

Szczecin, 27.03.2015 r.

Prof. dr hab. inż. Stefan Domek  
Katedra Automatyki Przemysłowej i Robotyki  
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie



## RECENZJA

rozprawy doktorskiej mgr inż. Anny Obrączki

### **„Sterowanie procesów cieplnych z wykorzystaniem modeli niecałkowitego rzędu”**

wykonana na zlecenie Dziekana Wydziału Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki  
i Inżynierii Biomedycznej Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie

## 1. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA, ZAKRES I CEL ROZPRAWY

Jednym z obszarów wiedzy, wzbudzającym od kilkunastu lat duże zainteresowanie teoretyków i praktyków automatyki, jest rachunek różniczkowy ułamkowego, lub ogólniej, niecałkowitego rzędu. Jakkolwiek jego początki sięgają siedemnastego wieku, to dopiero w ostatnich latach pojawiły się prace dotyczące praktycznych aspektów i możliwości wykorzystania takiego rachunku. Wynika z nich, że opis za pomocą pochodnej ułamkowego rzędu może być jedną z bardziej efektywnych metod modelowania rzeczywistych właściwości wielu zjawisk i procesów przemysłowych oraz może być wykorzystany bezpośrednio do syntezy nowych algorytmów sterowania, stwarzających potencjalnie nowe możliwości w zakresie jakości i odporności.

Autorka rozprawy postanowiła wykorzystać właściwości tego rachunku do zamodelowania procesu przepływu ciepła oraz do zaprojektowania ułamkowego regulatora temperatury, ujmując oba problemy w postaci dwu odrębnych celów naukowo-badawczych:

- po pierwsze, mimo iż powszechnie stosowane do opisu przepływu ciepła równanie Fouriera jest najczęściej wystarczająco dokładne, Doktorantka postanowiła zbadać, jakie korzyści i kiedy może dać zastosowanie w tym celu modeli ułamkowego rzędu,
- po drugie, kierując się bogatą literaturą z tego zakresu, Doktorantka zaprojektowała regulator PID ułamkowego rzędu dla procesu przepływu ciepła i przeprowadziła badania porównawcze takiej regulacji z klasyczną regulacją PID całkowitego rzędu.

Uważam, że podjęcie tematu rozprawy doktorskiej z tego zakresu było celowe i potrzebne, zarówno ze względów poznawczych jak i praktycznych a postawione cele określają istotne

i aktualne na tle obecnego stanu wiedzy a zarazem oryginalne zadanie badawcze. Szkoda, że Autorka nie sformułowała tego w postaci konkretnej tezy, której udowodnienie bezpośrednio wskazywałoby, iż osiągnięty został ustawowy cel, jaki stawia się rozprawom doktorskim, tj. oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, chyba że za taką tezę uznać by zdanie sformułowane na stronie 28 rozprawy „... autorka uważa, że szczególne własności pochodnej rzędu niecałkowitego pozwolą na uzyskanie większej szczegółowości w opisie rozważanego zjawiska, jakim jest przewodnictwo cieplne”.

Warto podkreślić, że praca powstała przy wsparciu finansowym programu *Doctus – Małopolski fundusz stypendialny dla doktorantów* współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

## 2. ZAWARTOŚĆ MERYTORYCZNA ROZPRAWY

Recenzowana rozprawa liczy 94 strony. Podzielona jest na osiem rozdziałów poprzedzonych spisem tablic i wykazem oznaczeń oraz uzupełnionych spisem literatury (Bibliografią), dodatkiem podającym przyjęte w pracy aproksymacje oraz streszczeniami w języku polskim i angielskim. Zawiera 55 rysunków oraz 8 tabel.

W rozdziale pierwszym Autorka przedstawiła rys historyczny rozwoju rachunku różniczkowego niecałkowitego rzędu, omówiła założone dwa cele rozprawy oraz przedstawiła jej strukturę. W rozdziale drugim przypomniła podstawowe pojęcia z rachunku różniczkowego niecałkowitego rzędu, poczynając od najbardziej znanych definicji pochodnych ułamkowego rzędu – Grünwalda-Letnikowa, Riemana-Liouville’a oraz Caputo, następnie wskazując związki między nimi oraz ich transformaty Laplace’a, a kończąc na przykładach obliczeniowych i graficznych omówionych pochodnych ułamkowych dla wybranych funkcji. Omówiła również używaną w pracy pochodną niecałkowitego rzędu w sensie Rieszki funkcji dwóch zmiennych.

Rozdziały 3–5 dotyczą pierwszego celu rozprawy. W rozdziale trzecim Autorka przypomniła podstawowe właściwości ustalonego i nieustalonego przewodzenia ciepła, podając za literaturą główne prawa i zależności stosowane do jego opisu. Wychodząc z powszechnie stosowanego modelu przewodzenia ciepła w ciałach stałych bez źródeł wewnętrznych ciepła, w postaci ogólnego równania różniczkowego Fouriera, oraz kierując się przesłanką, że szczególne właściwości pochodnych niecałkowitego rzędu mogą umożliwić uzyskanie większej dokładności opisu zjawiska przewodzenia ciepła, wprowadziła trzy postaci modeli ułamkowego rzędu – czasowe, ułamkowe równanie przewodnictwa cieplnego, przestrzenne ułamkowe równanie przewodnictwa cieplnego oraz czasowo-przestrzenne ułamkowe równanie przewodnictwa cieplnego. Wszystkie modele będą przedmiotem rozważań w dalszej części pracy, zgodnie z przyjętym pierwszym celem badań.

Zasadniczą, oryginalną część tego fragmentu rozprawy stanowią rozdziały czwarty i piąty, w których Autorka, korzystając z danych eksperymentalnych, zaimplementowała omówione wcześniej trzy ułamkowe modele przewodzenia ciepła. Kierując się wynikami badań

symulacyjnych zaproponowała również autorski, czwarty model ułamkowego rzędu, uzupełniając model klasyczny o czynnik zawierający pochodną ułamkową w sensie Caputo. Następnie dokonała oceny porównawczej wszystkich modeli, typując najdokładniejszy z nich (w sensie przyjętych wskaźników).

W rozdziale czwartym Autorka omówiła szczegółowo metodykę prowadzenia badań mających na celu wybór najlepszego modelu. Założyła przeprowadzenie badań obliczeniowych w środowisku MATLAB, na danych zebranych w czasie eksperymentu laboratoryjnego z obiektem rzeczywistym w postaci cegły ustawionej na grzałce elektrycznej stanowiącej źródło ciepła. Pomiary wykonała kamerą termowizyjną, rejestrując 214 zdjęć rozkładu temperatury na czołowej ścianie cegły. Rozważając zmiany temperatury wyłącznie wzdłuż osi  $x$  (od powierzchni styku cegły z grzałką do górnej ściany cegły) otrzymała dwuwymiarowy rozkład temperatury w czasie i przestrzeni (wzdłuż osi  $x$ ). Zebrane macierze danych pomiarowych posłużyły następnie do identyfikacji parametrycznej przyjętych modeli.

Aby tego dokonać Autorka musiała wybrać odpowiednią, spośród kilkunastu znanych z literatury, metodę numerycznej implementacji wykorzystywanych pochodnych niecałkowitego rzędu. Porównania wyników testów numerycznych z wynikami obliczeń analitycznych, opisane w podrozdziale 4.2, pozwoliły wybrać metodę *Shifted Grünwald* (SG) dla pochodnych Riesz oraz metodę zaproponowaną w pracy R. Gorenflo, F. Mainardi, D. Moretti i P. Paradisi z 2022 roku, oznaczoną GMMP, dla pochodnych Caputo.

Niezależnie od metody numerycznej, Autorka musiała także przyjąć najkorzystniejszą metodę wyznaczania parametrów modelu na podstawie niepewnych (zakłóconych) danych pomiarowych. Dokonała tego w podrozdziale 4.3 porównując wyniki obliczeń numerycznych z wynikami analitycznymi dla dwu ułamkowych równań różniczkowych cząstkowych – równania adwekcji-dystrykcji Riesz (RFADE) oraz równania dyfuzji Riesz (RFDE) oraz trzech metod optymalizacji nieliniowej – algorytmu Levenberga-Marquardta (LMA), metody Simplex według algorytmu Nelder-Meada oraz algorytmu Gaussa-Newtona (GNA). Dla dwu pierwszych algorytmów użyła wbudowanych funkcji pakietu MATLAB – *fminsearch* oraz *lsqnonlin*, natomiast dla algorytmu GNA samodzielnie napisanej procedury. Autorka stosując dwuwymiarowe, kwadratowe kryterium jakości oraz dodatkowo porównując czasy obliczeń i maksymalną liczbę iteracji, sprawdzała odporność metod na zakłócenia w postaci szumu białego o różnych wartościach odchylenia standardowego oraz na wybór startowego wektora poszukiwanych parametrów.

Do ostatecznej weryfikacji modeli Autorka zaproponowała w podrozdziale 4.4 użycie trzech wskaźników statystycznych – maksymalnego błędu procentowego, średniego procentowego błędu względnego oraz błędów procentowych w każdym punkcie. Wyniki weryfikacji przedstawione zostały w rozdziale piątym. Dla porównania pokazano również wyniki dla modelu klasycznego (całkowitego rzędu). Na tej podstawie w podrozdziale 5.6 Autorka zaproponowała najlepszy jej zdaniem model ułamkowego rzędu dla omawianego zjawiska przewodzenia ciepła. Tym samym zrealizowała pierwszy założony cel swojej rozprawy.

Rozdział szósty jest pewnego rodzaju pomostem między obu częściami pracy. Autorka przypomniała w nim jeden z najprostszych modeli w dziedzinie częstotliwości zespolonej, stosowanych przy doborze nastaw regulatorów PID całkowitego rzędu – model drugiego rzędu z opóźnieniem, a następnie, na bazie wcześniejszych rozważań, transmitancję Laplace’a modelu niecałkowitego rzędu, wychodząc z przesłanki drugiego celu rozprawy, że będzie on bardziej przydatny do zaprojektowania regulatora PID ułamkowego rzędu. Po zamodelowaniu obu modeli w środowisku Simulink dokonała identyfikacji ich parametrów, stosując metodę analogiczną do omówionej w rozdziałach 4 i 5.

Zasadniczą część drugiego fragmentu rozprawy stanowi rozdział siódmy, w którym Autorka dokonała syntezy regulatora PID ułamkowego rzędu (FOPID) przyjmując częściowo oryginalną metodę projektowania. Zakłada ona, wzorem podejścia Ostaloupa z roku 1993 w regulatorze ułamkowego rzędu CRONE, użycie wprowadzonego w rozdziale szóstym modelu ułamkowego rzędu w dziedzinie zmiennej zespolonej  $s$  przekształcenia Laplace’a oraz tzw. idealną postać Bodego transmitancji układu otwartego z założoną pulsacją odcięcia  $\omega_p$  i współczynnikiem nachylenia  $\gamma$  charakterystyki amplitudowej. Dodatkowo, dla osiągnięcia założonego celu projektowego, Autorka zaproponowała szczególną postać transmitancji regulatora FOPID o niecałkowitych w ogólności rzędach różniczkowania i całkowania powiązanych współczynnikiem nachylenia  $\gamma$ , przy czym transmitancja ta dla modelu inercyjnego drugiego rzędu przyjmuje postać klasycznego regulatora PID.

Zaproponowana przez Autorkę metoda projektowania pozwala wyznaczyć wszystkie parametry regulatora po założeniu wymaganego zapasu modułu i fazy. Jej skuteczność Autorka sprawdziła na drodze eksperymentów symulacyjnych porównując proponowany regulator ułamkowy FOPID z klasycznym regulatorem PID całkowitego rzędu w układzie z modelem rzędu drugiego oraz modelem rzędu ułamkowego. Dodatkowo zbadała wpływ na jakość regulacji wybranych parametrów projektowych regulatora FOPID. Oceny dokonała wyznaczając typowe wskaźniki odcinkowe odpowiedzi na skokową zmianę wartości zadanej (czas narastania, czas regulacji, odchylenie maksymalne oraz przeregulowanie) oraz wskaźnik integracyjny – całkę z kwadratu sygnału błędu.

Wyniki obu części rozprawy zostały zebrane w postaci tabel, dobrze zilustrowane i skomentowane. W rozdziale ósmym podsumowano całość pracy i wskazano możliwe kierunki dalszych badań.

W zakończeniu rozprawy podano liczący 72 pozycje spis literatury. Przytoczone pozycje są w większości trafnie dobrane i poprawnie cytowane w tekście rozprawy, chociaż trochę razi nadmierną moim zdaniem liczbą publikacji o charakterze dydaktycznym, w postaci podręczników lub skryptów akademickich (np. pozycje [1], [6], [30], [56], [64], [72]). Dwie pozycje obejmują ściśle związane z tematyką rozprawy prace współautorstwa Doktorantki, co świadczy o Jej dużej aktywności badawczej i umiejętności prezentowania własnych dokonań naukowych.

### 3. OGÓLNA OCENA ROZPRAWY

Autorka rozprawy rozwiązała postawione cele w sposób kompleksowy, przejrzysto przywołując źródła inspiracji i założenia proponowanych metod. Złożone zagadnienia teoretyczne zilustrowała wieloma rysunkami i wynikami licznych badań eksperymentalnych i symulacyjnych.

Za główne osiągnięcia Doktorantki uważam:

1. systematyczny i przejrzysty opis podstaw teoretycznych rachunku różniczkowego ułamkowego rzędu oraz możliwości jego wykorzystania w modelowaniu zjawiska przewodzenia ciepła,
2. zaproponowanie autorskiego modelu niecałkowitego rzędu procesu przewodzenia ciepła, w postaci modelu klasycznego uzupełnionego o czynnik zawierający pochodną ułamkową w sensie Caputo,
3. zaproponowanie nowej postaci regulatora niecałkowitego rzędu FOPID oraz oryginalnej metody jego strojenia, z wykorzystaniem modelu ułamkowego rzędu będącego uogólnieniem modelu rzędu drugiego z opóźnieniem oraz idealnej postaci Bodego transmitancji układu otwartego,
4. przeprowadzenie badań eksperymentalnych na obiekcie rzeczywistym oraz licznych badań symulacyjnych, z sumienną analizą uzyskanych wyników i sformułowaniem wniosków.

Podczas lektury rozprawy nasunęło mi się kilka uwag, o charakterze częściowo dyskusyjnym, ale warty komentarza Doktorantki:

1. zaproponowany regulator ułamkowego rzędu FOPID – wzór (7.7), ma trzy człony będące odpowiednikami działania proporcjonalnego, całkowania i różniczkowania w zależności od przyjętego rzędu modelu  $r$  oraz współczynnika nachylenia charakterystyki amplitudowej układu otwartego  $\gamma$ ; działanie proporcjonalne wykazuje jedynie dla  $\gamma = 1$  lub  $\gamma = r$ , a działanie różniczkujące dla  $\gamma < r$  lub  $\gamma < 1$ , trudno więc nazwać członem P transmitancje podane w Dodatku 2 rozprawy, również człon D w przypadku drugiego regulatora nie odpowiada różniczkowaniu. Ciekawe byłoby porównanie zaproponowanego regulatora z „klasycznym” już regulatorem ułamkowego rzędu  $PI^\lambda D^\mu$ , na przykład w zakresie charakterystyk częstotliwościowych lub skokowych, dla różnych wartości rzędów ułamkowych,
2. w opracowanej przez Autorkę metodzie projektowania regulatora FOPID założono, iż transmitancja układu otwartego ma mieć idealną postać Bodego (7.5) uzupełnioną o opóźnienie obiektu; duże opóźnienie, jak w badanych przykładach, sprawia, że uzyskiwane nastawy regulatora stają się dość konserwatywne. Czy sprawdzono, jak wpływa opóźnienie modelu na otrzymywane proponowaną metodą strojenia parametry regulatora lub jak przy ustalonych parametrach zmienia się w funkcji opóźnienia zapas amplitudy i fazy? Wydaje się, że proponowany regulator mógłby być wykorzystany do realizacji ułamkowego

predyktora Smitha, w którym proponowana metoda służyłaby do strojenia regulatora w pętli bez opóźnienia,

3. w Podsumowaniu na stronie 83 Autorka pisze „Można także zbudować stanowisko z obiektem opisanym w rozdziale 4.1 oraz sterowaniem z użyciem np. MATLABA, aby zweryfikować wyniki symulacyjne”. Szkoda, że nie spróbowano tego już w trakcie realizacji pracy.

#### 4. UWAGI SZCZEGÓŁOWE

Praca napisana jest poprawnym i zrozumiałym językiem oraz bardzo starannie zredagowana, choć zauważyć można trochę drobnych błędów, głównie literowych i edytorskich, na przykład:

1. w wykazie użytych oznaczeń i skrótów na stronach 11 i 12 nie podano niektórych używanych często w dalszej części pracy akronimów, np. FDWE (frakcyjne równanie dyfuzji fali), RFDE (frakcyjne równanie dyfuzji Riesza), RFAD (frakcyjne równanie adwekcji – dyspersji Riesza) a podano np. powszechnie znany akronim PID,
2. w pracy przyjęto konwencję centralnych różnic  $n$ -tego rzędu – np. wzory (2.1) i (2.2) na str. 16; nie da się ich otrzymać bezpośrednio ze wzoru (2.3), który zapisany jest w konwencji różnic lewostronnych,
3. we wzorach (4.2) oraz (4.3) na str. 33 pomyłono górne granice sumowania,
4. na rysunkach 4.11, 4.13 i 4.15 na stronach 44–46 osie rzędnych opisano w języku angielskim,
5. we wzorze (5.16) na str. 53 brakuje współczynnika  $a$  przy pochodnej cząstkowej drugiego rzędu (po odległości),
6. na rysunku 7.4 na str. 66 nie podano charakterystyk Bodego dla  $\gamma \in (1,2)$ , jak napisano w podpisie, tylko jedną charakterystykę, dla  $\gamma = 1$ ,
7. w jednym z równań we wzorze (7.8) na str. 67 pomyłkowo użyto małych liter  $k$ ,  $k_p$ ,
8. kolory linii na rysunkach 2.3 na str. 22 oraz 7.21 i 7.22 na str. 81 są zbyt podobne; nie podano, jaki model użyto w badaniach pokazanych na rysunkach,
9. kilka razy w pracy użyto niewłaściwie słowa „ilości” zamiast „liczby”, np. na str. 43 „LMA ... potrzebowała znacznie większej ilości iteracji ...”.

Zauważone błędy w żadnym stopniu nie obniżają mojej wysokiej oceny rozprawy.

#### 5. WNIOSKI KOŃCOWE

Mgr inż. Anna Obrączka wykazała się bardzo szeroką ogólną wiedzą teoretyczną w zakresie wykorzystania modeli niecałkowitego rzędu do opisu zjawiska przewodzenia ciepła oraz do projektowania regulatorów. Zadanie naukowe określone w tytule i celach rozprawy zostało jasno sformułowane a następnie poprawnie rozwiązane przy użyciu właściwych metod

matematycznych i eksperymentalnych oraz potwierdzone na drodze badań symulacyjnych wykonanych przy pomocy nowoczesnych narzędzi numerycznych.

Jej dokonania przedstawione w rozprawie uważam za oryginalne i stanowiące zauważalny wkład w wykorzystanie nowoczesnych metod rachunku różniczkowego niecałkowitego rzędu w automatyce. Autorka rozprawy wykazała, że posiada niezbędną wiedzę w zakresie dyscypliny *automatyka i robotyka* oraz że ma duże predyspozycje do prowadzenia badań naukowych.

Podsumowując uważam, że przedstawiona mi do recenzji praca doktorska mgr inż. Anny Obrączki spełnia wymagania Ustawy z dnia 14 marca 2003 roku o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. Nr 65, poz. 595, z późn. zm.) stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuję o jej przyjęcie oraz dopuszczenie do publicznej obrony.

