło na skrócenie czasu odpowiedzi jednak zwiększyło też czułość algorytmu na szum.

3.1.3. DFT z oknem o płaskim listku głównym (nowa metoda)

Okna o płaskiej charakterystyce amplitudowej [Dud16a] są oknami kosinusowymi w postaci

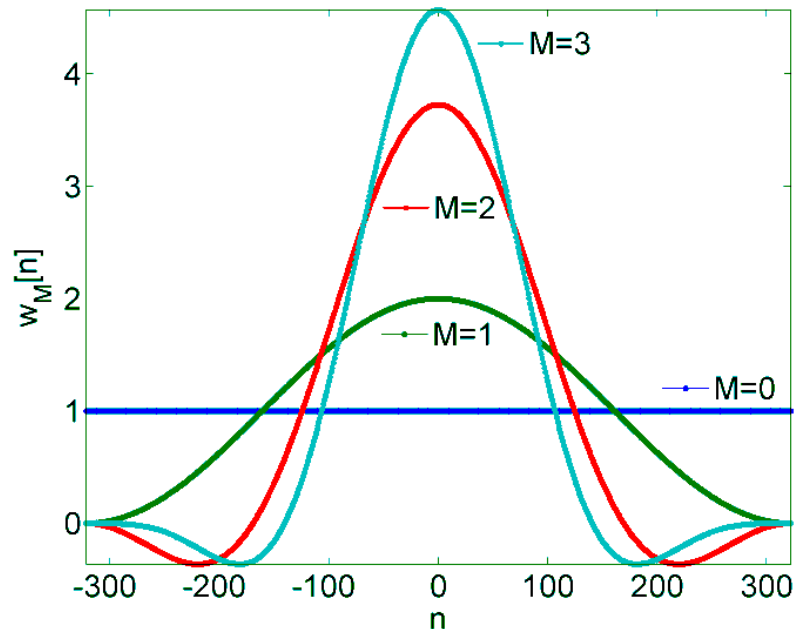
$$w_M[n] = \sum_{m=0}^M A_M[m] \cos\left(m \frac{\pi}{L} n\right), \quad n = -L, \dots, L, \quad (3.13)$$

gdzie: M – rząd okna, $A_M[m]$ – współczynniki okna.

Długość okna (3.13) wynosi $N=2L+1$ próbek. Jest ono zdefiniowane dla indeksów ujemnych i dodatnich, jednak po obliczeniu okna wg (3.13) można je stosować do analizy DFT z indeksowaniem od 0 do $N-1$, takim jak w definicji (3.4).

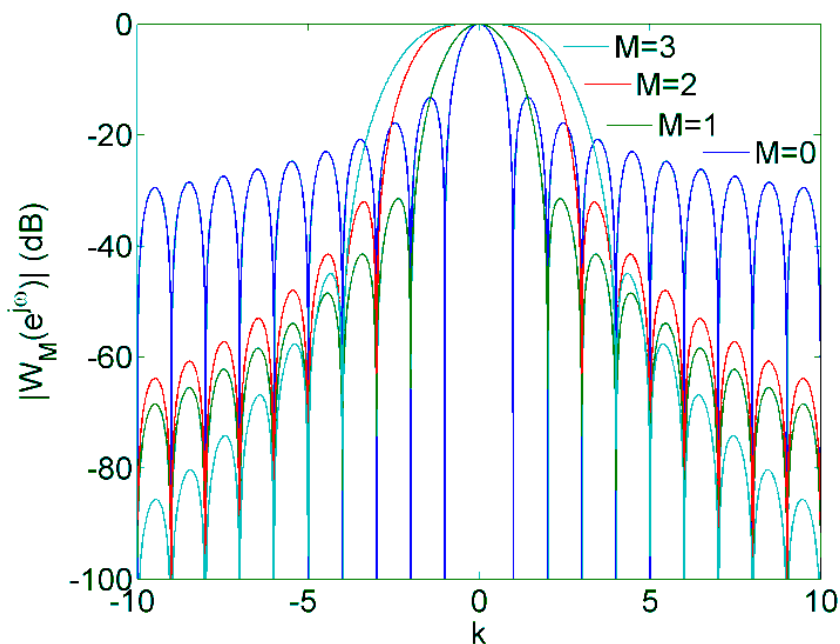
Definicja (3.13) obejmuje wiele popularnych okien kosinusowych, np. okno Hanna, Hamminga, Blackmana, Nuttala oraz rodzin okien Rife'a-Vincenta. Dla $M=0$ i $A_0=1$, wzór (3.13) definiuje okno prostokątne, a dla $M=1$ i $A_1=[1 \ 1]$ okno Hanna. Rysunek 3.5 przedstawia okno prostokątne i okno Hanna o długości $N=645$ próbek. Na tym samym rysunku przedstawione są okna o płaskiej charakterystyce amplitudowej zdefiniowane w [Dud16a]. Współczynniki tych okien są następujące $A_2=[1,001552795031, \ 1,862800151461,$

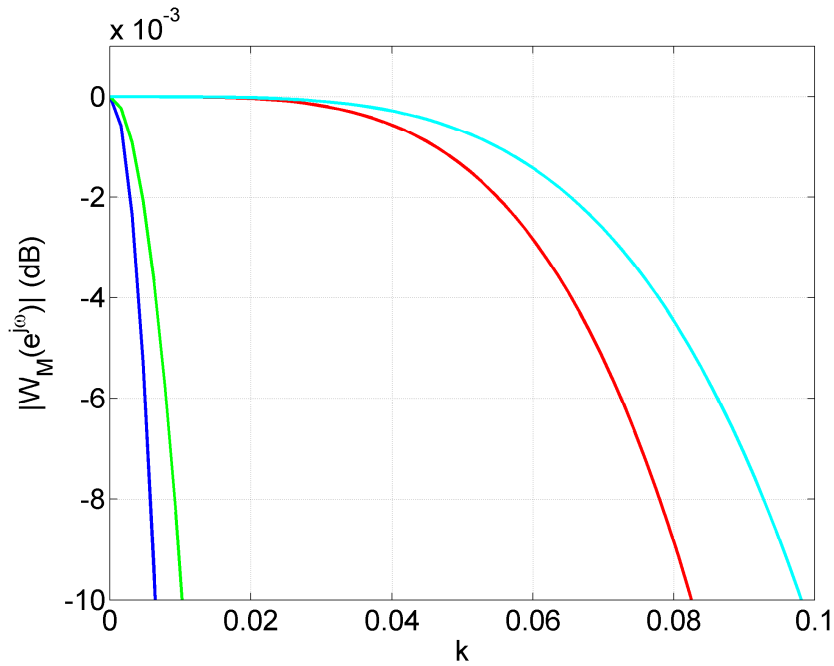
0,861247356430] i $A_3=[1,001552795031, 1,928724704465, 1,283164496089, 0,355992586654]$. Charakterystyki amplitudowe powyższych okien pokazane są na rysunku 3.6. Okno prostokątne ($M=0$) ma najwyższy listek główny. Zwiększanie rzędu okna M powoduje poszerzenie listka głównego. Okno Hanna ($M=1$) oraz okno $M=2$ mają takie same tłumienia pierwszego listka bocznego, ale okno $M=2$ ma płaski listek główny.



Rys. 3.5 Przebiegi czasowe okien: $M=0$ okno prostokątne, $M=1$ okno Hanna, $M=2$ i $M=3$ okna o płaskiej charakterystyce amplitudowej

Rysunek 3.6 a) i b) przedstawia charakterystyki amplitudowo częstotliwościowe okien zaprezentowanych na rysunku 3.5.





Rys. 3.6. Charakterystyki amplitudowe okien z rysunku 3.5.

Moduł fazora liczony jest jako moduł prążka DFT okienkowanego sygnału, a faza jako faza tego prążka

$$\hat{\mathbf{p}}^{WF} = \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} s[n]w[n]e^{-j2\pi n/N}. \quad (3.14)$$

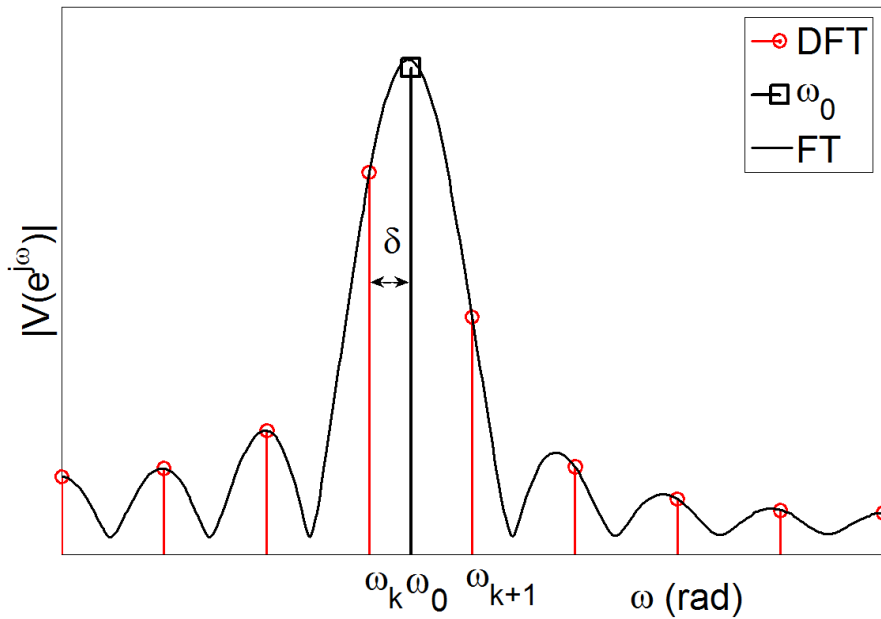
3.2. Interpolowane DFT

Błędy estymacji fazora za pomocą analizy DFT mogą być spowodowane przez niesynchroniczne próbkowanie, a więc w sytuacji kiedy częstotliwość próbkowania nie jest całkowitą wielokrotnością częstotliwości podstawowej sygnału. W celu redukcji tych błędów mogą zostać wykorzystane algorytmy interpolowanego DFT (IpDFT) [Jain79, Gran83, And89, Sch92, Dud11a].

Rysunek 3.7 ilustruje zadanie interpolacji. Z widma DFT okienkowanego sygnału sinusoidalnego wybierane są prążki DFT o największych modułach. Na ich podstawie określa się przesunięcie δ korygujące częstotliwość prążka DFT ω_k do poprawnej częstotliwości sygnału ω_0 . Częstotliwość sygnału sinusoidalnego wynosi

$$\omega_0 = (k \pm \delta) \frac{2\pi}{N}, \quad 0 < \delta < 0,5. \quad (3.15)$$

Prążek DFT z indeksem k ma największy moduł. Jeżeli drugi, co do wielkości modułu, prążek DFT ma indeks $k+1$, to w nawiasie występuje znak '+'. Jeżeli drugi, co do wielkości modułu, prążek ma indeks $k-1$, to w nawiasie występuje znak '-'.



Rys. 3.7. Ilustracja problemu interpolowanego DFT, $\omega_{k-1}, \omega_k, \omega_{k+1}$ - częstotliwości prążków DFT, ω_0 - częstotliwość sygnału sinusoidalnego (1.1), δ - korekta częstotliwości.

Po wyznaczeniu stosunku dwóch prążków o największej amplitudzie i korzystając z zależności (3.15), $\omega_k = \omega_0 - \delta 2\pi/N$, $\omega_{k+1} = \omega_0 - \delta 2\pi/N + 2\pi/N$, otrzymujemy

$$\frac{V[k+1]}{V[k]} = \frac{|V(\omega_{k+1})|}{|V(\omega_k)|} = \frac{|V(\omega_0 - \frac{\delta 2\pi}{N} + \frac{2\pi}{N})|}{|V(\omega_0 - \frac{\delta 2\pi}{N})|}. \quad (3.16)$$

W częstotliwości ω_0 obserwujemy widmo okna przesunięte z częstotliwości $\omega = 0$, więc warunek (3.16) jest w przybliżeniu równy warunkowi w postaci [Off90]

$$\frac{|V[k+1]|}{|V[k]|} \approx \frac{|W(-\frac{\delta 2\pi}{N} + \frac{2\pi}{N})|}{|W(-\frac{\delta 2\pi}{N})|}. \quad (3.17)$$

Zależność (3.17) jest podstawą algorytmów interpolacji DFT. Istnieje bardzo wiele metod interpolowanego DFT. Często wykorzystywana jest interpolacja wielopunktowa wykorzystujące więcej niż dwa prążki DFT, dzięki czemu redukuje się wpływ tzw. dalekiego przecieku widmowego [Agr02].

3.2.1. 2-punktowe IpDFT z oknem Hanna

Interpolacja dwupunktowa z oknem Hanna opiera się na statycznym modelu fazora [Gra83]. Na początek sygnał $s[n]$ poddawany jest procesowi okienkowania. Następnie obliczane jest DFT $V[k]$ okienkowanego sygnału. Następnym krokiem jest znalezienie prążka DFT o największym module $|V[k_{max}]|$ i obliczenie korekcji częstotliwości

$$\delta = \frac{2|V[k_{max}\pm 1]| - |V[k_{max}]|}{|V[k_{max}]| + |V[k_{max}\pm 1]|}. \quad (3.18)$$

Częstotliwość, amplituda i faza dane są wzorami

$$\hat{f} = (k_{max} \pm \delta)/(N\Delta t), \quad (3.19)$$

$$\hat{a}_0 = |V[k_{max}]| \frac{0,5\pi}{\sin \delta\pi} / \left| -\frac{0,25}{\delta-1} + \frac{0,5}{\delta} - \frac{0,25}{\delta+1} \right|, \quad (3.20)$$

$$\hat{\phi}_0 = \arg\{V[k_{max}]\} \pm \arg\{e^{-j\delta(\pi/N)(N-1)}\}. \quad (3.21)$$

Fazor dany jest wzorem

$$\hat{\mathbf{p}}^{IpDFT_H} = (\hat{a}_0/\sqrt{2})e^{j\hat{\phi}_0}. \quad (3.22)$$

3.2.2 Algorytm IpDFT BYI (Bertocco-Yoshida rząd 1) z korekcją przecieku widmowego (nowa metoda)

Wykorzystanie metody IpDFT do obliczania fazora było zaproponowane przez autora niniejszej pracy w [Bar13a]. Na początku obliczane jest DFT $V[k]$ sygnału $s[n]$. Następnym krokiem jest znalezienie prążka DFT o największej amplitudzie $|V[k_{max}]|$ i obliczenie stosunku R i współczynnika λ

$$R = \frac{|V[k_{max}-1]| - |V[k_{max}]|}{|V[k_{max}]| - |V[k_{max}+1]|} \quad (3.23)$$

$$\lambda = e^{j\omega_{k_{max}}} \frac{r-R}{re^{-j2\pi/N} - Re^{j2\pi/N}}, \quad (3.24)$$

$$r = \frac{-e^{-j\omega_{k_{max}}} + e^{-j\omega_{k_{max}-1}}}{e^{-j\omega_{k_{max}+1}} + e^{-j\omega_{k_{max}}}}, \quad \omega_k = (2\pi/N)k. \quad (3.25)$$

Częstotliwość, amplituda i faza dane są wzorami

$$\hat{f} = \text{Im}\{\ln(\lambda)\}/(2\pi\Delta t), \quad (3.26)$$

$$\hat{a}_0 = |2V[k_{max}]/c|, \quad \hat{\phi} = \angle(2V[k_{max}]/c), \quad (3.27)$$

$$c = (1 - \lambda^N)/(1 - \lambda e^{-j\omega_{k_{max}}}). \quad (3.28)$$

Dla zwiększenia dokładności estymacji w ostatnim kroku może być zastosowany algorytm korekcji przecieku widmowego. Korekcja przecieku widmowego poliharmonicznego sygnału eksponencjalnego opisana została w [Wu10]. Przykład implementacji dla sygnału sinusoidalnego przedstawiony został w [Dud13]. Korekcja wykonywana jest według następującego algorytmu:

- a) Obliczany jest DFT $X[k]$ sygnału $s[n]$.
- b) Estymowane są parametry składowej podstawowej zgodnie z (3.26), (3.27) i (3.28).
- c) Przeprowadzana jest korekcja przecieku widmowego pochodzącego od ujemnej składowej podstawowej poprzez odjęcie od estymowanych prążków DFT

$$\frac{\hat{a}_0}{2} e^{-j\hat{\phi}} \frac{1-\lambda^{*N}}{1-\lambda^* e^{-j\omega_k}}. \quad (3.29)$$

- d) Estymowane są parametry składowej podstawowej zgodnie z (3.26), (3.27) i (3.28) poprzez wykorzystanie prążków DFT po korekcji.
- e) Przeprowadzana jest korekcja przecieku widmowego pochodzącego od składowej podstawowej poprzez odjęcie od estymowanych prążków DFT

$$\frac{\hat{a}_0}{2} e^{j\hat{\phi}} \frac{1-\lambda^N}{1-\lambda e^{-j\omega_k}}. \quad (3.30)$$

- f) Przeprowadzana jest korekcja przecieku widmowego pochodzącego od ujemnej składowej podstawowej do harmonicznym przez odjęcie od estymowanych prążków DFT (3.29).
- g) Estymowane są parametry harmonicznym zgodnie z (3.26), (3.27) i (3.28) poprzez wykorzystanie prążków DFT po korekcji.
- h) Przeprowadzana jest korekcja przecieku widmowego pochodzącego od harmonicznym do składowej podstawowej przez odjęcie od estymowanych prążków DFT (3.30).
- i) Przeprowadzana jest korekcja przecieku widmowego pochodzącego od ujemnych harmonicznym do składowej podstawowej przez odjęcie od estymowanych prążków DFT (3.29).
- j) Estymowane są parametry harmonicznym zgodnie z (3.26), (3.27) i (3.28) poprzez wykorzystanie prążków DFT po korekcji.
- k) Proces korekcji jest zakańczany lub powtarza się algorytm od punktu e).

Fazor dany jest wzorem

$$\hat{p}^{lpDFT_BY} = \text{korekcja}\left\{\left(\hat{a}_0/\sqrt{2}\right)e^{j\hat{\phi}_0}\right\}. \quad (3.29)$$

3.3. Model 4- i 6- parametrowy

W celu uwzględnienia dynamicznych zmian fazora estymowane są również jego zmiany (pochodne) [Pre08]. Przyjmując dynamiczny model fazora (2.4) oraz przyjmując, że dt jest okresem raportowania, przybliżenie wartości fazora może być opisane jako jego rozwinięcie w szereg Taylora K -tego rzędu

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p} + \dot{\mathbf{p}}dt + \frac{\ddot{\mathbf{p}}}{2!}dt^2 + \dots + \frac{\mathbf{p}^{(K)}}{K!}dt^K. \quad (3.30)$$

W przypadku kiedy $K = 1$, estymator fazora dany jest wzorem

$$\hat{\mathbf{p}}^{4P}[n] = \hat{\mathbf{p}}^{DFT}[n] - j \frac{(\hat{\mathbf{p}}^{DFT}[n] - \hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n-1])}{2N \cdot \sin(\frac{2\pi}{N})}, \quad (3.31)$$

gdzie $\hat{\mathbf{p}}^{DFT}$ jest fazorem obliczanym z (3.12) dla sygnału o długości N w chwili nT , a $\hat{\mathbf{p}}^{DFT*}$ jest jego sprzężeniem. Wzór (3.31) opiera się na estymacji dwóch fazorów będących dwiema liczbami zespolonymi, a więc opiera się na estymacji 4 parametrów rzeczywistych (model 4-parametrowy)

Wykorzystując podobne podejście można uzyskać bardziej dokładny algorytm przyjmując $K = 2$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}^{6P}[n] = \hat{\mathbf{p}}^{DFT}[n] - j \frac{(\frac{3}{2}\hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n] - 2\hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n-1] + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n-2])}{2N \cdot \sin(\frac{2\pi}{N})} \\ - \frac{(1 - \frac{1}{N}) \cdot (\hat{\mathbf{p}}^{DFT}[n] - 2\hat{\mathbf{p}}^{DFT}[n-1] + \hat{\mathbf{p}}^{DFT}[n-2])}{24} \\ - \frac{\cos(\frac{2\pi}{N}) (\hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n] - 2\hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n-1] + \hat{\mathbf{p}}^{DFT*}[n-2])}{2N^2 \cdot \sin^2(\frac{2\pi}{N})}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Taki algorytm nazywany jest modelem 6-parametrowym.

3.4. Transformacja Taylora-Fouriera (Taylor Fourier Transform)

Korzystając z przybliżenia fazora (3.30), zakładając, że fazor obliczany jest w środku przedziału obserwacji $t_0 = 0$ i że rząd rozwinięcia w szereg Taylora wynosi $K = 2$, fazor dany jest wzorem [OSer07]

$$\mathbf{p}(t) \approx \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_1 t + \mathbf{p}_2 t^2, \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}, \quad (3.33)$$

gdzie współczynniki szeregu są pochodnymi fazora: $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$, $\mathbf{p}_1 = \dot{\mathbf{p}}(0)$, i $\mathbf{p}_2 = \ddot{\mathbf{p}}(0)/2$. Sygnał dany jest wtedy wzorem

$$s(t) = \text{Re}\{\mathbf{p}(t)e^{j2\pi f_0 t}\}. \quad (3.34)$$

Model (3.34) może być wykorzystany do każdego przedziału czasowego o rozmiarze T ze środkiem tego przedziału w punkcie t_0 . Sygnał (3.34) może być zastąpiony przez sekwencję przybliżeń wielomianem

$$s(t) \approx \text{Re}\{[\mathbf{p}_{0,l} + \mathbf{p}_{1,l}(t - lT) + \mathbf{p}_{2,l}(t - lT)^2]e^{j2\pi f_0(t-lT)}\} \quad (3.35)$$

$$\left(l - \frac{1}{2}\right)T \leq t \leq \left(l + \frac{1}{2}\right)T.$$

Próbkowane jest N_1 próbek sygnału z okresem $T_1=1/f_0$. Na podstawie (3.35) generowany jest układ równań dla każdego przedziału l o rozmiarze T

$$\begin{pmatrix} s[0] \\ \vdots \\ s[N_h] \\ \vdots \\ s[n] \\ \vdots \\ s[N-1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_h^2 e^{jN_h\omega_0} & N_h e^{jN_h\omega_0} & e^{jN_h\omega_0} & e^{-jN_h\omega_0} & N_h e^{-jN_h\omega_0} & N_h^2 e^{-jN_h\omega_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n^2 e^{-jn\omega_0} & n e^{-jn\omega_0} & e^{-jn\omega_0} & e^{jn\omega_0} & n e^{jn\omega_0} & n^2 e^{jn\omega_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_h^2 e^{-jN_h\omega_0} & N_h e^{-jN_h\omega_0} & e^{-jN_h\omega_0} & e^{jN_h\omega_0} & N_h e^{jN_h\omega_0} & N_h^2 e^{jN_h\omega_0} \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{2,l} \\ \mathbf{p}_{1,l} \\ \mathbf{p}_{0,l} \\ \mathbf{p}_{0,l}^* \\ \mathbf{p}_{1,l}^* \\ \mathbf{p}_{2,l}^* \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Liczba próbek w przedziale wynosi $N = (T/T_1)N_1$. Jeśli N jest liczbą parzystą, liczba próbek zmieniana jest na nieparzystą tak, aby od środka przedziału zawsze znajdowało się N_h próbek. Zatem, $N=2N_h+1$. W tym układzie, $\omega_0 = 2\pi/N_1$ odpowiada podstawowej pulsacji sygnału.

Dla każdego przedziału l

$$\mathbf{s}_l(t) = \mathbf{B} \mathbf{p}_l, \quad (3.37)$$

gdzie elementy \mathbf{B} to $n^2 e^{jn\omega_0}$, $n e^{jn\omega_0}$, $e^{jn\omega_0}$ oraz ich sprzężenia.

Dla każdego wektora kolumnowego o rozmiarze N i macierzy \mathbf{B} , estymaty fazora uzyskiwane są poprzez metodę najmniejszych kwadratów (LS). Błąd pomiędzy sygnałem \mathbf{s} a jego przybliżeniem K -tego rzędu zdefiniowany jest jako

$$\mathbf{e} = \mathbf{s} - \mathbf{B}\mathbf{p}. \quad (3.38)$$

Najlepsza estymata \mathbf{p} jest otrzymywana przez rozwiązanie układu równań

$$\mathbf{B}^H \mathbf{B} \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{B}} \mathbf{s}, \quad (3.39)$$

gdzie H jest operatorem sprzężenia hermitowskiego.

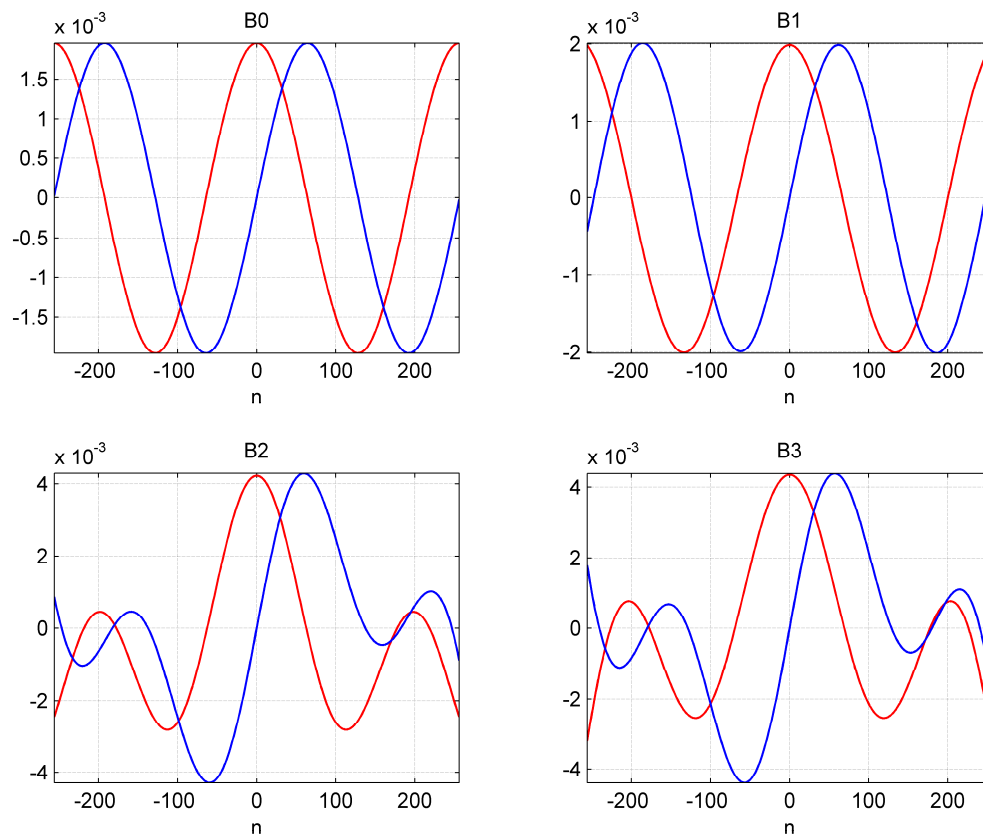
Wektor estymat fazora dany jest przez

$$\hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{s}, \quad (3.40)$$

a aproksymacja sygnału s to

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{p}}. \quad (3.42)$$

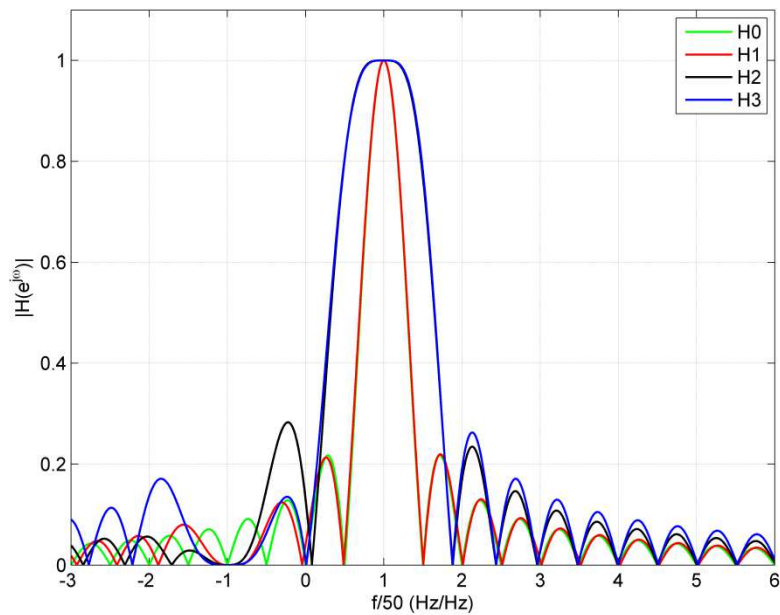
Wiersze uogólnionej macierzy odwrotnej $(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^H$ to zespolone odpowiedzi impulsowe filtrów FIR. Na rysunku 3.8 przedstawione są odpowiedzi impulsowe dla czterech pierwszych filtrów.



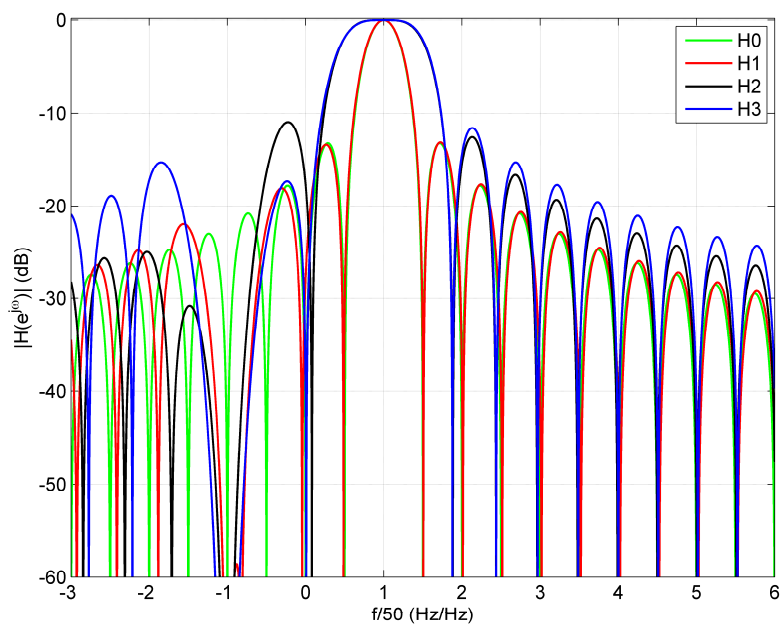
Rys. 3.8. Zespolone odpowiedzi impulsowe filtrów, gdzie B0, B1, B2 i B3 to kolejno wiersze macierzy pseudoodwrotnej $(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^H$ (czerwony - część rzeczywista, niebieski - część urojona).

Na rysunkach 3.9 i 3.10 przedstawiono charakterystyki amplitudowe zespolonych filtrów FIR dla prążka DFT z indeksem $k = 2$.

W przypadku TFT poszczególne pochodne faza po rozwinięciu w szereg Taylora (3.33) to pochodne po częstotliwości, a nie jak w przypadku modelu 4- i 6-parametrowego pochodne po czasie.



Rys. 3.9. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe filtrów FIR w macierzy pseudoodwrótnej $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H$. H0 odpowiada B0, H1 odpowiada B1, H2 odpowiada B2, H3 odpowiada B3.



Rys. 3.10. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe w skali decybelowej filtrów FIR w macierzy pseudoodwrótnej $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H$. H0 odpowiada B0, H1 odpowiada B1, H2 odpowiada B2, H3 odpowiada B3.

Błąd aproksymacji sygnału szeregiem Taylora (3.39) zwiększa się na krańcach rozważanych przedziałów czasowych. Sposobem na zredukowanie tego błędu jest zastosowanie w aproksymacji okna czasowego \mathbf{W} . Wtedy (3.39) ma postać

$$\mathbf{W}_e = \mathbf{W}_s - \mathbf{W}_p, \quad (3.40)$$

gdzie

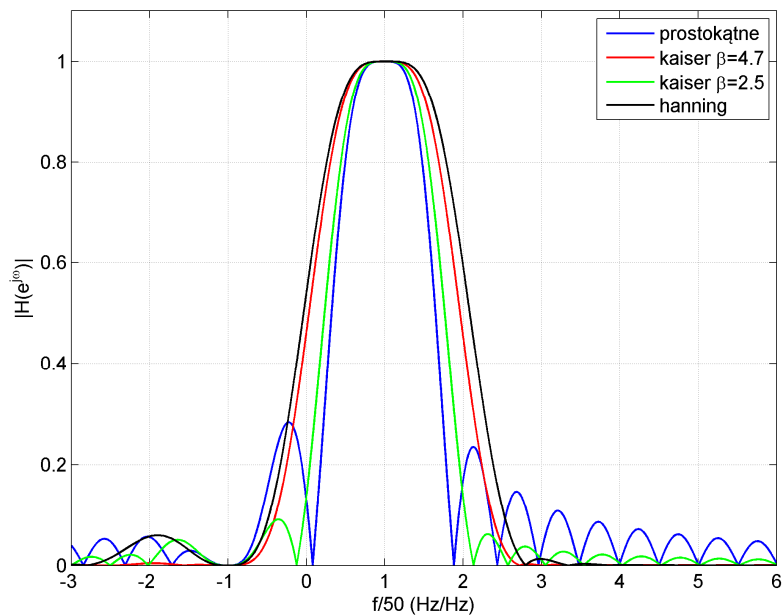
$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \dots & w_N \end{pmatrix}. \quad (3.41)$$

Wektor estymat fazora dany jest wtedy przez

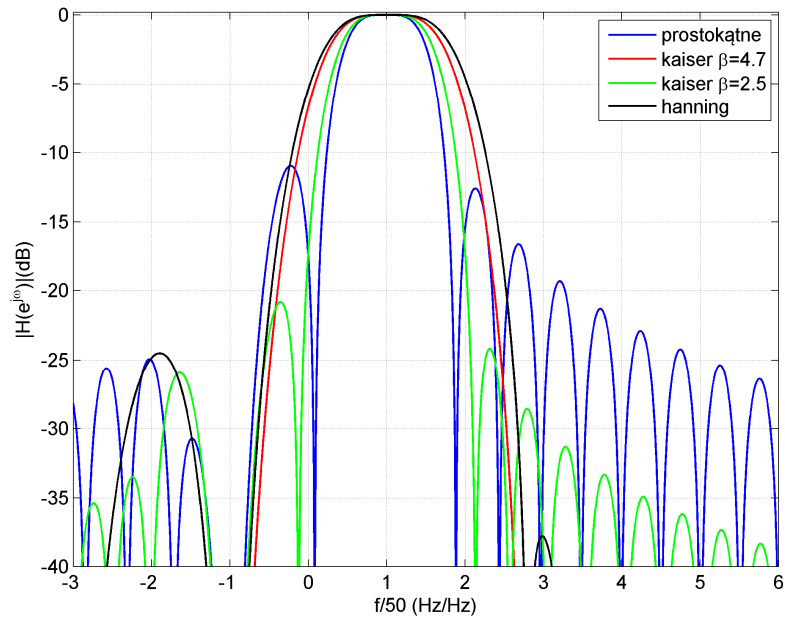
$$\hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{B}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{s}. \quad (3.42)$$

Powyższa metoda może być zaimplementowana w dziedzinie czasu w postaci zespolonego filtra FIR.

Rysunki 3.10 i 3.11 przedstawiają charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe filtrów FIR. Warto zauważyć, że filtry te wykazują bardzo wysokie tłumienie ujemnej częstotliwości podstawowej. Powoduje to zniwelowanie wpływu bliskiego przecieku widmowego, a więc zwiększenie dokładności estymacji. Dodatkowo, w paśmie przepustowym charakterystyki są płaskie.



Rys. 3.10. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe filtrów FIR w macierzy pseudoodwrotnej $(\mathbf{B}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W}$.



Rys. 3.11. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe w skali decybelowej filtrów FIR w macierzy pseudoodwrotnej $(\mathbf{B}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W}$.

4. Badanie wybranych metod obliczania fazora

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki badań oraz wzajemne porównanie następujących metod estymacji fazora:

- metody opartej na klasycznym DFT [Pha08], zwanej dalej dla uproszczenia "DFT",
- metody opartej na klasycznym DFT z oknem Hanna [Pha08], zwanej dalej "Hann",
- metody opartej na klasycznym DFT z oknem płaskim [Dud15, Dud16a], zwanej dalej "FTW" dla $A_M = [1,00155279503106 \ 1,96597364911576 \ 1,52822059015699 \ 0,696269580806336 \ 0,132469844734051]$ z (3.13),
- metod zaproponowanych w standardzie, tj. filtrów FIR dla klasy P i klasy M, zwanych dalej "FIR_P" oraz "FIR_M",
- metody wykorzystującej transformację Taylora-Fouriera [OSer07], zwanej dalej "LS",
- ważonej metody wykorzystującej transformację Taylora-Fouriera [Pla11], zwanej dalej "WLS" gdzie wagami kryterium LS są współczynniki okna Kaisera,
- metody wykorzystującej algorytm interpolowanego DFT z oknem Hanna [Bel14], zwanej dalej "IpDFT_{Hann}",
- oraz metody wykorzystującej algorytm Bertocco-Yoshidy pierwszego rzędu z korekcją przecieku widmowego [Bar13a], zwaną dalej "IpDFT_{BY}".

Przy wyborze badanych metod kierowano się możliwością ich implementacji w urządzeniu przenośnym i zastosowania w rzeczywistym SEE. Wybrane metody stanowią reprezentację różnych rodzin algorytmów korzystających z transformacji Fouriera. Obliczenia wykonywane są w dziedzinie częstotliwości. Algorytmy operujące w dziedzinie czasu nie zostały zbadane ze względu na właściwość wzmacniania szumów i zakłóceń. Przykładowo, w sytuacji zapadu lub skoku napięcia, zakłócenia mogą być wzmacniane przez elementy różniczkujące algorytmu.

4.1. Testy zgodności wg Standardu IEEE C37.118.1

W rozdziale przedstawiono testy zgodności ze standardem IEEE C37.118.1. Jako źródło testów wykorzystano [Std11a] oraz [Std14]. Standard dzieli testy na dwie grupy. Są to testy przeprowadzane w stanie ustalonym (*steady state compliance*) i testy przeprowadzone w warunkach dynamicznych zmian parametrów sygnału (*dynamic state compliance*).

W przypadku testów w stanie ustalonym zbadany został wpływ odchyień od częstotliwości nominalnej systemu elektroenergetycznego, wpływ zawartości harmonicznych oraz wpływ zakłócenia sygnałem o innej częstotliwości (*out of band interference*) na dokładność estymacji fazora. W przypadku testów dynamicznych zbadany został wpływ modulacji amplitudowej i fazowej oraz przeprowadzono testy liniowej zmiany częstotliwości (*frequency ramp*).

We wszystkich testach długość jednego okresu częstotliwości podstawowej wynosiła $N_p = 129$ próbek. Częstotliwość nominalna rozważanego sygnału wynosiła $f_0 = 50$ Hz, częstotliwość raportowania $f_{RR} = 50$ Hz, a częstotliwość próbkowania $f_s = 6450$ Hz. Obliczenia wykonywane były dla okna obserwacji o długości jednego okresu f_0 , czyli 129 próbek i dla sygnałów o długości pięciu okresów f_0 , czyli 645 próbek. Dla okna obserwacji o długości

jednego okresu wyniki porównano z zaleceniami klas wydajności P i M, natomiast dla okna o długości pięciu okresów tylko dla klasy M. Maksymalne opóźnienie raportowania dla klasy P wynosi $2/f_{RR}$, a dla klasy M $7/f_{RR}$ [Std14]. W przypadku obliczania fazora z wykorzystaniem filtru FIR, biorąc pod uwagę zalecenia standardu, maksymalna liczba okresów z jakiej można obliczać fazora to trzy okresy dla klasy P i trzynaście okresów dla klasy M. Liczba jednego i pięciu okresów została wybrana przez autora po przeprowadzeniu wielu prób dla sygnałów o różnych długościach. Długości zostały wybrane w taki sposób, aby można było porównać wszystkie badane metody w jednym zestawie testów i aby można było zaobserwować poszczególne właściwości metod. Wybranie innych długości często prowadziło do bardzo dużych różnic w działaniu pomiędzy poszczególnymi metodami, co utrudniało zarówno porównanie jak i prezentację wyników.

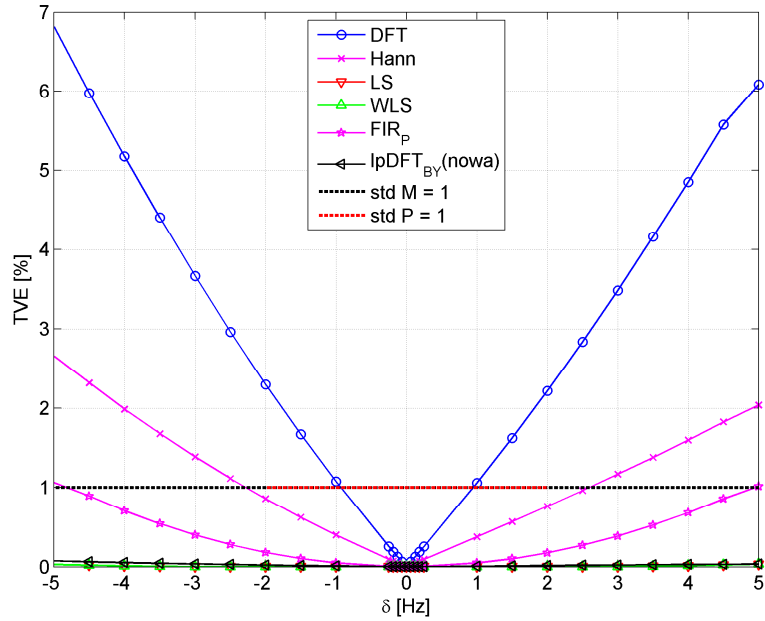
Dla okna obserwacji o długości jednego okresu zbadano metody: DFT, Hann, LS, WLS, FIR_P i IpDFT_{BY}. Natomiast dla sygnałów o długości pięciu okresów metody: DFT, Hann, FTW, LS, WLS, FIR_M, IpDFT_{Hann} oraz IpDFT_{BY}.

4.1.1. Wpływ odchyień od częstotliwości podstawowej

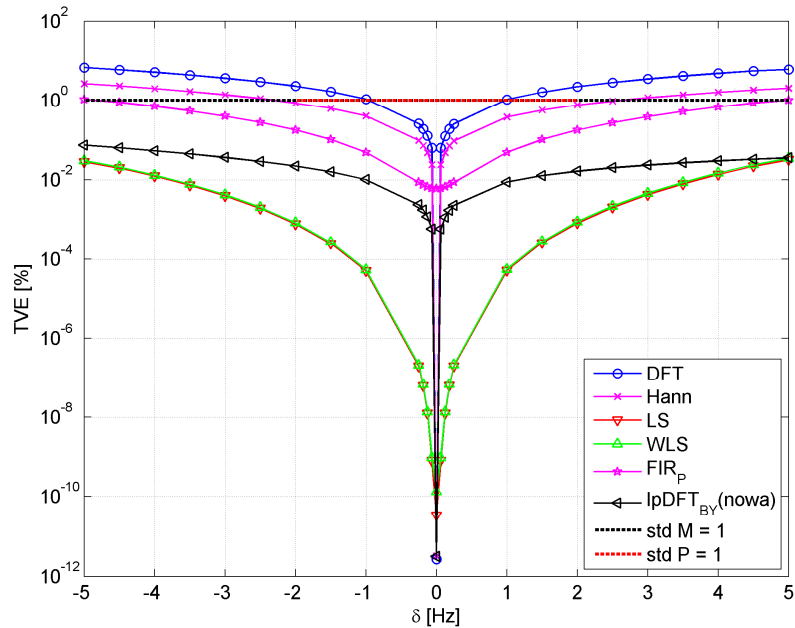
Przeprowadzone zostały badania wpływu odchyień częstotliwości sygnału od częstotliwości f_0 . Zmieniano aktualną częstotliwość sygnału w zakresie od 45 Hz do 55 Hz. Testy te zdefiniowane są na str. 14 w Tabeli 3 w [Std11a]. Tabela ta zamieszczona została w rozdziale 2.4.1 (Tabela 2.1). W niniejszym podrozdziale prezentowane są wyniki TVE i FE badanych metod.

Rysunek 4.1 przedstawia wyniki TVE dla fazora liczonego z jednego okresu f_0 . Rysunek 4.2 przedstawia tę samą charakterystykę w skali logarytmicznej. Wszystkie kolejne charakterystyki prezentowane są w skali logarytmicznej. Czarna linia opisana jako "std M" oraz czerwona opisana jako "std P" określają granice zgodności z wymaganiami standardu. Dla pierwszego testu (rysunki 4.1 i 4.2) jedynie metoda DFT nie spełniła stawianych przez standard wymagań. Wartość TVE dla wszystkich badanych metod zwiększa się wraz ze wzrostem odchylenia od częstotliwości podstawowej. Metody LS, WLS i IpDFT_{BY} charakteryzują się wyraźnie niższymi wartościami TVE od metod DFT, Hann i FIR_P. Metody LS i WLS oparte na transformacji Taylora-Fouriera wykazują się najniższymi wartościami TVE.

Rysunek 4.3 przedstawia wartość TVE dla okresu obserwacji równego pięciu okresom f_0 . Wymagania standardu klasy M nie są spełnione przez metody DFT, Hann i LS. Wyraźnie najniższe wartości TVE rzędu 10^{-6} , w przypadku największego odchylenia od częstotliwości podstawowej, osiągnane są przez metodę IpDFT_{BY} zaproponowaną przez autora w [Bar13a]. Wydłużenie okresu obserwacji istotnie wpłynęło na zwiększenie dokładności obliczeń dla metod opartych na interpolowanym DFT. Relatywnie niskie wartości TVE zostały też osiągnięte przez metodę FTW, która w porównaniu z innymi metodami spełniającymi wymagania standardu jest prostsza w implementacji.



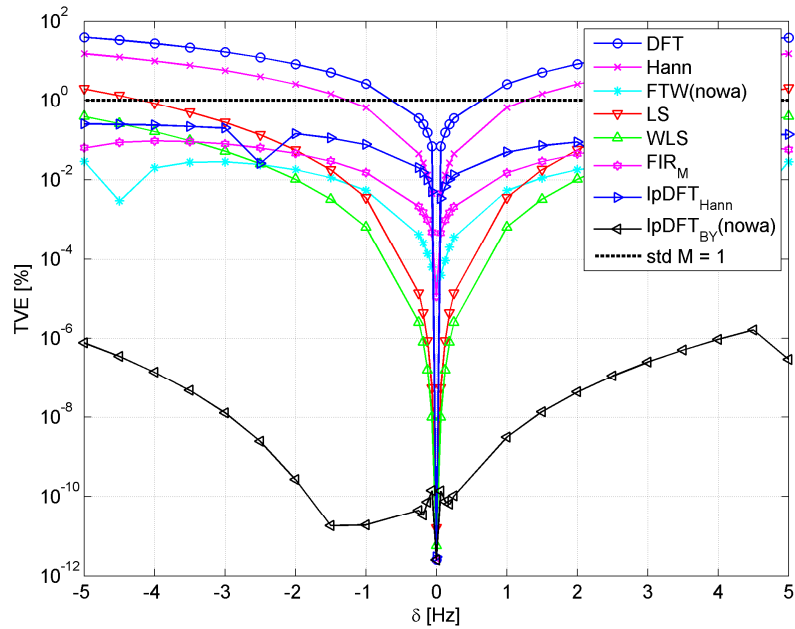
Rys. 4.1. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku odchyień f od częstotliwości f_0 (δ - odchylenie od f_0).



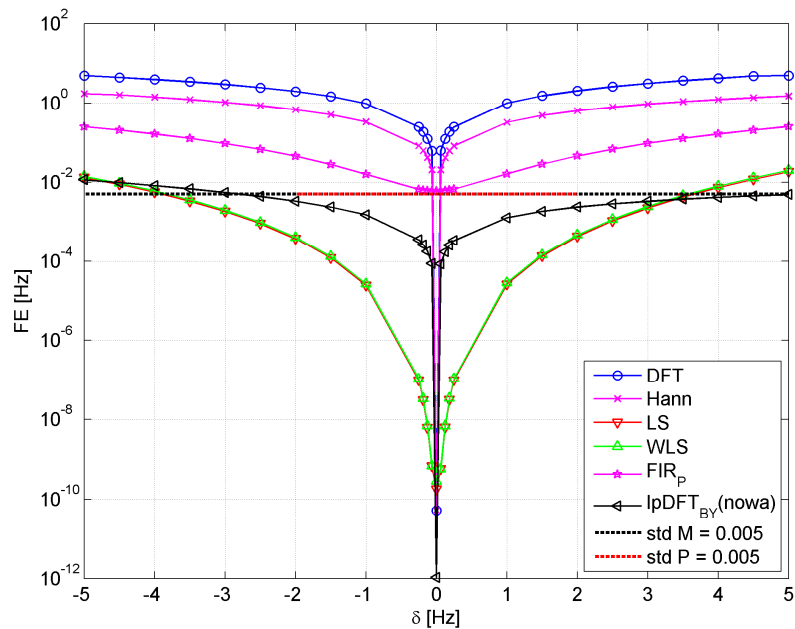
Rys. 4.2. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku odchyień f od częstotliwości f_0 (δ - odchylenie od f_0).

Rysunki 4.4 i 4.5 przedstawiają wyniki testów dla błędu estymacji częstotliwości FE. Dla okresu obserwacji o długości jednego okresu f_0 żadna z metod nie spełniła wymagań standardu dla klasy M. W przypadku klasy P trzy metody: LS, WLS i IpDFT_{BY} spełniają wymagania stawiane przez standard. Najniższe wartości FE osiągnięte są przez metody wykorzystujące transformację Taylora-Fouriera. W sytuacji dłuższego okresu obserwacji najniższe wyniki FE uzyskiwane są przez metodę IpDFT_{BY}. Sytuacja ta prezentowana jest na rysunku 4.5. W tym przypadku trzy z badanych metod: FTW, WLS i IpDFT_{BY}, spełniły

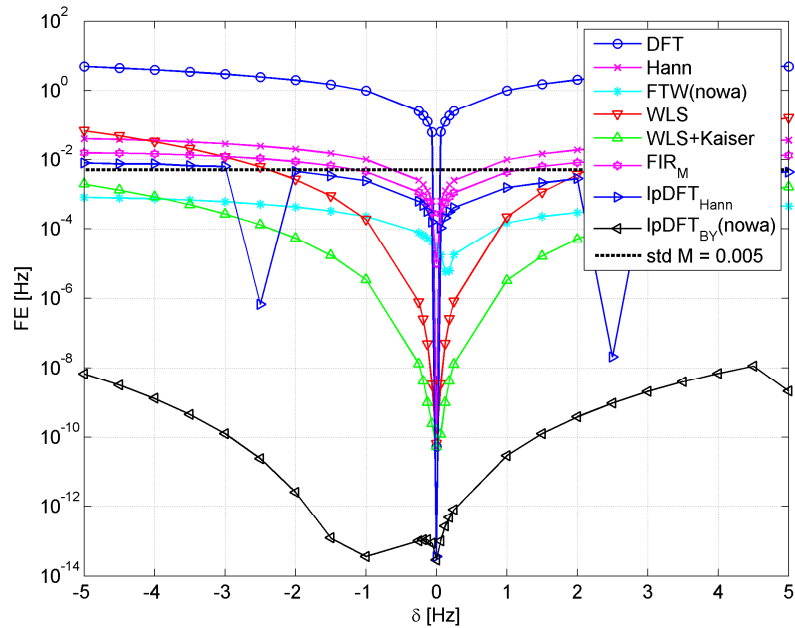
wymagania standardu. Warto zauważyć (rysunek 4.5) jak duży wpływ na estymację częstotliwości ma w przypadku metod LS i WLS zastosowanie okna Kaisera a więc dodatkowego elementu ważącego.



Rys. 4.3. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku odchylen f od częstotliwości f_0 (δ - odchylenie od f_0).



Rys. 4.4. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku odchylen f od częstotliwości f_0 (δ - odchylenie od f_0).



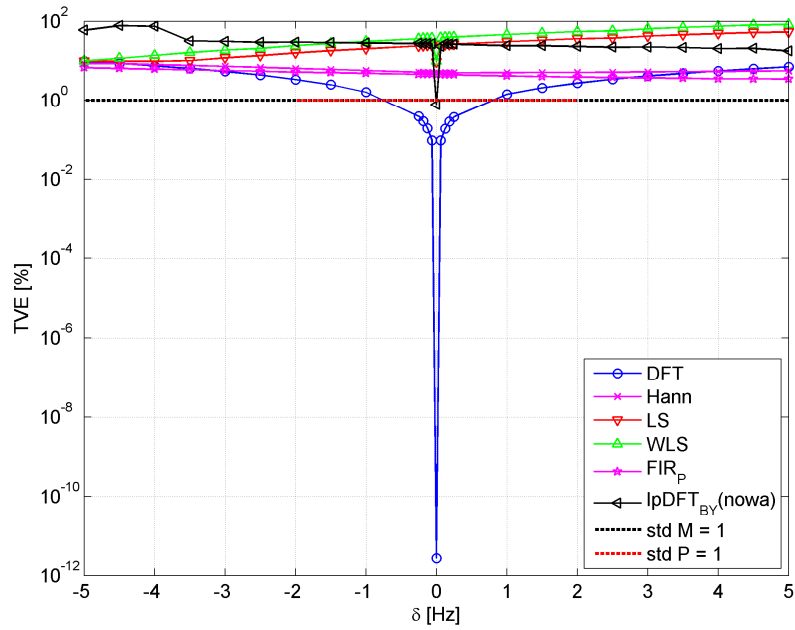
Rys. 4.5. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku odchylenia f od częstotliwości f_0 (δ - odchylenie od f_0).

4.1.2. Wpływ zawartości harmonicznych.

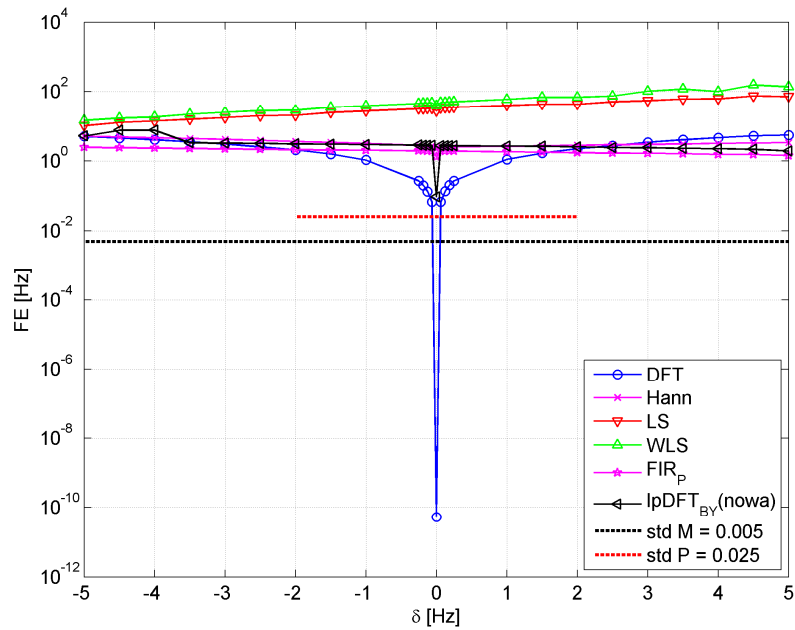
Przeprowadzone zostały badania wpływu zawartości harmonicznych na estymację fazora. Testy te zdefiniowane są na str. 15 w Tabeli 3 w [Std11a]. Do sygnału o częstotliwości podstawowej dodawana jest inna (jedna) harmoniczna o amplitudzie wynoszącej 10% amplitudy f . Mogą to być harmoniczne do pięćdziesiątego rzędu. Autor zbadał wpływ zakłóceń drugą i trzecią harmoniczną, ponieważ przeciek od nich do składowej stałej jest większy.

Na rysunku 4.6 i rysunku 4.7 przedstawiono wyniki TVE i FE dla zakłócenia drugą harmoniczną dla fazora obliczonego z jednego okresu f_0 . Dla TVE żadna z metod nie spełniła wymagań stawianych przez standard zarówno w klasie P jak i klasie M. Wysokie wartości TVE osiągnięte przez metody spowodowane są krótkim czasem obserwacji a więc niską rozdzielczością częstotliwościową analizy Fouriera. Drugim czynnikiem powodującym wysokie wartości TVE jest przeciek widmowy od znajdującej się blisko f drugiej harmonicznej.

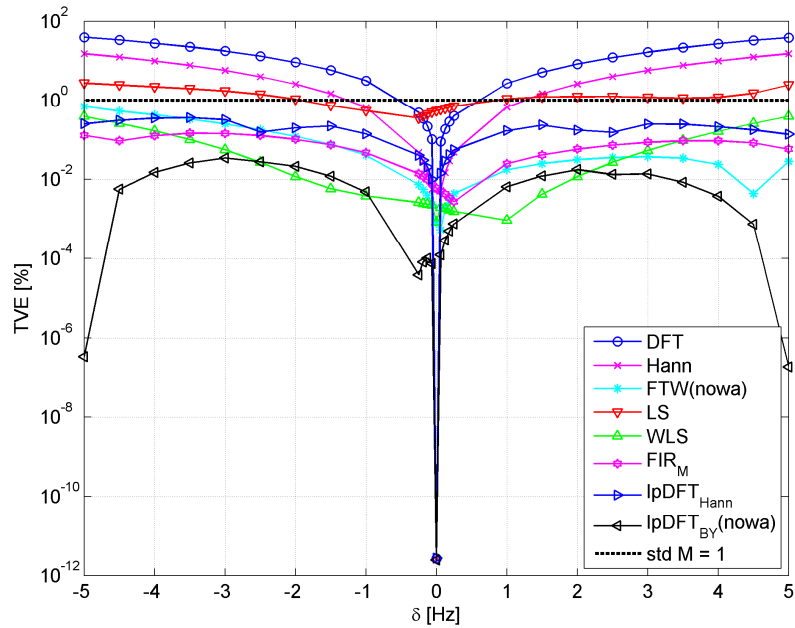
Na rysunku 4.8 oraz rysunku 4.9 przedstawiono wyniki TVE i FE dla fazora obliczanego z pięciu okresów f_0 . Wydłużenie okresu obserwacji wyraźnie zmniejszyło wartości obliczanych błędów. W przypadku TVE tylko metody: DFT, Hann i WLS nie spełniły wymagań standardu. Pomimo, że metoda LS nie dała zadowalających wyników, to metoda WLS sprostowała wymaganiom standardu dla TVE. W tym przypadku można zaobserwować duży wpływ okna Kaisera.



Rys. 4.6. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zakłócenia sygnału drugą harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

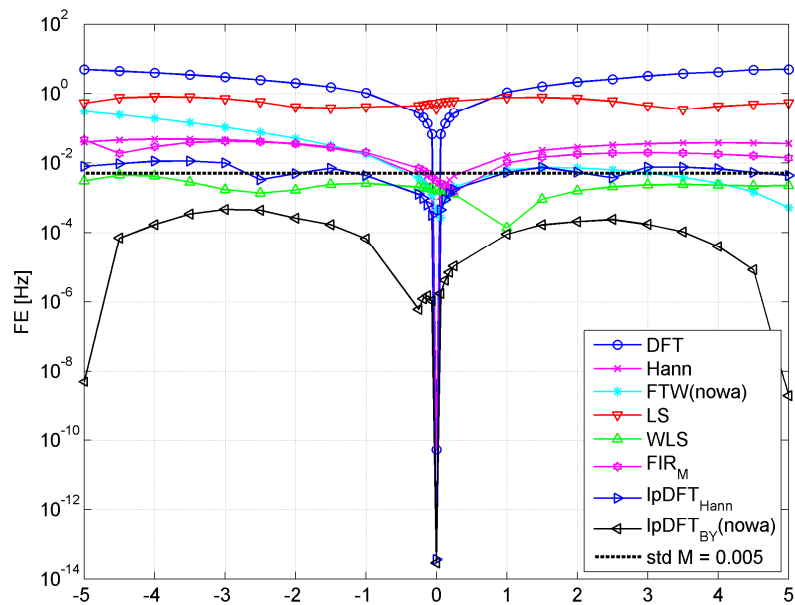


Rys. 4.7. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia sygnału drugą harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

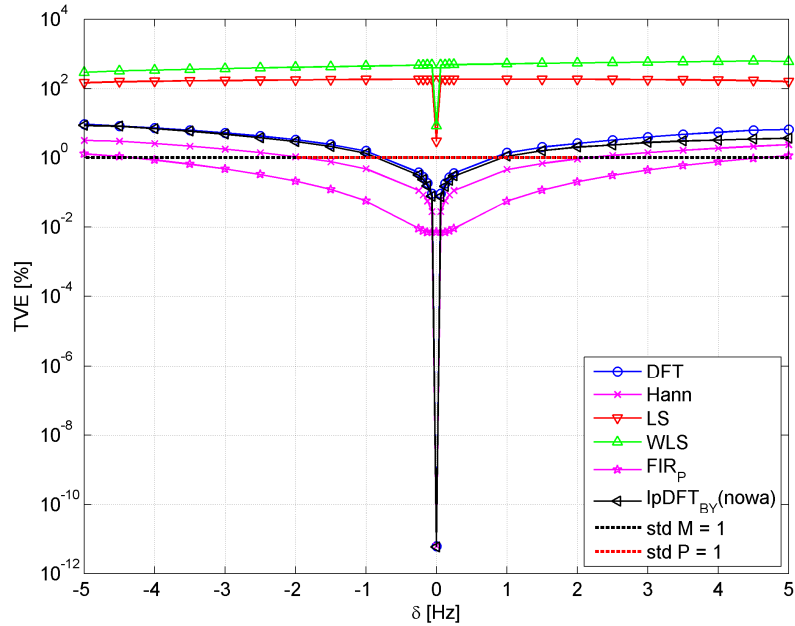


Rys. 4.8. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia sygnału drugą harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

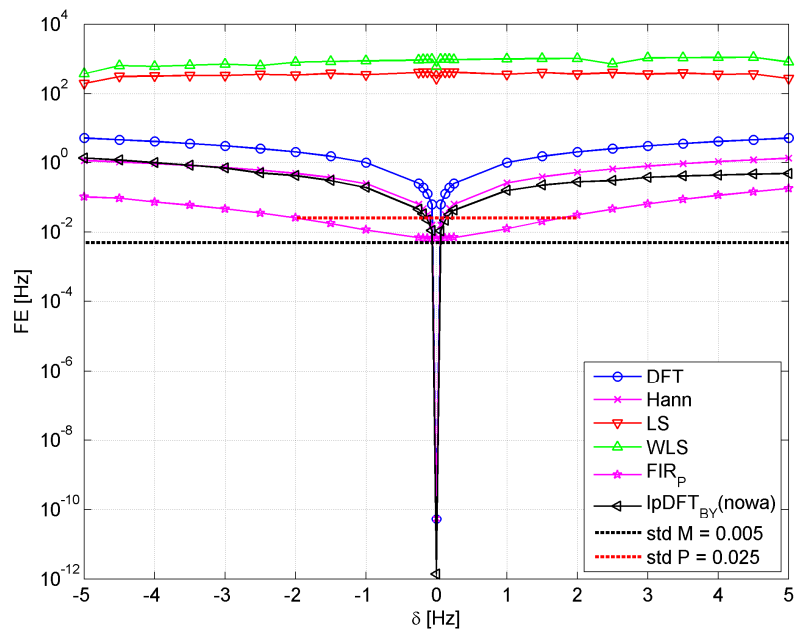
Rysunki 4.10 i 4.11 przedstawiają wpływ zakłócenia trzecią harmoniczną dla fazora obliczanego z jednego okresu f_0 . Wartości TVE i FE są wyraźnie niższe niż w przypadku zakłócenia drugą harmoniczną. Jest to spowodowane zmniejszeniem przecieku widmowego od zakłócenia. Trzecia harmoniczna znajduje się w większej odległości w dziedzinie częstotliwości od składowej podstawowej sygnału. Pomimo zmniejszenia wartości TVE i FE żadna z metod nie spełniła wymagań standardu dla klasy M.



Rys. 4.9. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia sygnału drugą harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

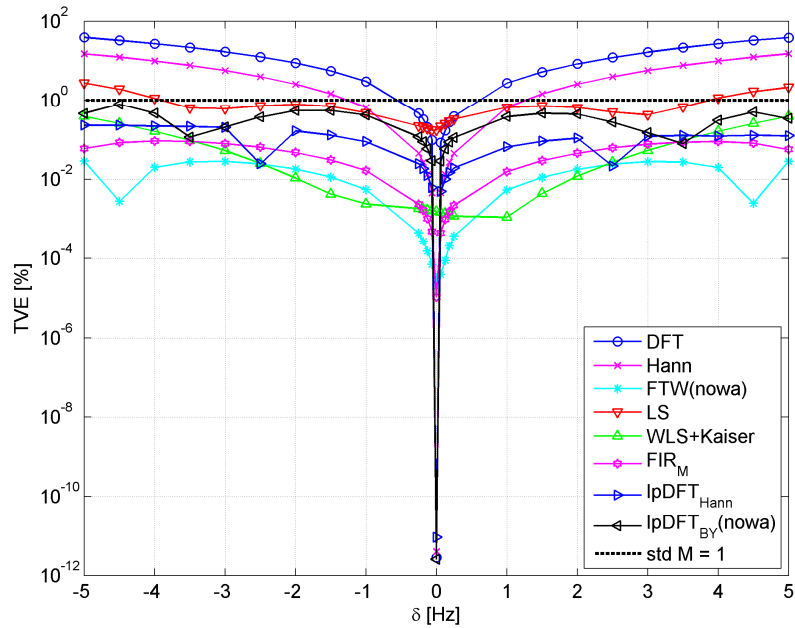


Rys. 4.10. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zakłócenia sygnału trzecią harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

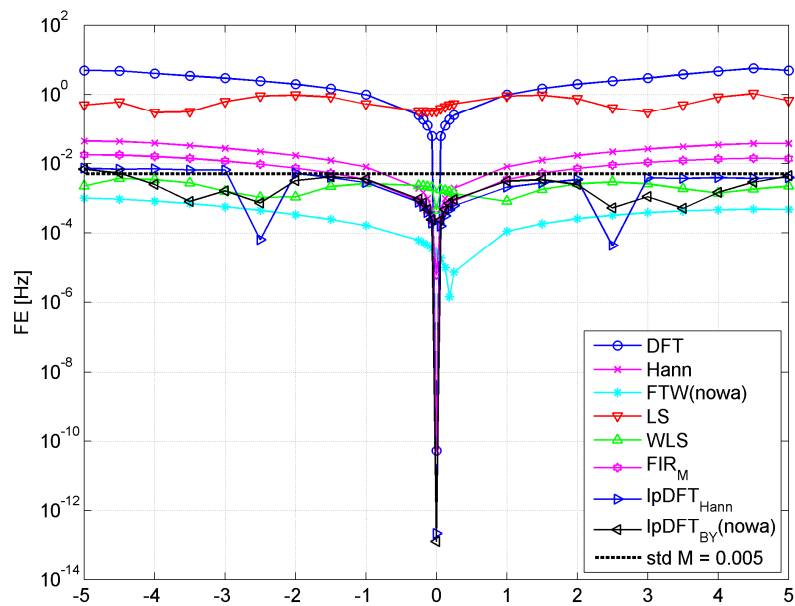


Rys. 4.11. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zakłócenia sygnału trzecią harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

Na rysunkach 4.12 i 4.13 przedstawione są wyniki TVE i FE dla zakłócenia trzecią harmoniczną i przy czasie obserwacji wydłużonym do pięciu okresów f_0 . Tak jak w przypadku zakłócenia drugą harmoniczną wydłużenie czasu obserwacji zmniejszyło wartości TVE i FE. W sensie TVE i FE najlepszą metodą okazała się metoda FTW.



Rys. 4.12. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia sygnału trzecią harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).



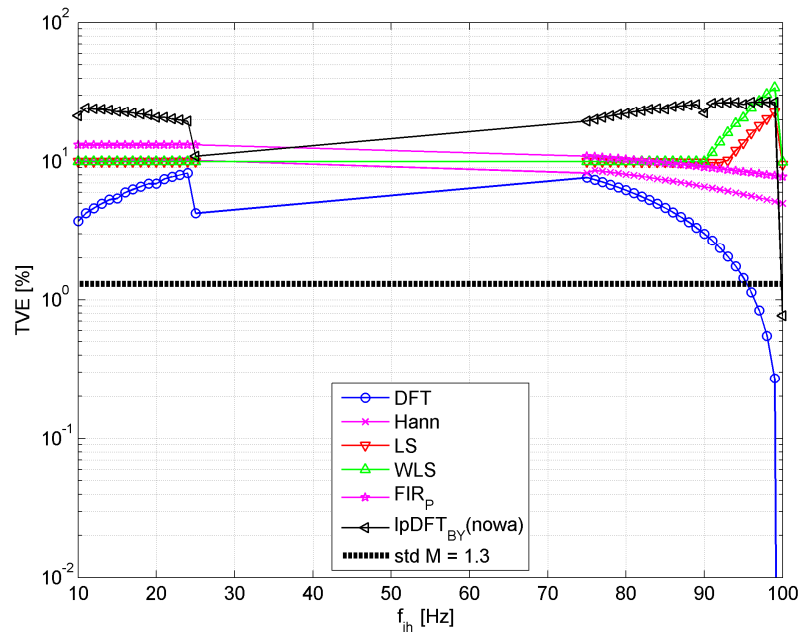
Rys. 4.13. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia sygnału trzecią harmoniczną (δ - odchylenie od f_0).

4.1.3. Wpływ zakłócenia spoza pasma

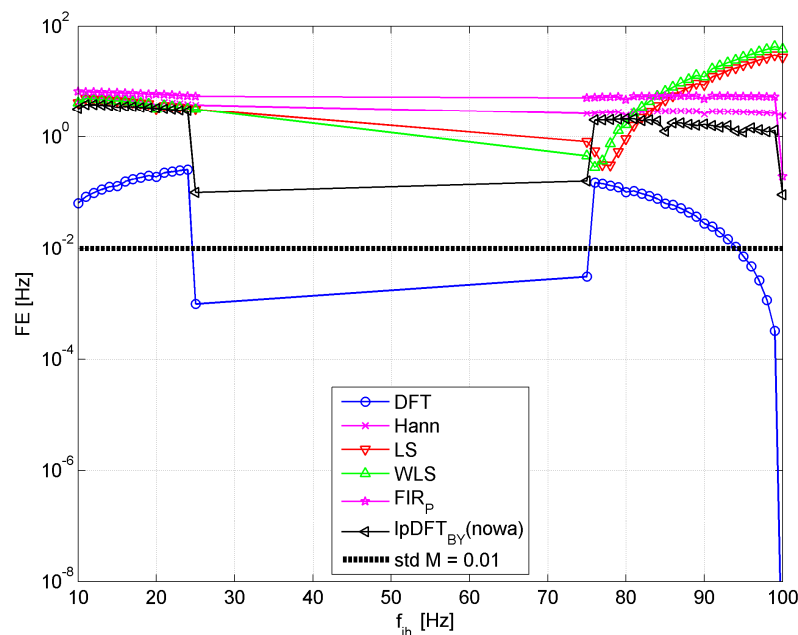
Przeprowadzone zostały badania wpływu zakłócenia spoza pasma (*Out of band interference*). Wymagania dla tego testu przedstawione są na stronie 2 w tabeli 4 w dodatku do standardu [Std14]. Sygnały zakłócające generowano dla częstotliwości w granicach od 10 do 25 Hz oraz od 75 do 100 Hz z krokiem 1 Hz. Obliczono wartości TVE i FE dla

częstotliwości podstawowej sygnału wynoszącej 47,5 Hz, 50 Hz i 52,5 Hz. Na rysunkach przedstawiono jedynie wyniki dla częstotliwości podstawowej sygnału wynoszącej 50 Hz. Dla pozostałych dwóch przypadków wyniki maksymalnych wartości TVE i FE przedstawione zostały w tabeli zbiorczej w ostatnim podrozdziale niniejszego rozdziału. Wyniki porównano jedynie z wymaganiami standardu dla klasy M. Standard nie przewiduje żadnych wymagań w tym zakresie dla klasy P.

Na rysunku 3.14 i 3.15 przedstawiono wyniki TVE i FE dla fazora obliczanego z jednego okresu f_0 . W sensie TVE i FE żadna z metod nie spełniła wymagań standardu.

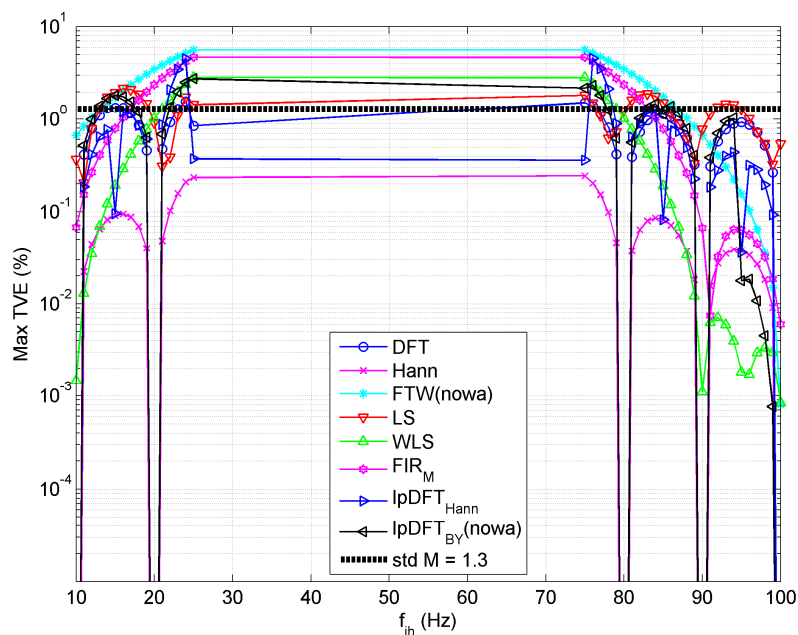


Rys. 3.14. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zakłócenia spoza pasma $f_{in}=50$ Hz.

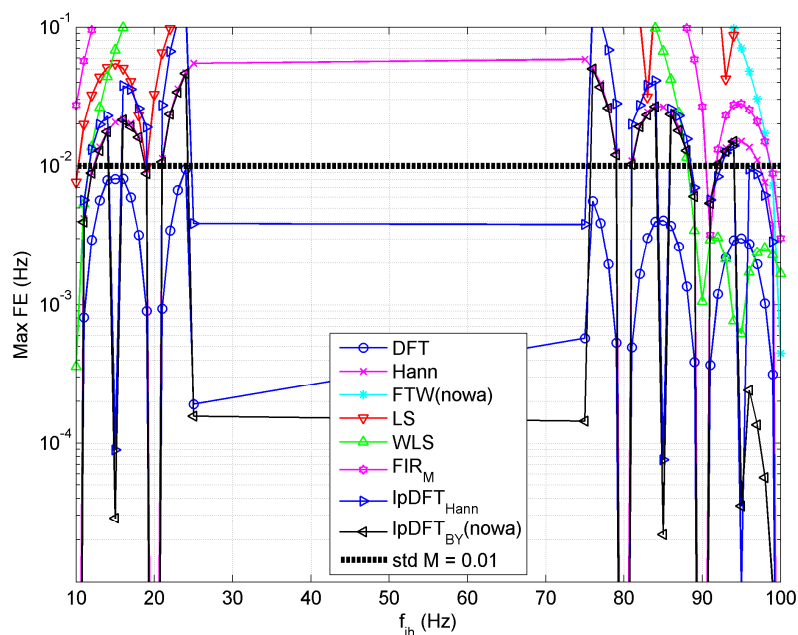


Rys. 3.15. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zakłócenia spoza pasma $f_{in}=50$ Hz.

Na rysunku 4.16 i rysunku 4.17 przedstawiono wyniki TVE i FE dla okresu obserwacji wynoszącego pięć okresów f_0 . Im częstotliwość zakłócenia bliższa jest częstotliwości podstawowej sygnału, tym większe wartości osiąga TVE i FE. Spowodowane jest to przeciekaniem widmowym od zakłócenia do częstotliwości podstawowej. W sensie TVE wymagania standardu spełniła metoda Hann. W sensie FE żadna z metod nie spełniła wymagań standardu.



Rys. 4.16. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia spoza pasma $f_{in}=50$ Hz.



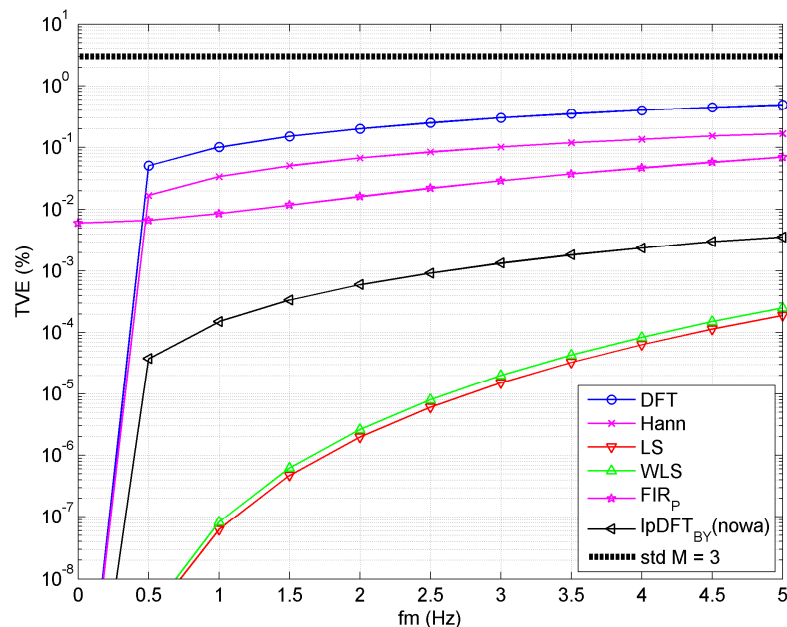
Rys. 4.17. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zakłócenia spoza pasma $f_{in}=50$ Hz.

4.1.4. Modulacja amplitudowa i modulacja fazowa

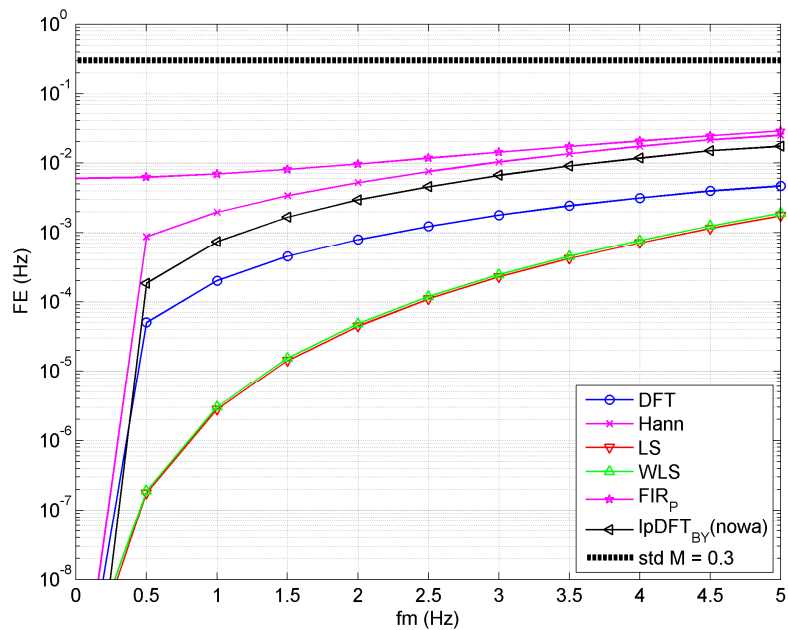
W tabeli 5 w dodatku do standardu [Std14] zdefiniowane są testy dynamiczne. Testy polegają na zbadaniu wartości TVE i FE w przypadku modulacji amplitudowej i modulacji częstotliwościowej. Sygnał generowany jest zgodnie ze wzorem (1.16). Pierwszy test bada wpływ modulacji amplitudy o głębokości modulacji wynoszącej 0,1. Drugi test bada wpływ modulacji częstotliwościowej o głębokości modulacji 0,1. Warto wspomnieć, że w pierwszej wersji standardu [Std11] badano wpływ obu modulacji naraz. Zbadano wpływ modulacji częstotliwości od 0 Hz do 5 Hz z krokiem 0,5 Hz.

Na rysunku 4.18 i rysunku 4.19 przedstawiono wyniki TVE i FE w przypadku modulacji amplitudowej dla fazora obliczanego z jednego okresu f_0 . Wszystkie z badanych metod spełniły wymagania standardu. Najlepsze w sensie TVE i FE okazały się metody oparte na transformacji Taylora-Fouriera.

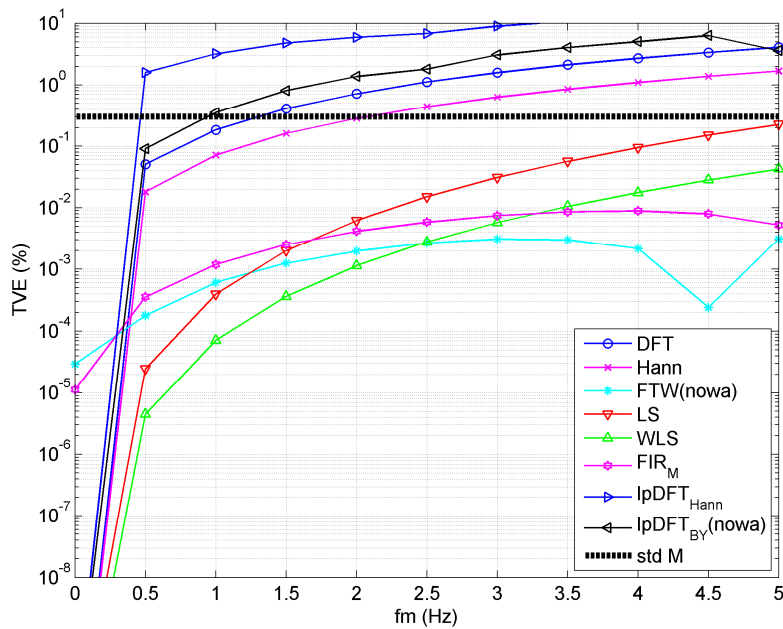
Na rysunku 4.20 i rysunku 4.21 przedstawiono wyniki TVE i FE w przypadku modulacji amplitudowej i dla fazora obliczanego z pięciu okresów f_0 . W przypadku wydłużenia czasu obserwacji można przewidywać, że metody nieuwzględniające dynamicznego modelu będą dawały gorsze wyniki w sensie TVE i FE. Ciekawą obserwacją jest to, że w przypadku TVE od częstotliwości modulacji wynoszącej więcej niż 2,5 Hz, najlepszą metodą estymacji fazora okazała się metoda FTW. W przypadku FE metoda FTW okazała się najlepszą od częstotliwości modulacji 3,25 Hz. Co więcej, w przypadku FE widzimy brak wpływu zmiany częstotliwości modulacji. Wynika to z właściwości okna płaskiego, tzn. stałego wzmocnienia w otoczeniu listka głównego.



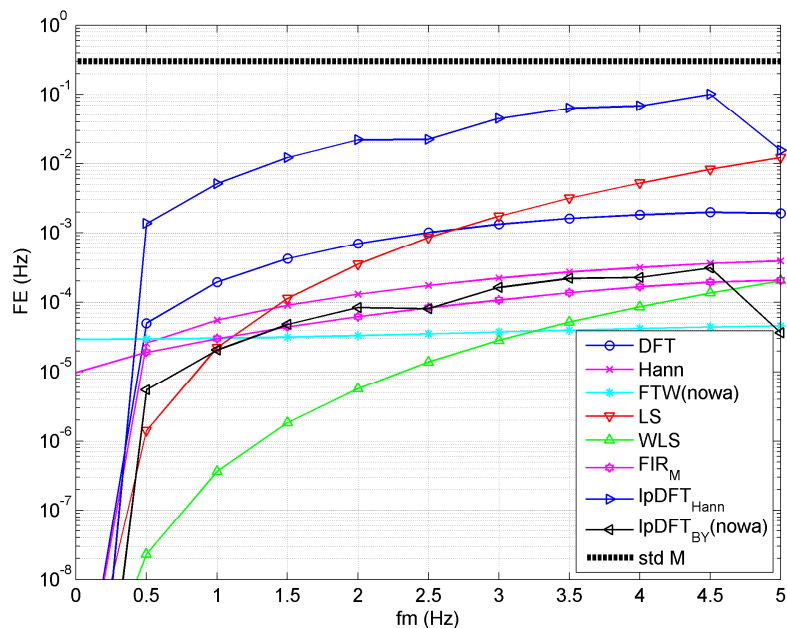
Rys. 4.18. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku AM (f_m - częstotliwość modulacji).



Rys. 4.19. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku AM (f_m - częstotliwość modulacji).

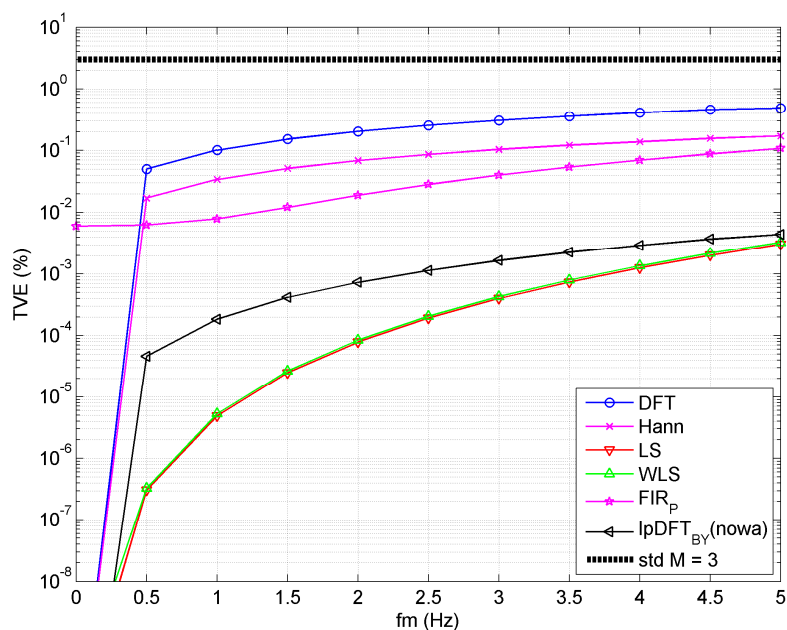


Rys. 4.20. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku AM (f_m - częstotliwość modulacji).

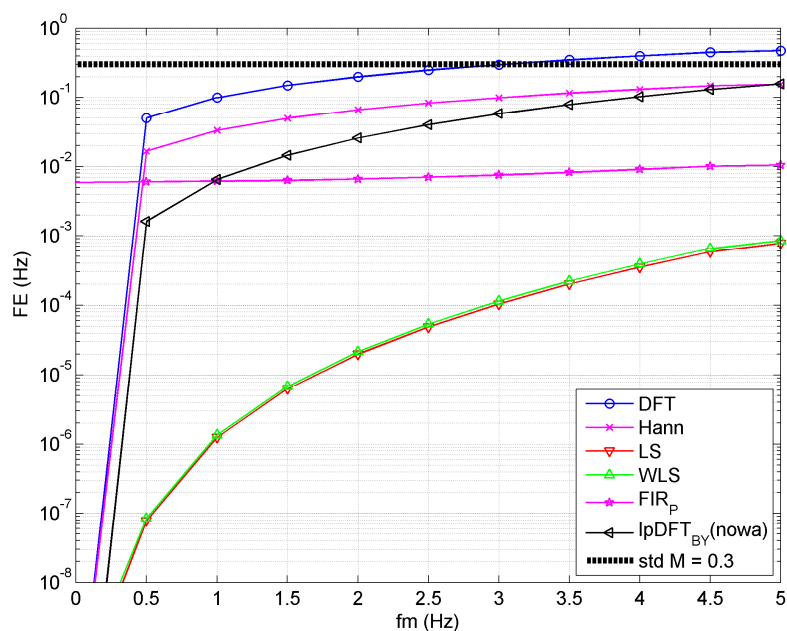


Rys. 4.21. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku AM (f_m - częstotliwość modulacji).

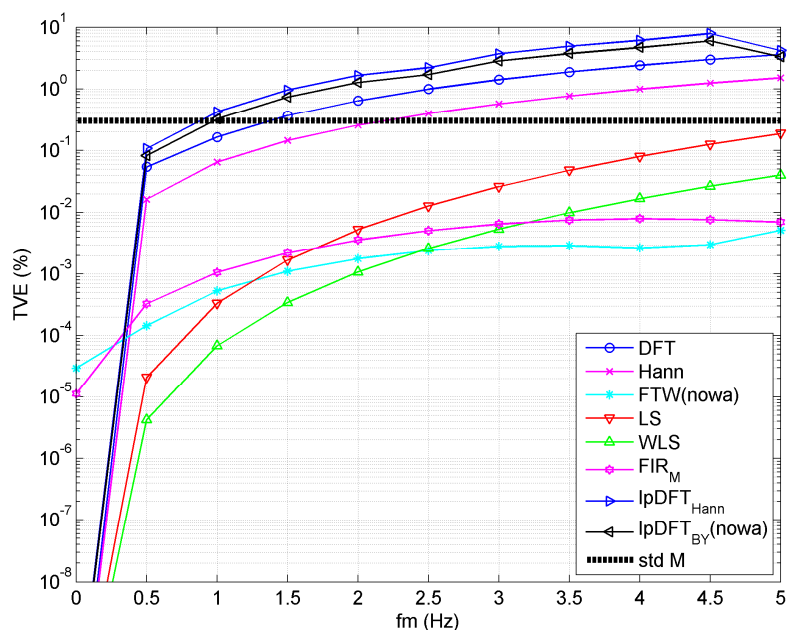
Na rysunku 4.22 i rysunku 4.23 przedstawiono wyniki TVE i FE w przypadku modulacji częstotliwościowej oraz fazora obliczanego z jednego okresu f_0 . W sensie TVE i FE tylko jedna z metod DFT nie spełniła wymagań standardu [Std14]. Najlepszymi metodami okazały się, tak samo jak w przypadku modulacji amplitudowej, metody oparte na transformacji Taylora-Fouriera.



Rys. 4.22. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku FM (f_m - częstotliwość modulacji).

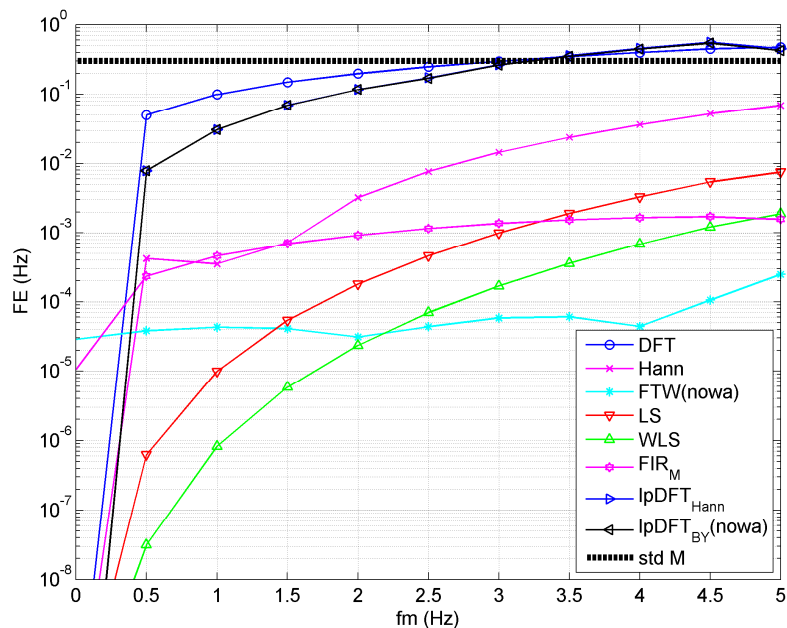


Rys. 4.23. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku FM (f_m - częstotliwość modulacji).



Rys. 4.24. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku FM (f_m - częstotliwość modulacji).

Na rysunku 4.24 i rysunku 4.25 przedstawiono wyniki TVE i FE dla modulacji częstotliwościowej dla czasu obserwacji wynoszącego pięć okresów f_0 . W przypadku TVE dwie metody: DFT i Hann nie spełniły wymagań standardu. Najlepszą metodą okazała się metoda FTW w granicach podobnych jak w przypadku modulacji amplitudowej.



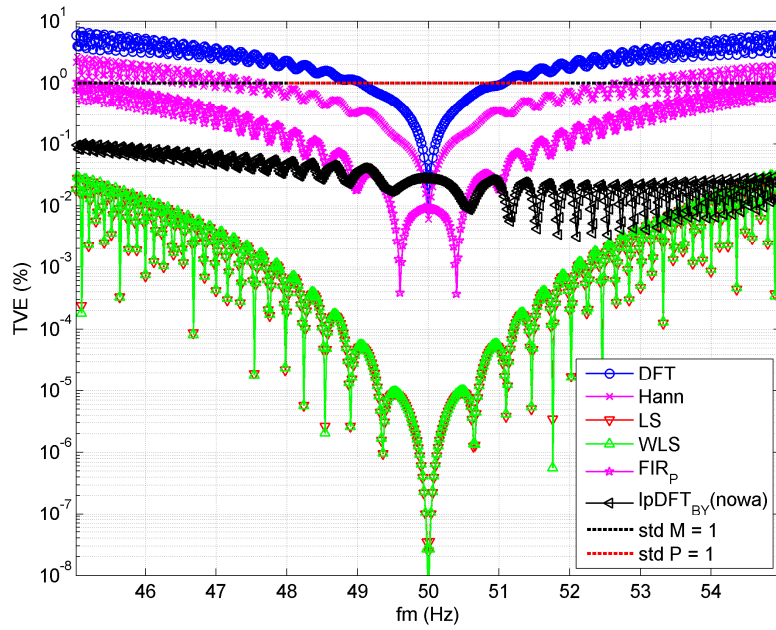
Rys. 4.25. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku FM (f_m - częstotliwość modulacji).

4.1.5. Liniowa zmiana częstotliwości

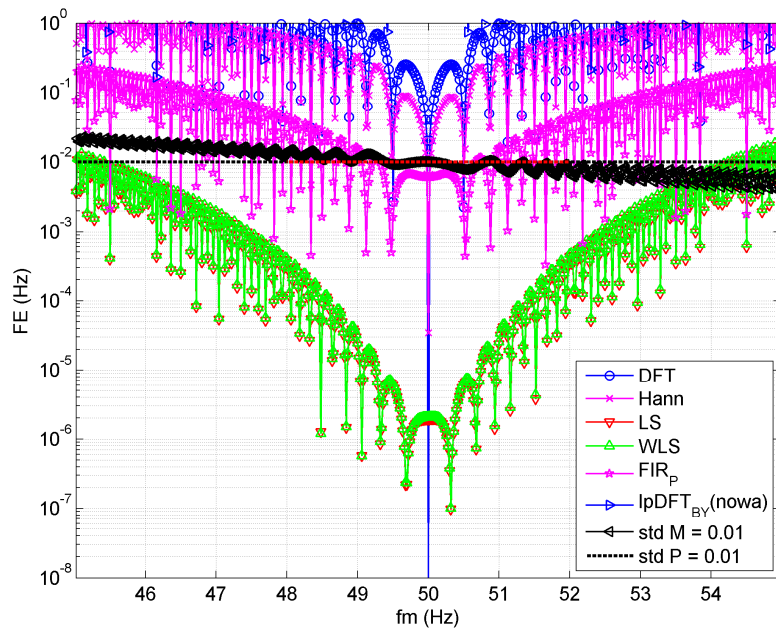
W tabeli 7 i tabeli 8 w dodatku do standardu [Std14] zdefiniowano testy dynamiczne i wymagania dla liniowej zmiany częstotliwości podstawowej sygnału. Test ten nazywa się testem rampy. Bada się wpływ zmiany częstotliwości od 45 Hz do 55 Hz oraz dla zmiany od 55 Hz do 45 Hz.

Na rysunkach 4.26, 4.27 i 4.28 przedstawiono wyniki TVE, FE i RFE gdy częstotliwość podstawowa była zmieniana od najmniejszej do największej i fazor obliczany był z jednego okresu f_0 . W sensie TVE dwie metody spełniły wymagania standardu, tj. WLS oraz IpDFT_{BY} dla klasy M oraz dodatkowo LS dla klasy P. W sensie FE, żadna z metod nie spełniła wymagań standardu dla klasy M, natomiast dwie metody: LS i WLS spełniły wymagania dla klasy P. W przypadku RFE dla klasy M wymagania spełniła jedynie metoda IpDFT_{BY}, a dla klasy P metody IpDFT_{BY}, LS i WLS.

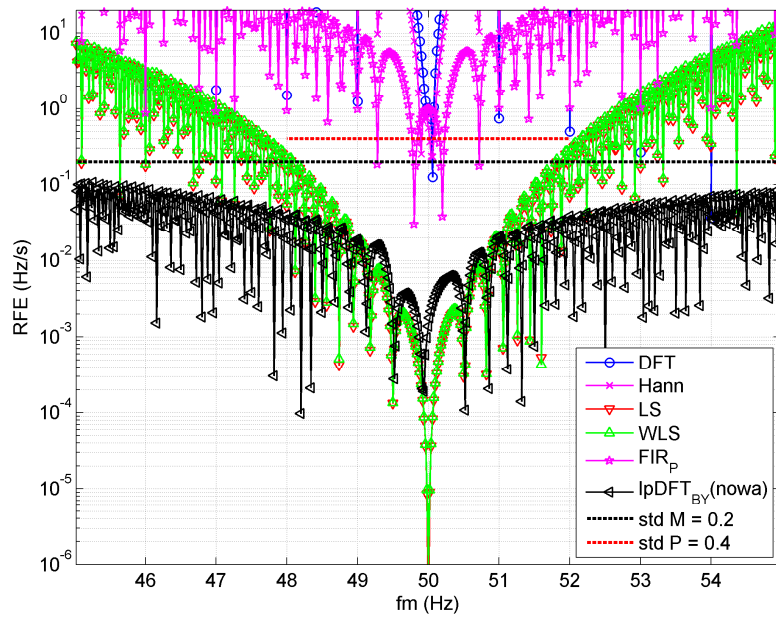
Na rysunkach 4.29, 4.30 i 4.31 przedstawiono wyniki TVE, FE i RFE, gdy czas obserwacji był wydłużony do pięciu okresów f_0 . W sensie TVE i FE najlepszymi metodami okazały się metody: FTW i WLS. W sensie RFE najlepszą metodą okazała się metoda IpDFT_{BY}.



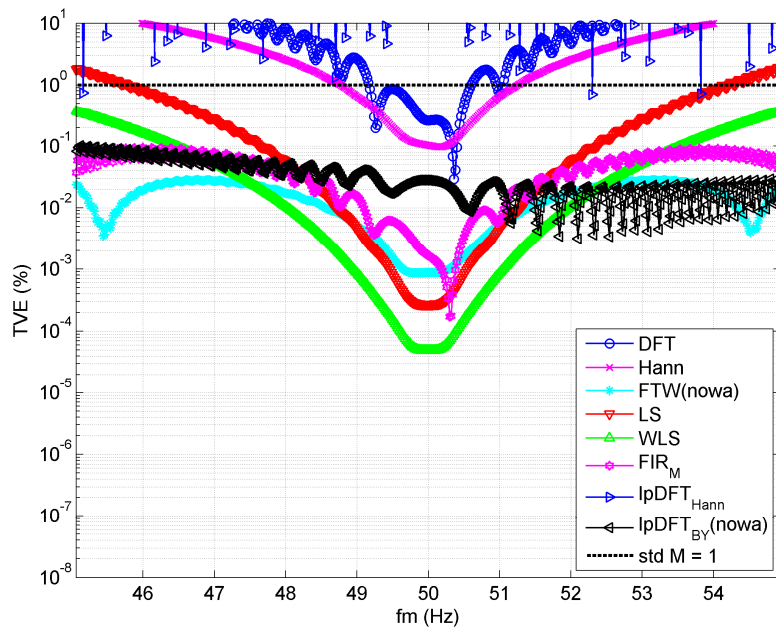
Rys. 4.26. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 45 Hz do 55 Hz.



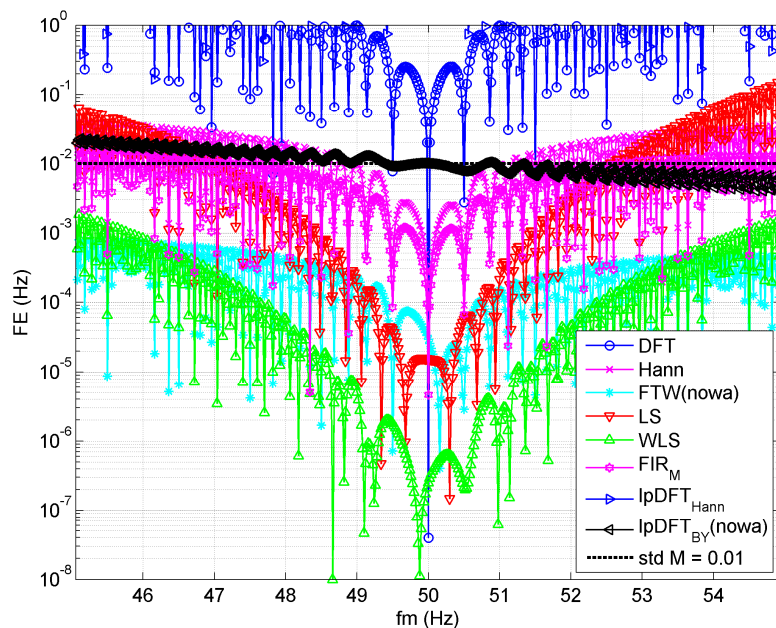
Rys. 4.27. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 45 Hz do 55 Hz.



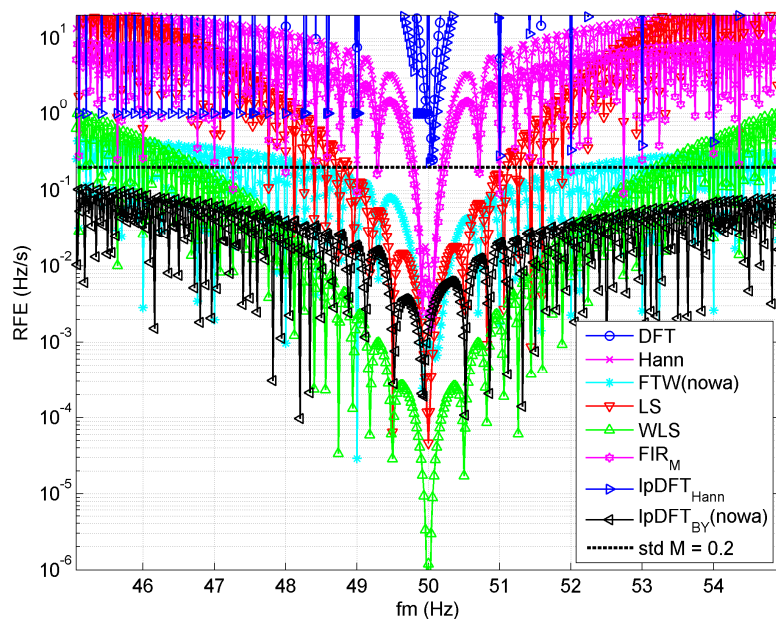
Rys. 4.28. RFE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 45 Hz do 55 Hz.



Rys. 4.29. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 45 Hz do 55 Hz.



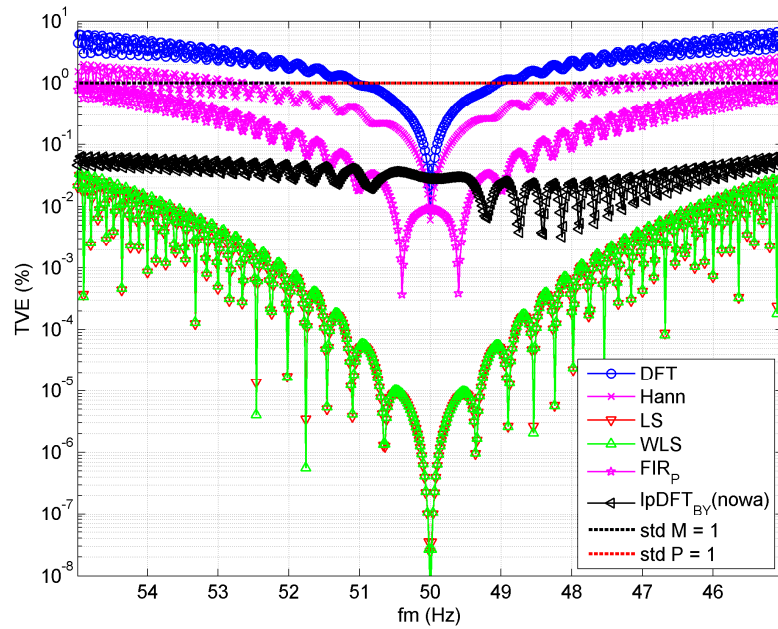
Rys. 4.30. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 45 Hz do 55 Hz.



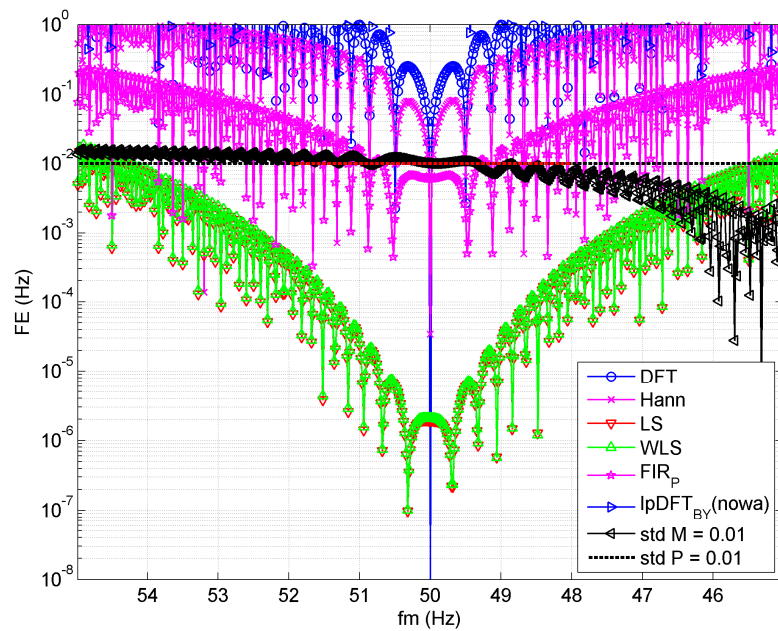
Rys. 4.31. RFE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 45 Hz do 55 Hz.

Na rysunkach 4.32, 4.33 i 4.34 przedstawiono wyniki TVE, FE i RFE gdy częstotliwość była zmieniana od największej do najmniejszej i fazor obliczany był z jednego okresu f_0 . Wyniki błędów nie różnią się znacząco od wyników testów kiedy częstotliwość zmieniana była od najmniejszej do największej. W przypadku, kiedy fazor był obliczany

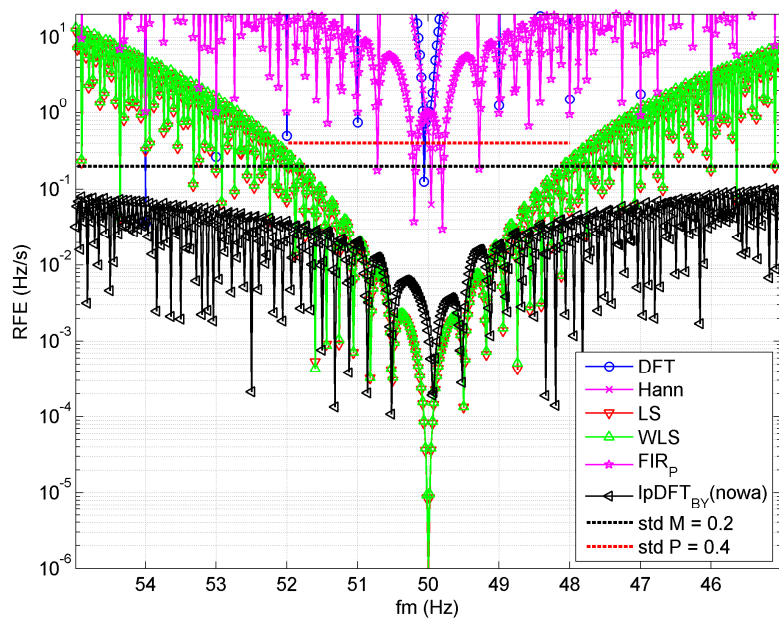
z pięciu okresów f_0 , a więc w sytuacji ukazanej na rysunkach 4.35, 4.36 i 4.37, wyniki testów również są analogiczne do sytuacji kiedy częstotliwość była zmieniana od najmniejszej do największej.



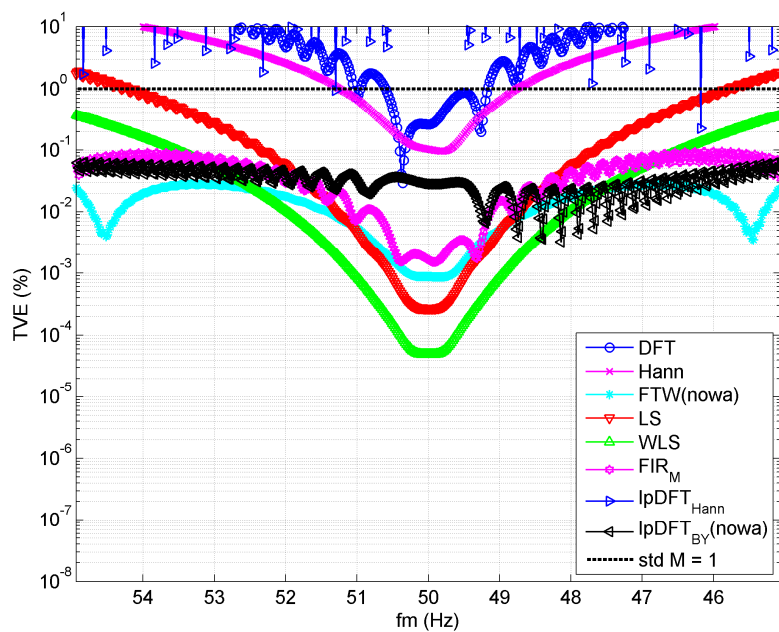
Rys. 4.32. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 55 Hz do 45 Hz.



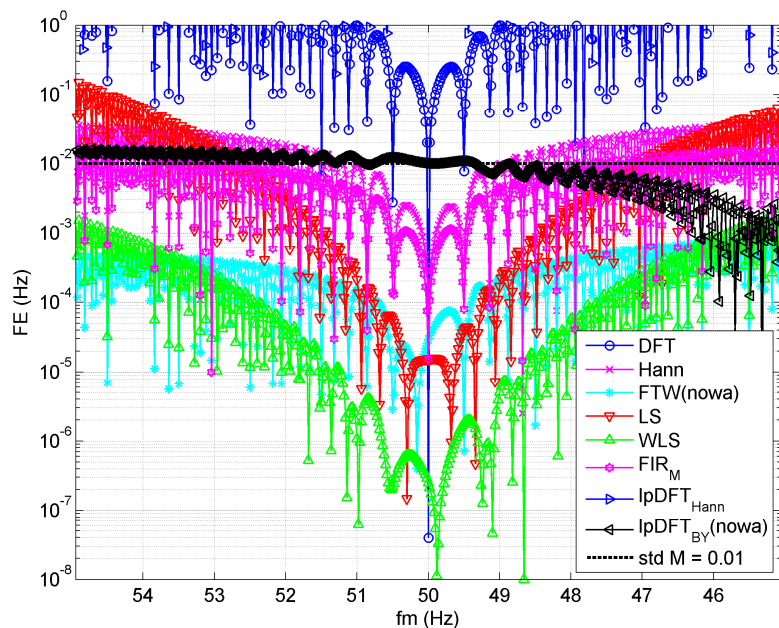
Rys. 4.33. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 55 Hz do 45 Hz.



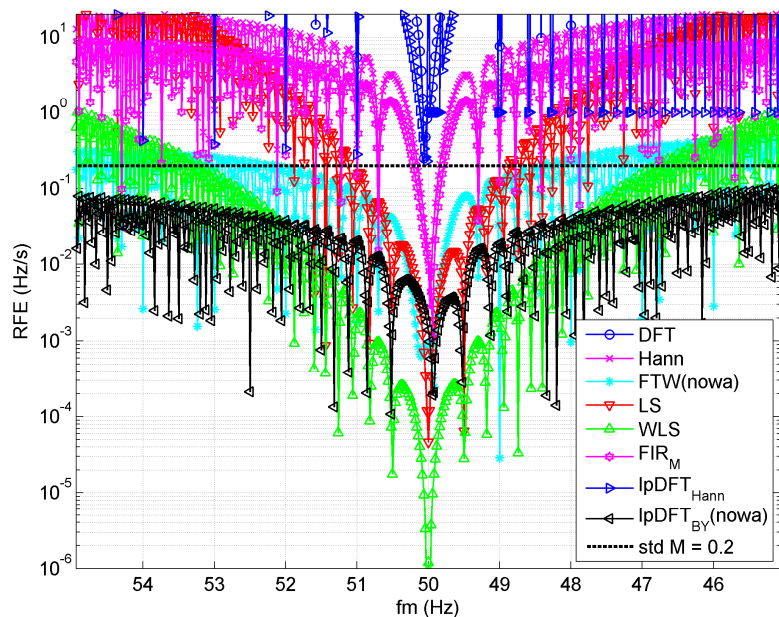
Rys. 4.34. RFE dla fazora liczonego z sygnału o długości jednego okresu f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 55 Hz do 45 Hz.



Rys. 4.35. TVE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 55 Hz do 45 Hz.



Rys. 4.36. FE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 55 Hz do 45 Hz.



Rys. 4.37. RFE dla fazora liczonego z sygnału o długości pięciu okresów f_0 w przypadku zmiany częstotliwości f od 55 Hz do 45 Hz.

4.1.6. Podsumowanie badań symulacyjnych

W niniejszym podrozdziale w Tabeli 4.1 oraz Tabeli 4.2 zaprezentowano zbiorcze porównanie metod obliczania fazora dla fazora obliczanego z jednego i pięciu okresów f_0 . W Tabeli 4.1 i Tabeli 4.2 pogrubione zostały najmniejsze wartości błędów.

Przeprowadzone testy potwierdzają rozważania teoretyczne dotyczące badanych metod. Autor pragnie ponownie podkreślić, że parametry symulacji zostały dobrane w taki sposób, aby można było łatwo porównać właściwości metod. Przy wyborze innej długości sygnału niektóre metody mogły lepiej lub gorzej spełnić wymagania standardu.

W publikacji [Dud16b], przeprowadzono badania porównawcze metod obliczania fazora dla klasy M, które pokazały, że żadna ze znanych przed tą publikacją metod nie spełnia wymagań standardu. Zaprezentowana jest tam nowa metoda wykorzystująca okna płaskie o innych parametrach niż zaprezentowano w niniejszej pracy. Praca [Dud16b] korzysta z okien płaskich implementowanych jako filtry FIR, zaprezentowanych pierwotnie w [Dud16a], której autor niniejszej pracy jest współautorem.

Tabela 4.1.

Wyniki analizy zgodności ze standardem dla częstotliwości próbkowania 6450 Hz i częstotliwości raportowania równej 50 Hz w przypadku obliczania fazora z jednego okresu.

Metody	DFT	Hann	LS	WLS	FIR _p	IpDFT _{BY} (nowa)
TVE $45 < f < 55$	6,81	2,68	3,19e-2	3,48e-2	1,06	7,42e-2
TVE 10% 2. har.	9,82	8,61	5,31e1	8,27e1	6,73	7,75e+1
TVE 10% 3. har.	9,02	3,06	1,82e2	6,28e2	1,26	8,25
TVE Szum $f_{in}=47,5$ Hz	1,07e1	1,09e1	1,92e1	2,91e1	8,89	3,03e1
TVE Szum $f_{in}=50$ Hz	8,24	1,02e1	2,27e1	3,42e1	9,01	2,69e1
TVE Szum $f_{in}=52,5$ Hz	1,18e1	1,11e1	3,18e1	4,81e1	9,18	4,70e1
FE $45 < f_{in} < 55$	4,99	1,76	1,82e-2	2,01e-2	2,55e-1	1,15e-2
FE 10% 2. har.	5,47	5,09	7,47e1	1,55e2	2,42	7,52
FE 10% 3. har.	4,99	1,32	4,19e2	1,11e3	0,18e-1	1,35
FE Szum $f_{in}=47,5$ Hz	5,92	4,92	2,28e1	3,29e1	3,50	4,55
FE Szum $f_{in}=50$ Hz	2,58e-1	5,18	2,99e1	4,29e1	4,10	3,88
FE Szum $f_{in}=52,5$ Hz	6,71	5,63	3,83e1	6,73e1	3,77	5,93
TVE AM	4,88e-1	1,66e-1	1,89e-4	2,51e-4	6,95e-2	3,57e-1
TVE PM	4,85e-1	1,70e-1	3,05e-3	3,29e-3	1,08	4,42e-1
TVE LFM rampa+	6,64	2,63	3,12e-2	3,41e-2	1,43	1,04e-1
TVE LFM rampa-	6,64	2,62	3,12e-2	3,41e-2	1,04	6,39e-2
FE AM	4,66e-3	2,48e-2	1,75e-3	1,90e-3	2,86e-2	1,72e-2
FE PM	4,85e-1	1,71e-1	3,05e-3	3,29e-3	1,08e-1	4,42e-3
FE LFM rampa+	5,06	1,72	1,68e-2	1,85e-2	2,45e-1	2,30e-2
FE LFM rampa-	5,06	171	1,68e-2	1,85e-2	0,25	1,60e-2
RFE LFM rampa+	3,41e3	1,02e3	1,19e1	1,31e1	1,66e2	1,07e-1
RFE LFM rampa-	3,41e3	1,02e3	1,19e1	1,31e1	1,66e2	1,03e-1

Tabela 4.2.

Wyniki analizy zgodności ze standardem dla częstotliwości próbkowania 6450 Hz i częstotliwości raportowania równej 50 Hz w przypadku obliczania fazora z pięciu okresów.

Testy	DFT	Hann	FTW (nowa)	LS	WLS	FIR _M	IpDFT _{Hann}	IpDFT _{BY} (nowa)
TVE $45 < f_{in} < 55$	3,96e1	1,15e1	2,88e-2	2,06	3,87e-1	9,38e-2	2,50e-1	1,62e-6
TVE 10% 2. har.	3,97e1	1,51e1	7,00e-1	2,76	3,88e-1	1,91e1	3,58e-1	3,42e-2
TVE 10% 3. har.	3,91e1	1,51e1	2,86e-2	2,78	3,87e-1	9,25e-2	2,29e-1	7,95e-1
TVE OfB $f_{in}=47,5$ Hz	1,35e1	4,26	6,70	2,90	4,12	5,55	1,27	3,38
TVE OfB $f_{in}=50$ Hz	1,57	2,44e-1	5,61	2,16	2,85	4,69	4,57	2,76
TVE OfB $f_{in}=52,5$ Hz	1,38e1	4,24	6,70	2,97	4,12	5,98	1,27	3,68
FE $45 < f_{in} < 55$	4,99	3,97e-2	8,11e-4	1,61e-1	1,98e-3	1,55e-1	7,96e-3	1,12e-8
FE 10% 2. har.	4,99	4,79e-2	3,03e-1	8,08e-1	4,52e-3	4,55e-2	1,12e-2	4,62e-4
FE 10% 3. har.	5,72	4,42e-2	1,01e-3	1,07	3,72e-3	1,76e-2	7,26e-3	6,82e-3
FE OfB $f_{in}=47,5$ Hz	3,12	9,81e-2	1,79	1,06	1,07	1,58	3,97e-2	7,20e-2
FE OfB $f_{in}=50$ Hz	9,98e-3	5,87e-2	1,48	5,61e-1	7,37e-1	1,23	1,42e-1	5,00e-2
FE OfB $f_{in}=52,5$ Hz	3,45	1,01e-1	1,79	1,04	1,07	1,58	3,97e-2	7,22e-2
TVE AM	4,06	1,68	3,10e-3	2,25e-1	4,26e-2	8,90e-3	1,32e-1	6,32e-2
TVE PM	3,62	1,51	5,14e-3	1,87e-1	4,00e-2	7,92e-3	7,88	5,98
TVE LFM rampa+	3,84e1	1,48e1	2,87e-2	1,91	3,70e-1	9,36e-2	2,42e2	1,03e-1
TVE LFM rampa-	3,84e1	1,48e1	2,87e-2	1,91	3,70e-1	9,40e-2	2,41e2	6,39e-2
FE AM	1,98e-3	3,88e-4	4,59e-5	1,22e-2	2,02e-4	2,06e-4	1,22e-2	2,02e-4
FE PM	4,75e-1	6,91e-2	2,48e-4	7,52e-3	1,89e-3	1,71e-3	5,58e-1	5,42e-1
FE LFM rampa+	5,07	3,95e-2	8,02e-4	1,49e-1	1,84e-3	1,55e-2	5,00e1	2,30e-2
FE LFM rampa-	5,07	3,91e-2	8,02e-4	1,49e-1	1,84e-3	1,54e-2	5,00e1	1,60e-2
RFE LFM rampa+	3,41e3	2,41e1	4,53e-1	9,91e1	1,02	8,91	2,24e3	1,07e-1
RFE LFM rampa-	3,41e3	2,43e1	4,53e-1	9,91e1	1,02	8,99	2,24e3	1,03e-1

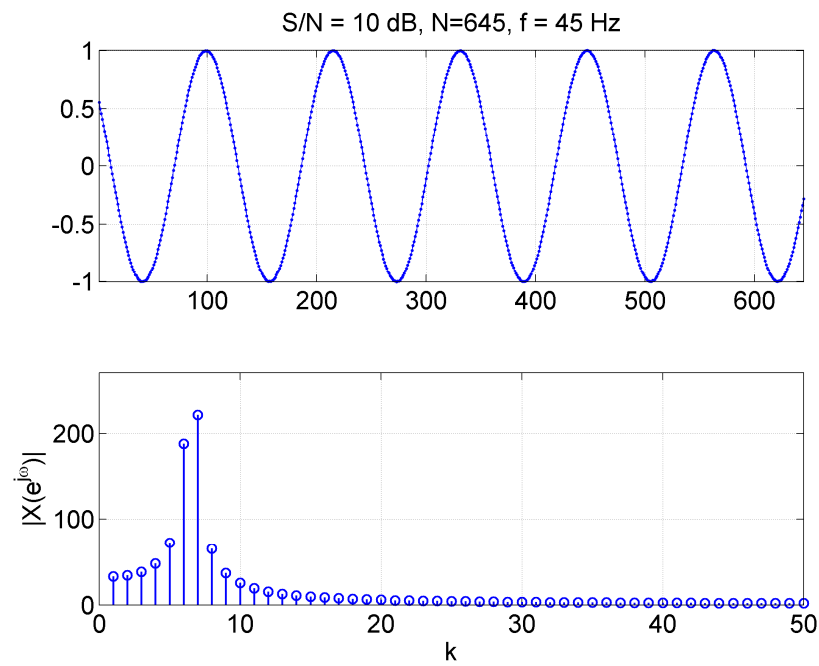
4.2. Wydajność statystyczna metod obliczania fazora

Wydajność statystyczna określana jest dla sygnału zakłóconego addytywnie szumem o rozkładzie normalnym, wartości oczekiwanej równej zero i ustalonym odchyleniu standardowym. Estymator nazywany jest wydajnym statystycznie jeśli osiąga granicę CRLB.

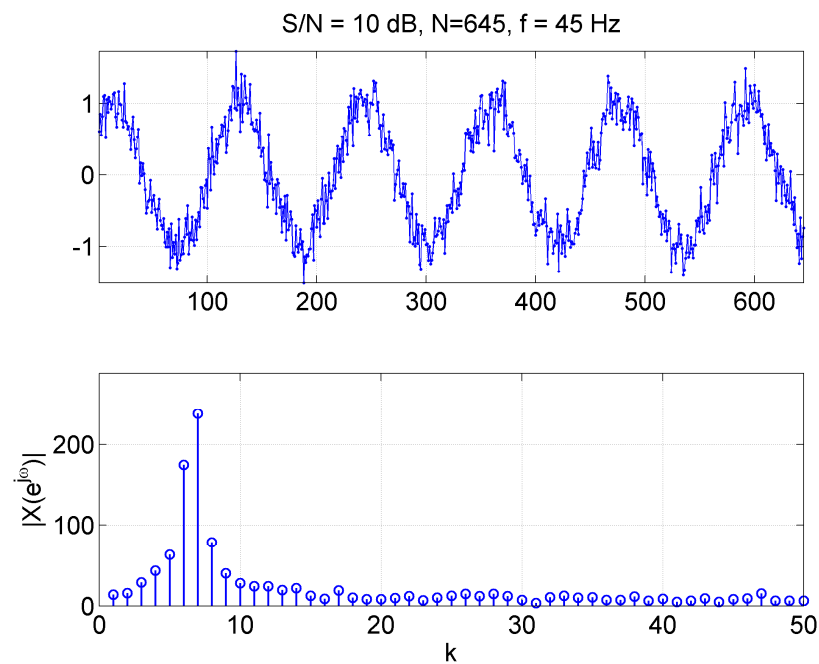
W niniejszym podrozdziale zaprezentowano estymaty obciążenia i odchylenia standardowego metod obliczania fazora. Dla ustalonej wartości amplitudy i częstotliwości wygenerowano 1000 realizacji z losową fazą o rozkładzie równomiernym w przedziale od $-\pi/2$ do $\pi/2$ radiana, zakłóconych addytywnie szumem o rozkładzie normalnym i wartości oczekiwanej równej zero. Obliczeń dokonano dla trzech różnych przypadków różniących się częstotliwością podstawową sygnału, tj. dla częstotliwości podstawowej 45 Hz, 48 Hz i 50 Hz. Przypadki zostały wybrane w taki sposób, aby zbadać wydajność statystyczną

w sytuacji największego wychylenia f od f_0 dla klasy P, największego wychylenia f od f_0 dla klasy M i w przypadku próbkowania synchronicznego, kiedy $f = f_0$.

Na rysunkach 4.38 i 4.39 przedstawiono dwa skrajne przypadki realizacji sygnału testowego, dla stosunku sygnału do szumu 10 dB i 50 dB dla częstotliwości podstawowej wynoszącej 45 Hz. Są to przykłady próbkowania niesynchronicznego.

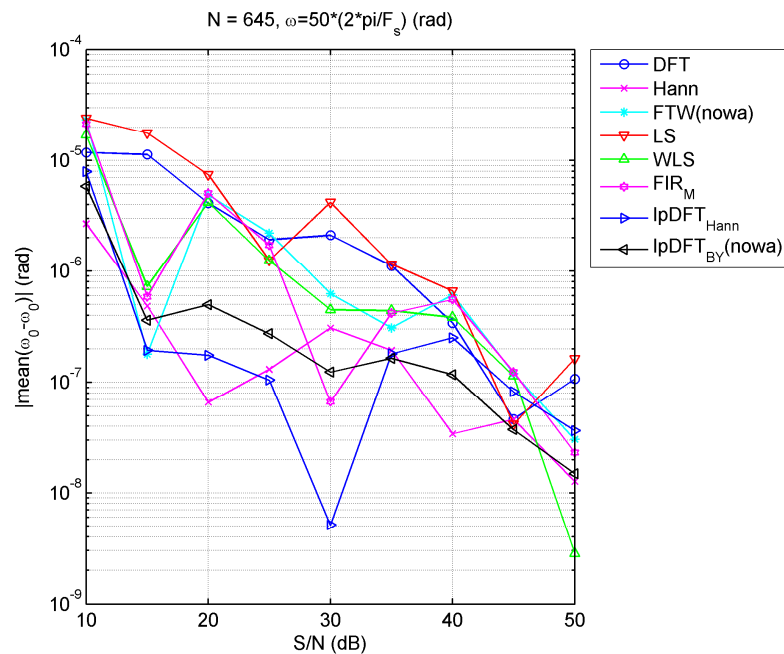


Rys. 4.38. Przykładowa realizacja sygnału testowanego i widmo DFT dla stosunku sygnału do szumu 10 dB.

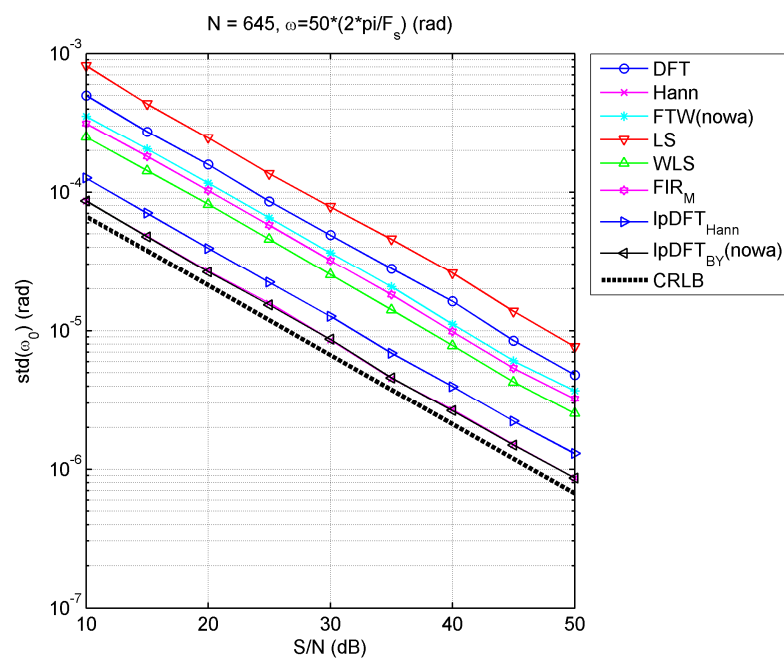


Rys. 4.39. Przykładowa realizacja sygnału testowanego i widmo DFT dla stosunku sygnału do szumu 50 dB.

Na rysunku 4.40 przedstawiona jest wartość średnia błędu estymacji częstotliwości dla częstotliwości podstawowej wynoszącej 50 Hz. Najmniejsze wartości uzyskane zostały przez metodę Hann i metodę IpDFT_{BY} . Na rysunku 4.41 przedstawiono wartości odchylenia standardowego estymacji częstotliwości. Najbliższe granicy CRLB wartości uzyskane zostały również przez metodę IpDFT_{BY} oraz metodę Hann. Należy wspomnieć, że tak dobre wyniki metody Hann są spowodowane tym, że badany przypadek to przypadek próbkowania synchronicznego.

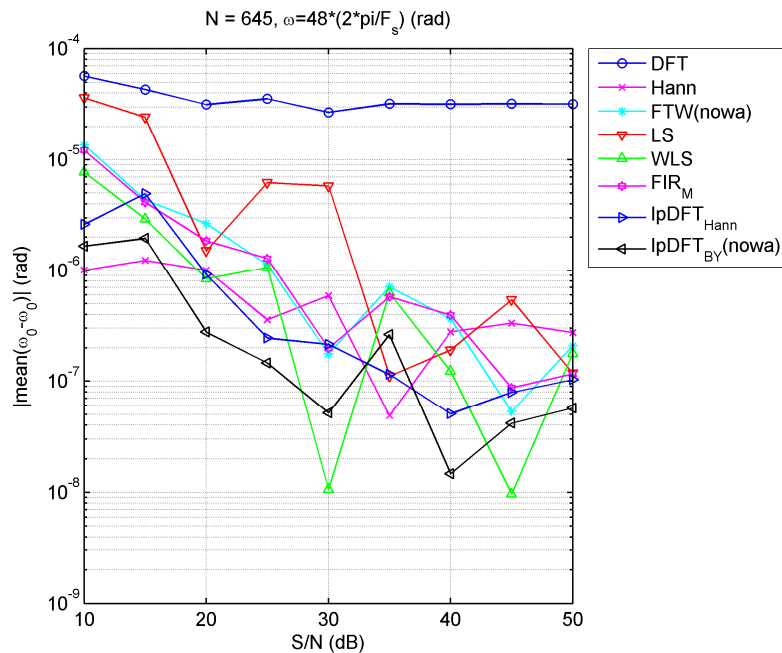


Rys. 4.40. Wartość średnia błędu estymacji częstotliwości dla okna obserwacji o długości pięciu okresów częstotliwości nominalnej i częstotliwości sygnału wynoszącej 50 Hz.

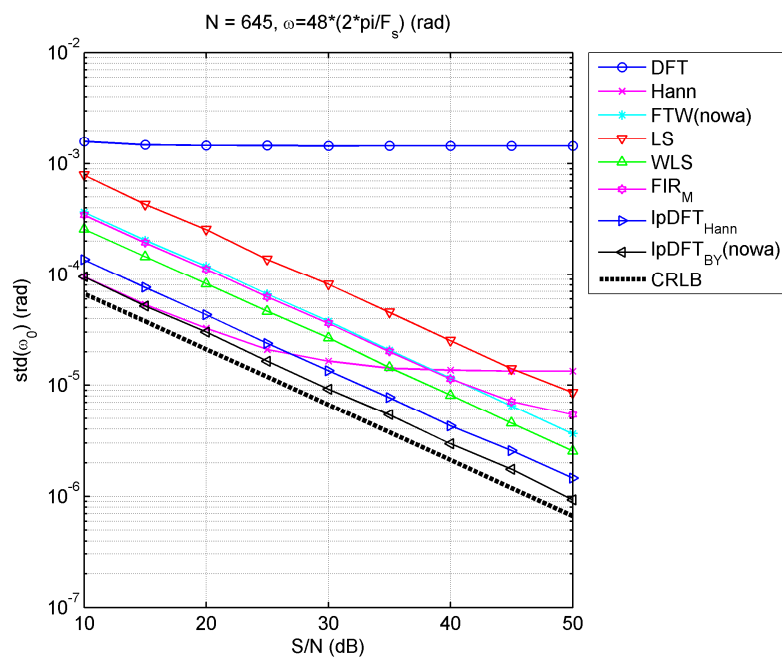


Rys. 4.41. Odchylenie standardowe estymacji częstotliwości dla okna obserwacji o długości pięciu okresów częstotliwości nominalnej i częstotliwości sygnału wynoszącej 50 Hz.

Na rysunku 4.42 i 4.43 przedstawione zostały wartość średnia błędu estymacji pulsacji oraz odchylenie standardowe pulsacji estymowanej dla częstotliwości podstawowej wynoszącej 48 Hz. Można tutaj zaobserwować wyraźną zmienność kolejności metod w stosunku do rysunków 4.40 i 4.41. Dużo wyższe wartości uzyskały metody DFT i Hann. Najbliżej granicy CRLB okazały się być metody oparte na IpDFT.

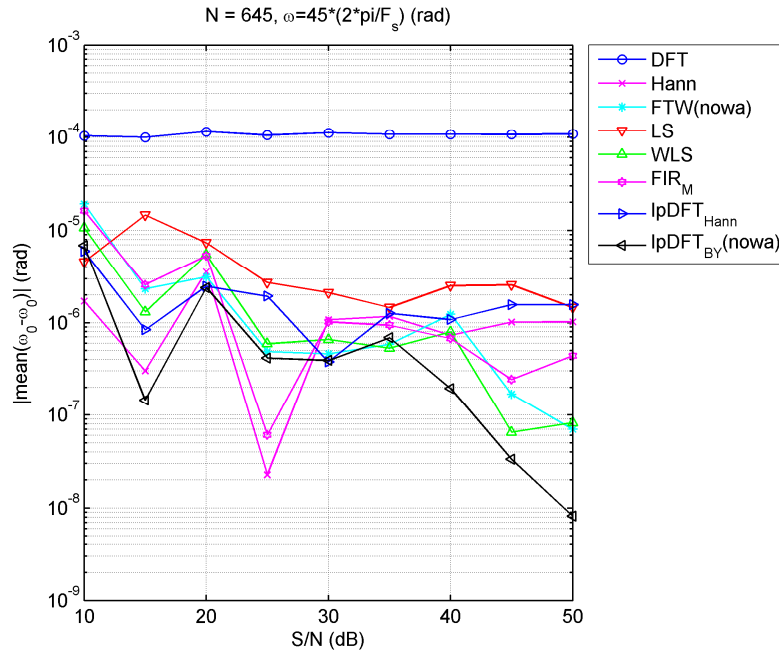


Rys. 4.42. Wartość średnia błędu estymacji częstotliwości dla okna obserwacji o długości pięciu okresów częstotliwości nominalnej i częstotliwości sygnału wynoszącej 48 Hz.

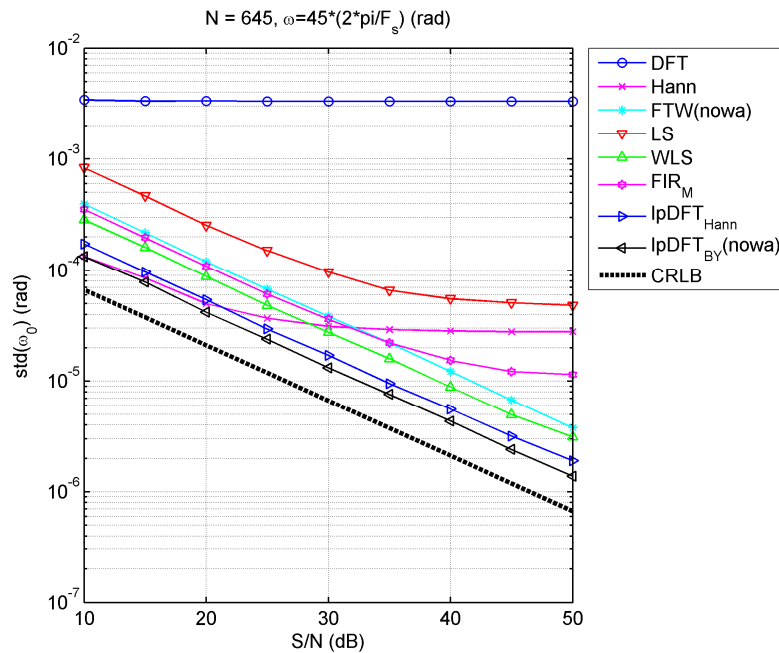


Rys. 4.43. Odchylenie standardowe estymacji częstotliwości dla okna obserwacji o długości pięciu okresów częstotliwości nominalnej i częstotliwości sygnału wynoszącej 48 Hz.

Na rysunku 4.44 i 4.45 przedstawione zostały wartość średnia błędu estymacji pulsacji oraz odchylenie standardowe pulsacji estymowanej dla częstotliwości podstawowej wynoszącej 45 Hz. Najniższe wartości średnich błędów estymacji częstotliwości uzyskała metoda IpDFT_{BY} , znalazła się ona też najbliżej granicy CRLB.



Rys. 4.44. Wartość średnia błędu estymacji częstotliwości dla okna obserwacji o długości pięciu okresów częstotliwości nominalnej i częstotliwości sygnału wynoszącej 45 Hz.



Rys. 4.45. Odchylenie standardowe błędu estymacji częstotliwości dla okna obserwacji o długości pięciu okresów częstotliwości nominalnej i częstotliwości sygnału wynoszącej 45 Hz.

Wraz ze wzrostem stosunku sygnału do szumu zmniejszają się wartości średnie błędów estymacji pulsacji oraz odchylenie standardowe pulsacji estymowanej. Przeprowadzone symulacje pozwalają stwierdzić, że dla wszystkich testowanych przypadków odchylenia f od f_0 najlepszą metodą w sensie wydajności statystycznej jest metoda IpDFT_{BY} .

5. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

Autor w niniejszej pracy przedstawił opis działania urządzenia PMU, zdefiniował pojęcie fazora i synchrofazora we współczesnym ich rozumieniu. Przeprowadził przegląd literatury dotyczący metod obliczania fazora. Przedstawił testy jakim poddawane powinny być metody obliczania fazora zgodnie z wymaganiami standardu IEEE C35.118.1, oraz przedstawił jak metody obliczania fazora powinny być badane w sensie właściwości statystycznych.

W pracy opisano wybrane, najważniejsze zdaniem autora, metody obliczania fazora. Oprócz metod znanych w literaturze autor zaprezentował dwie nowe metody obliczania fazora. Jedną, opartą na metodzie interpolowanego DFT Bertocco-Yoshidy z korekcją przecieku widmowego. Drugą, wykorzystującą do obliczania fazora nowy typ okien płaskich, które charakteryzują się idealnie płaską charakterystyką amplitudowo częstotliwościową listka głównego.

Przeprowadzone zostały testy wybranych metod zgodnie z wymaganiami standardu IEEE C35.118.1, oraz przeprowadzone zostały testy właściwości statystycznych badanych metod. Nowe metody w wielu przypadkach okazały się dawać najlepsze wyniki zarówno w sensie standardu jak i w kwestii właściwości statystycznych.

5.1. Oryginalne elementy pracy

Podczas analizy algorytmów wyznaczania fazora wykonano szereg prac, w których występują następujące oryginalne elementy:

1. Opracowanie nowych metod obliczania fazora: metody opartej na algorytmie interpolowanego DFT Bertocco-Yoshidy z korekcją przecieku widmowego i metody opartej na wykorzystaniu do estymacji fazora okien płaskich. Metody te w konkretnych warunkach uzyskują lepsze wyniki od innych w testach definiowanych przez standard IEEE C37.118.1. W testach dotyczących wydajności statystycznej wśród badanych metod najlepsza okazała się metoda wykorzystująca algorytm Bertocco-Yoshidy.
2. Zaimplementowanie i porównanie właściwości wybranych metod obliczania fazora w tym dwóch nowych. Przeprowadzono testy zdefiniowane przez standard oraz zbadano wydajność statystyczną.
3. Opracowanie nowej metody interpolowanego DFT z oknami \sin^α dla $\alpha \in \mathbb{Z}^+$. Dotąd znane były tylko algorytmy dla α będącego liczbą parzystą dodatnią. Z praktycznego punktu widzenia najważniejsze wydaje się być okno z $\alpha = 1$, będące pomiędzy bardzo popularnym oknem prostokątnym a oknem Hanna. Szersza możliwość wyboru α pozwala na lepszą kontrolę tzw. *bias-variance trade-off*.
4. Zbadanie własności interpolowanego DFT z oknami \sin^α dla $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Jeszcze większa kontrola nad *bias-variance trade-off*.
5. Budowa systemu do pomiaru fazora opartego na układzie FPGA.

Zaprezentowane oryginalne elementy pozwoliły na osiągnięcie celu polegającego na zaproponowaniu nowych i efektywnych metod obliczania fazorów dla napięć i prądów SEE.

5.2. Kierunki dalszych badań

Obserwacja rozwoju współczesnego SEE związana z małymi odnawialnymi źródłami energii jest dobrym przyczynkiem do dalszego rozwoju prac aplikacyjnych i badawczych związanych z fazorem. Autor planuje zbudowanie własnego urządzenia PMU, wykorzystującego zaproponowane przez autora metody i oparte o technikę mikroprocesorową, dedykowaną dla źródeł odnawialnych. Poznane w trakcie pracy nad doktoratem metody przetwarzania sygnałów mają zastosowanie w problemach jakości energii elektrycznej, a w szczególności w metodach lokalizacji zaburzeń w sieci. Jest to obszar, w którym autor rozpoczyna badania związane z przydatnością technik fazorowych.

Literatura

- [Agr02] D. Agrez, "Weighted Multipoint Interpolated DFT to Improve Amplitude Estimation of Multifrequency Signal", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 51, 2002, s. 287-292
- [And89] G. Andria, M. Savino, A. Trotta, "Windows and Interpolation Algorithms to Improve Electrical Measurement Accuracy", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 38, 1989, s. 856-863
- [Barch15] G. Barchi, "Algorithms and performance analysis for synchrophasor and grid estimation", PhD Dissertation, University of Trento, Czerwiec 2015
- [Bar13a] S. Barczentewicz, K. Duda, D. Borkowski, "Compliance Verification of the Phasor Estimation Based on Bertocco-Yoshida Interpolated DFT with Leakage Correction", *Signal Processing algorithms, architectures, arrangements, and applications, SPA'2013*, Sep. 2013
- [Bar13b] S. Barczentewicz, J. Nabielec, "Wykorzystanie modułu FPGA systemu sbRIO-9602 do obliczania fazora z zastosowaniem DFT", *Międzyuczelniana Konferencja Metrologów, Głucholazy*, Sep. 2013
- [Bar14] S. Barczentewicz, J. Nabielec, "Wykorzystanie modułu FPGA platformy sprzętowej sbRIO-9602 do obliczania fazora z zastosowaniem DFT", *Pomiary Automatyka Kontrola*, Mar. 2014.
- [Bar15a] S. Barczentewicz, D. Borkowski, "Synchrophasor based islanding detection method — Metoda detekcji pracy wyspowej oparta na pomiarze synchrofazora", *Przegląd Elektrotechniczny = Electrical Review* ISSN 0033-2097. — 2015 R. 91 nr 11, s. 98–101.
- [Bar15b] S. Barczentewicz, "Investigation of continuous change of α parameter in the interpolated DFT algorithm for $\cos\alpha(X)$ windows", *Measurement, Automation, Monitoring* Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Mechaników Polskich. Sekcja Metrologii, Polskie Stowarzyszenie Pomiarów Automatyki i Robotyki POLSPAR ; ISSN 0032-4140. — Tytuł poprz.: Pomiary, Automatyka, Kontrola. — 2015 vol. 61 no. 4, s. 90–93.
- [Bar16] S. Barczentewicz, J. Nabielec, A. Wetula, "High-voltage divider with automatic calibration – model tests", *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej*, 2016 nr 49, s. 17–20
- [Bel13] D. Belega, D. Petri, "Accuracy Analysis of the Multicycle Synchrophasor Estimator Provided by the Interpolated DFT Algorithm," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol 62, no. 5, May. 2013.
- [Bel14] D. Belega, D. Macci, D. Petri, "Fast Synchrophasor Estimation by Means of Frequency-Domain and Time-Domain Algorithms", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 63, no. 2, Feb. 2014.
- [Bie13] A. Bień, "Systemy pomiarowe w elektroenergetyce", Wydawnictwa AGH, Kraków 2013
- [Bor14] D. Borkowski, S. Barczentewicz, "Power grid impedance tracking with uncertainty estimation using two stage weighted least squares" *Metrology and Measurement Systems : quarterly of Polish Academy of Sciences* ; 2014 vol. 21 no. 1, s. 99–110.
- [ChiW01] Chi-kong Wong, Ieng-tak Leong, Chu-san Lei, Jing-tao Wu, Ying-duo Han, "A Novel Algorithm for Phasor Calculation Based on Wavelet Analysis", *Power Engineering Society Summer Meeting*, vol 3., Jul. 2001.
- [ChiY10] Chi-Shan Yu, Yi-Sheng Huang, Joe-Air Jiang, "A Full- and Half- Cycle DFT-based Technique for Fault Current Filtering", 2010 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), Vina del Mar, Chile, 14-17 March 2010
- [Dud11a] K. Duda, "DFT interpolation algorithm for Keiser-Bessel and Dolph-Chebyshev windows", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 60, no. 3, Mar. 2011.

- [Dud11b] K. Duda, T. P. Zieliński, L. B. Magalas, and M. Majewski, "DFT based Estimation of Damped Oscillation's Parameters in Low-frequency Mechanical Spectroscopy," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 60, no. 11, 2011.
- [Dud11c] K. Duda, "Fourierowskie metody estymacji widm prążkowych", Wydawnictwa AGH, Kraków, 2011
- [Dud14] K. Duda, S. Barczentewicz, "Interpolated DFT for $\sin^a(x)$ Windows", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 63, no. 4, Oct. 2014.
- [Dud15] K. Duda, S. Barczentewicz, A. Bień, "Zastosowanie okien o płaskiej charakterystyce widmowej do bezpośredniego obliczania fazora w sieciach elektroenergetycznych", *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej*, 2015 nr 65, s. 1–10.
- [Dud16a] K. Duda, Zieliński T. P., Barczentewicz Sz. "Perfectly Flat-Top and Equiripple Flat-Top Cosine Windows", *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 63, no. 7, Jul. 2016.
- [Dud16b] K. Duda, T. Zieliński, "FIR Filters Compliant with the IEEE Standard for M Class PMU", *Metrology and Measurement Systems : quarterly of Polish Academy of Sciences* ; 2016 vol. 23 no. 4, s. 623–636.
- [Gir81] A. Girgis, R. Brown, "Application of Kalman filtering in computer relaying", *IEEE Trans Power App. Syst.*, vol. PAS-100, no. 7, Jul. 1981.
- [Gir82] A. Girgis, "A new Kalman filtering based digital distance relay", *IEEE Trans Power App. Syst.*, vol. PAS-101, no. 9, Jul. 1982.
- [Gra83] T. Grandke, "Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals", *IEEE Trans. Instrum. Meas.* vol. Im-32, no. 2, June 1983, s.350-355.
- [Han13] Z. Hanzelka, "Jakość dostawy energii elektrycznej: zaburzenia wartości skutecznej napięcia", Wydawnictwa AGH, Kraków 2013
- [Harr78] F. Harris, "On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform", *Proceedings of the IEEE*, vol 66, no. 1 Jan. 78
- [Jain79] V. K. Jain, W. L. Collins, D. C. Davis, "High-Accuracy Analog Measurements via Interpolated FFT", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. Im-28, no. 2, Jun 1979, s. 113-122
- [Kay93] S. N. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993
- [Kus06] Z. Kuśmierek, "Harmoniczne w systemach elektroenergetycznych", *Przegląd Elektrotechniczny* 82(6), 2006, 8-19
- [Mac12] D. Macci, D. Petri, A. Zorat, "Accuracy analysis and enhancement of DFT-based synchrophasor estimators in of nominal conditions", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 61, no. 10, Oct. 2012.
- [Off90] C. Offelli, D. Petri, "Interpolation Techniques for Real-Time Multifrequency Waveform Analysis", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 39, no. 1, Feb. 1990.
- [Opp99] A.V. Oppenheim, R. W. Schaffer, J. R. Buck, *Discrete-Time Signal Processing*, 2nd Edition, Prentice-Hall, 1999
- [OSer03] J. A. de la O Serna, K. E. Martin, "Improving phasor measurements under power system oscillations", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 1, Feb. 2003.
- [OSer07] J. A. de la O Serna, "Dynamic Phasor Estimates for Power System Oscillations", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 56, no. 5, Oct. 2007.

- [OSer11] J. A. de la O Serna, J. Rodriguez-Maldonado, "Instantaneous Oscillating Phasor Estimates with Taylor^K-Kalman Filters", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26., no. 4, Nov. 2011.
- [Pha83] A.G. Phadke, J.S. Thorp., and M.G. Adamiak, "A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency", *IEEE Transactions on PAS*. Vol. 102, No. 5, May 1983, pp 1025–1038.
- [Pha08] A. G. Phadke, J. S. Thorp, *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*, New York, NY, USA:Springer-Verlag, 2008.
- [Pha09] A. G. Phadke, B. Kasztenny, "Synchronized phasor and frequency measurement under transient conditions", *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 24, no. 1, Jan. 2009.
- [Pir98] S. Piróg, "Energoelektronika: negatywne oddziaływania układów energoelektronicznych na źródła energii i wybrane sposoby ich ograniczenia", Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, 1998.
- [Pla10] M. A. Platas-Garza, J. A. de la O Serna, "Dynamic Phasor and Frequency Estimates through Maximally Flat Differentiators", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 59, no. 7, Jul. 2010.
- [Pla11] M. A. Platas-Garza, J. A. de la O Serna, "Dynamic harmonic analysis through Taylor-Fourier transform", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 60, no. 3, Mar. 2011.
- [PN10] "Parametry napięcia zasilającego w publicznych sieciach elektroenergetycznych" Norma krajowa PN-EN 50160:2010
- [Pra04] A. K. Pradhan, A. Routray, D. Sethi, "Voltage phasor estimation using complex linear Kalman filter", *Eighth IEE International Conference on Developments in Power System Protection*, vol. 1, April 2004.
- [Pre08] W. Premerlani, B. Kasztenny, "Development and Implementation of a Synchrophasor Estimator Capable of Measurements Under Dynamic Conditions", *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 23, no. 1, Jan. 2008.
- [Sch92] J. Schoukens, R. Pintelon, H. Van Hamme, "The Interpolated Fast Fourier Transform: A Comparative Study", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 41, no.2, April 1992, s. 226-232
- [Sid05] T. S. Sidhu, X. Zhang, and V. Balamourougan, "A new half-cycle phasor estimation algorithm", *IEEE Trans. Power Del.*, vol 20, no. 2, Apr. 2005
- [Sil13] R. P. Silva, A. C. Delbem, "Genetic algorithms applied to phasor estimation and frequency tracking in PMU development", *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, vol. 44, 2013
- [Stein1894] C. P. Steinmetz, "Complex quantities and their use in electrical engineering" in *Proc. AIEE Int. Elect. Congr.*, Chicago, IL, 1894.
- [Std11a] *IEEE Standard for Synchrophasor Measurement for Power Systems*, IEEE Standard C37.118.1-2011, December 2011.
- [Std11b] *IEEE Standard for Synchrophasor Data Transfer for Power Systems*, IEEE Standard C37.118.2-2011, December 2011.
- [Std14] *IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems, Amendment 1: Modification of Selected Performance Requirements*, IEEE Standard C37.118.1a-2014, March 2014.
- [Wet09] A. Wetula, "Miary wahania sygnałów sieci elektroenergetycznej wyznaczone z zastosowaniem transformacji Hilberta", Akademia Górniczo-Hutnicza. Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Katedra Metrologii, Kraków, 2009.

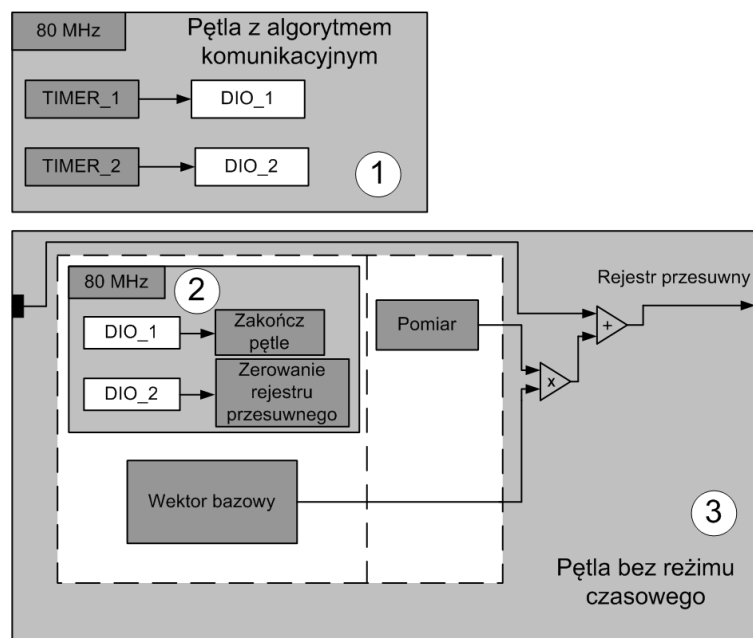
- [Wu10] R. C. Wu, C. T. Chiang, "Analysis of the Exponential Signal by the Interpolated DFT Algorithm", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 59, no. 12, 2010.
- [Yu10] C. S. Yu, Y. S. Huang, J. A. Jiang, "A full- and half-cycle DFT based techniques for fault current filtering", in *Proc. IEEE Conf. Ind. Technol.*, Valparaiso, Chile, Mar. 2010.
- [Zha14] J. Zhang, G. Welch, G. Bishop, Z. Huang, "A Two-Stage Kalman Filter Approach for Robust and Real-Time Power System State Estimation", *IEEE Trans. Sust. Energy*, vol. 5, no. 2, April 2014.

Załącznik A. Implementacja obliczania fazora z wykorzystaniem układu FPGA

W załączniku A wykorzystano fragmenty artykułu [Bar13b]

Eksperymentalny system pomiarowy do wyznaczania fazora utworzony został przy wykorzystaniu systemu sbRIO-9602 firmy National Instruments. Łączy on w sobie system czasu rzeczywistego i układ FPGA (*Filed Programmable Gate Array*). Maksymalna częstotliwość zegara systemowego wynosi 400 MHz, układ FPGA Xilinx Spartan posiada 720 kbitów pamięci RAM oraz 46 080 bramek logicznych. Do sbRIO-9602 dołączony jest czterokanałowy układ zbierania danych NI9215E z 16-bitowym przetwornikiem AC typu SAR. Przetwornik działa w zakresie ± 10 V. Sygnałem pomiarowym jest wyjście z przekładnika napięciowego oraz dostosowanego dzielnika napięcia.

Jako środowisko programistyczne wykorzystane zostało LabVIEW 2012 z pakietem narzędziowym pozwalającym na graficzne programowanie układów FPGA.



Rys. A.1. Schemat blokowy algorytmu. (1 - pętla komunikacyjna, 2 - pętla wyzwalająca pomiar, 3- pętla bez reżimu czasowego) [Bar13].

Na rysunku A.1 przedstawiony został schemat implementacji algorytmu. W pętli oznaczonej cyfrą 1 pracującej z zegarem 80 MHz znajduje się algorytm komunikacyjny, oraz dwa liczniki (Timer_1 i Timer_2), które generują sygnały cyfrowe sterujące portami cyfrowymi systemu sbRIO-9602 z częstotliwością 6,4 kHz oraz 10 Hz. Sygnały sterujące są przekazywane do portów DIO_1 i DIO_2. Odpowiadają one kolejno za wyzwalanie pomiaru realizowanego przez pętlę 3 oraz zerowanie rejestru przesuwającego, który zawiera wynik sukcesywnego wyznaczania V . Pętla oznaczona cyfrą 2 wykonuje się dopóty, dopóki nie zostanie wykryte zbocze narastające DIO_1. Kiedy to nastąpi wykonywany jest pomiar za pomocą przetwornika AC. Jednocześnie, w celu uzyskania efektu zrównoleglenia zadań w FPGA, czytana jest odpowiednia komórka pamięci z uprzednio zadeklarowanego bloku

pamięci z wektorem bazowym. Kiedy to nastąpi wykonywany jest pomiar za pomocą przetwornika AC.

Zastosowanie rejestru przesuwnego w pętli oznaczonej cyfrą 3 pozwoliło na wykonywanie obliczeń z próbki na próbkę. W pojedynczym wykonaniu pętli wynik pomiaru mnożony jest przez odpowiadający mu element wektora bazowego, a następnie dodawany jest do rejestru przesuwnego, aż do momentu kiedy do wyliczenia (6) wykorzystane zostanie N kolejnych próbek. To zdarzenie sygnalizowane jest przez zmianę sygnału Timer_2.

Zastosowanie obliczeń próbka za próbkę pozwoliło istotnie zmniejszyć zapotrzebowanie na zasoby FPGA oraz pozwoliło spełnić wymagania czasu rzeczywistego.

Wykorzystując opisany system pomiarowy zrealizowano serię 30 pomiarów fazora. Poszczególne pomiar 5 okresów 50 Hz wykonano z częstotliwością próbkowania 6,4 kHz za pomocą 16 bitowego przetwornika AC. Dane z przetwornika (uzyskiwane w trybie *Raw data*) są zapisane jako 16 bitowa liczba całkowita (int16). Amplituda mierzonego sygnału sinusoidalnego pochodzącego z sieci po zastosowaniu przekładnika napięciowego wynosiła 10,35 V, tak aby maksymalnie wykorzystać rozdzielczość zastosowanego przetwornika AC.

Kluczowym założeniem opisywanej implementacji było zminimalizowanie wykorzystania zasobów modułu FPGA. W tabeli 1 przedstawiono raport z kompilacji zawierający statystykę ich wykorzystania dla 16 bitowego wektora bazowego. Implementacja algorytmu wyznaczania fazora w układzie SPARTAN nie zajmuje dużo miejsca, dzięki czemu możliwe jest jednoczesne ulokowanie w jednym układzie scalonym algorytmu komunikacyjnego, który zajmuje nie więcej niż 50% zasobów tego układu.

Tab. A.1. Wykorzystanie zasobów FPGA

	Wykorzystane	Całkowite	Procentowo
Slice registers	1920	40960	4,7
Slice LUTs	2450	40960	6,0
Mult18X18s	3	40	7,5
Block RAMs	3	40	7,5

Kolejnym ważnym aspektem opisywanej implementacji była dokładność wykonywanych obliczeń, która zależała między innymi od rozdzielczości wektora bazowego. W tabeli 2 przedstawione zostało porównanie błędów obliczeniowych, wynikających z zaokrąglenia wektora bazowego do liczby całkowitej 16 bitowej lub 32 bitowej. Wyniki obliczeń porównane zostały z obliczeniami przeprowadzonymi za pomocą Matlab'a z 64 bitową precyzją double. Prezentowane błędy obliczeniowe to kolejno: średni i maksymalny błąd obliczeń modułu oraz średni i maksymalny błąd obliczeń fazy.

Tab. 2. Zestawienie wyników pomiarowych (błąd bezwzględny)

Obl.	$\ V_{k_double} - V_{k_est}\ $ [V]	$\max \ V_{k_double} - V_{k_est}\ $ [V]	$ \angle V_{k_double} - \angle V_{k_est} $ [rad]	$\max \angle V_{k_double} - \angle V_{k_est} $ [rad]
16 bit	9,9410e-06	1,0398e-05	3,1084e-08	6,8140e-08
32 bit	3,0691e-11	3,6549e-11	1,4121e-12	2,1896e-12

Jak widać w tabeli moduł i faza fazora wyliczona z pomocą 32 bitowego wektora bazowego jest bliższa temu obliczonemu z precyzją double. Głównym problemem dla uzyskania dużej dokładności algorytmu obliczeń jest precyzja prowadzonych obliczeń.

Błąd pomiaru napięcia przez skalibrowany przetwornik pomiarowy w temperaturze $25\pm 5^{\circ}\text{C}$ wynosi 0,02% (*Gain Error*). Błędy numeryczne są więc pomijalnie małe w porównaniu do błędów wprowadzanych przez obwody wejściowe DAQ. Nawet dla 16-bitowej reprezentacji współczynników bazowych.

Załącznik B. Implementacje zaproponowanych metod obliczania fazora

Metoda obliczania fazora oparta na algorytmie interpolowanego DFT z korekcją przecieku widmowego:

```
function [we, de, Ae, pe, har, Ahar] = BY1_LC(x,NI);

% x - sygnał wejściowy x=A*cos(w*n+p).*exp(-d*n)
% NI - liczba iteracji korekcji przecieku widmowego
% Wartości estymowane:
% we - częstotliwość (rad)
% de - tłumienie
% Ae - amplituda
% pe - faza (rad)
% har - znalezione harmoniczne od 2 do 50
% Ahar - amplitudy znalezionych harmonicznych

N = length(x);
Xw = fft(x); % obliczanie DFT,
[Xabs, ind] = max(abs(Xw(1:round(N/2))));
k = [ind-1 ind ind+1];
dw = 2*pi/N; %rozdzielczość częstotliwościowa DFT
wkm1= (k(1)-1)*dw; %częstotliwość prążka DFT z indeksem k-1
wk = (k(2)-1)*dw; %częstotliwość prążka DFT z indeksem k
wkp1= (k(3)-1)*dw; %częstotliwość prążka DFT z indeksem k+1
wkk = [wkm1 wk wkp1];

%% Inicjalizacja - częstotliwość podstawowa
[we, de, Ae, pe, lam] = BY1_in_LC(wkm1,wk,wkp1,Xw(k),N);

%% harmoniczne
Ahar= [];
har = 2:50;
w_har = har*we;
k_har = round(w_har/dw)+1;
Xwhp_correction = 0;
Xwhn_correction = 0;

for iter=1:NI
    Xw_correction = corection_negative(Ae, pe, lam, N, wkk);

    %% Korekcja przecieku od ujemnej częstotliwości postawowej do
    %% częstotliwości podstawowej
    Xw_correction = Xw(k) - Xwhp_correction - Xwhn_correction -
Xw_correction;
    [we, de, Ae, pe, lam] = BY1_in_LC(wkm1, wk, wkp1, Xw_correction, N);
    Xwhp_correction = 0;
    Xwhn_correction = 0;

    %% harmoniczne
    ind_h = [];
    for kh=1:length(har)
        whm1= (k_har(kh)-1-1)*dw;
        wh = (k_har(kh)-1)*dw;
        whp1= (k_har(kh)+1-1)*dw;
        wkh = [whm1 wh whp1];
        Xw_correction_h_p = corection_positive(Ae, pe, lam, N, wkh);

    %% Korekcja przecieku widmowego od podstawowej do harmonicznych
```

```

Xw_correction_h_n = corection_negative(Ae, pe, lam, N, wkh);

%% Korekcja przecieku widmowego od ujemnej podstawowej do harmoniczych
Xw_correction_h = Xw([k_har(kh)-1 k_har(kh) k_har(kh)+1]) -
Xw_correction_h_p - Xw_correction_h_n;
if abs(Xw_correction(2))/abs(Xw_correction_h(2))>20
    ind_h = [ind_h kh];
else
    [whe, dhe, Ahe, phe, lamh] = BY1_in_LC(whm1, wh, whp1,
Xw_correction_h, N);
    Ahar(kh) = Ahe;
    Xwhp_correction = Xwhp_correction + corection_positive(Ahe,
phe, lamh, N, wkk);

%% Korekcja przecieku od harmoniczych do częstotliwości podstawowej
Xwhn_correction = Xwhn_correction + corection_negative(Ahe,
phe, lamh, N, wkk);

%% Korekcja przecieku od ujemnych harmoniczych do podstawowej
end
end
har(ind_h)=[];
end
%%

function [we, de, Ae, pe, lam] = BY1_in_LC(wkm1, wk, wkp1, Xw, N);
r = ( -exp(-j*wk)+exp(-j*wkm1) )/( -exp(-j*wkp1)+exp(-j*wk) ); % (5)
R = ( Xw(1)-Xw(2) )/( Xw(2)-Xw(3) ); % (5)
lam= exp(j*wk)*(r-R)/( r*exp(-j*2*pi/N)-R*exp(j*2*pi/N) ); % (5)
we = imag(log(lam)); % (7)
de = -real(log(lam)); % (7)
if round(1e6*R)==-1e6 %% próbkowanie synchroniczne, d=0
    Ae = 2*abs(Xw(2))/N;
    pe = angle(Xw(2));
else
    c = (1-lam^N)/(1-lam*exp(-j*wk)); % (8)
    c = 2*Xw(2)/c; % (8)
    Ae = abs(c); % (8)
    pe = angle(c); % (8)
end

%% Korekcja przecieku od ujemnych częstotliwości
function Xw_correction = corection_negative(Ae, pe, lam, N, wkk);
for m=1:3;
    Xw_correction(m)=(Ae/2)*exp(-j*pe)*(1-conj(lam)^N)/(1-conj(lam)*exp(-
j*wkk(m)));
end

%% Korekcja przecieku od dodatnich częstotliwości
function Xw_correction = corection_positive(Ae, pe, lam, N, wkk);
for m=1:3;
    Xw_correction(m)=(Ae/2)*exp( j*pe)*(1-lam^N)/(1-lam*exp(-j*wkk(m)));
end

```

Załącznik C. Lista publikacji autora

1. „Compliance verification of the phasor estimation based on Bertocco-Yoshida Interpolated DFT with leakage correction” **Szymon BARCZENTEWICZ**, Dariusz BORKOWSKI, Krzysztof DUDA *SPA 2013 : Signal Processing : Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications*: Poznań, 26–28, September 2013 : conference proceedings.
Punkty MNiSW(2013): 10 pkt.
2. „Interpolated DFT for $\sin(x)$ Windows” Krzysztof DUDA, **Szymon BARCZENTEWICZ** *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*; ISSN 0018-9456. — 2014 vol. 63 no. 4, s. 754–760.
Punkty MNiSW(2014): 35 pkt. Impact Factor: 1.79
3. „Investigation of continuous change of α parameter in the interpolated DFT algorithm for $\cos(\alpha(X))$ windows” **Szymon BARCZENTEWICZ** *Measurement, Automation, Monitoring* Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Mechaników Polskich. Sekcja Metrologii, Polskie Stowarzyszenie Pomiarów Automatyki i Robotyki POLSPAR ; ISSN 0032-4140. — Tytuł poprz.: Pomiary, Automatyka, Kontrola. — 2015 vol. 61 no. 4, s. 90–93.
Punkty MNiSW(2015): 11 pkt.
4. „Power grid impedance tracking with uncertainty estimation using two stage weighted least squares,” Dariusz BORKOWSKI, **Szymon BARCZENTEWICZ** *Metrology and Measurement Systems : quarterly of Polish Academy of Sciences* ; ISSN 2080-9050. — Tytuł poprz.: Metrologia i Systemy Pomiarowe ; ISSN: 0860-8229. — 2014 vol. 21 no. 1, s. 99–110.
Punkty MNiSW(2014): 15 pkt. Impact Factor: 0.925
5. „Synchrophasor based islanding detection method”, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Dariusz BORKOWSKI, *ISNCC 2015 conference-seminar International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation* : 15–18 June 2015, Łagów, Poland : conference proceedings
Punkty MNiSW(2015): 15 pkt.
6. „Synchrophasor based islanding detection method — Metoda detekcji pracy wyspowej oparta na pomiarze synchrofazora”, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Dariusz BORKOWSKI *Przegląd Elektrotechniczny = Electrical Review* ISSN 0033-2097. — 2015 R. 91 nr 11, s. 98–101.
Punkty MNiSW(2015): 14 pkt.
7. „Wykorzystanie modułu FPGA platformy sprzętowej sbRIO-9602 do obliczania fazona z zastosowaniem DFT — The use of FPGA module of sbRIO-9602 system for phasor computation with the use of DFT”, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Jerzy NABIELEC *Pomiary, Automatyka, Kontrola* ; ISSN 0032-4140. — 2014 vol. 60 nr 3, s. 141–143.
Punkty MNiSW(2014): 7 pkt.
8. „Wykorzystanie modułu FPGA systemu sbRIO-9602 do obliczania fazona z zastosowaniem interpolowanego DFT” **Szymon BARCZENTEWICZ**, Jerzy NABIELEC *MKM'2013: XLV Międzyuczelniana Konferencja Metrologów* : Głucholazy, 08–11 wrzesień 2013 r.

9. „Zastosowanie okien o płaskiej charakterystyce widmowej do bezpośredniego obliczania fazora w sieciach elektroenergetycznych — Application of flat-top windows for direct phasor estimation in electric power systems” Krzysztof DUDA, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Andrzej BIEN *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej* ; ISSN 2353-1290, 2015 nr 47, s. 43–46.
10. „Perfectly Flat-Top and Equiripple Flat-Top Cosine Windows”, Krzysztof DUDA, Tomasz ZIELIŃSKI, **Szymon BARCZENTEWICZ**, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*; ISSN 0018-9456. — 2016 vol. PP no. 99, s. 1–10.
Punkty MNiSW(2015): 35 pkt. Impact Factor: 1.79
11. „Localization of Harmonic Sources in Power System - Simulation and Laboratory Study”, Mohammad Hasanuzzaman SHAWON, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Andrzej BIEN, Zbigniew HANZELKA, *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'16)* Madrid (Spain), 4th to 6th May, 2016
12. „High-voltage divider with automatic calibration – model tests”, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Jerzy NABIELEC, Andrzej WETULA , *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej* , 2016 nr 49, s. 17–20, Abstr.. — MKM 2016 : XLVIII Międzyuczelniana Konferencja Metrologów: Kraków, 5–7 września 2016
Punkty MNiSW(2015): 10 pkt.
13. „Identification of asymmetry in power system: different case studies”, Mohammad Hasanuzzaman SHAWON, **Szymon BARCZENTEWICZ**, Jakub KOWALSKI, *PQ 2016 electric Power Quality and supply reliability conference*, 29–31 sierpnia 2016, Tallin, Estonia : proceedings. *IEEE, cop. 2016*.